Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XVI, n.º 3 (1992), pp. 331-391.

HISTOIRE d'A: CRECIMIENTO Y PROGRESO TECNICO

Angel de la FUENTE*

Instituto de Análisis Económico
Universidad Autónoma de Barcelona

En los últimos años, la teoría del crecimiento ha vuelto a suscitar un gran interés entre los economistas. Este artículo intenta dar una visión de conjunto del desarrollo de esta literatura, desde la introducción del modelo neoclásico de un sector (Solow, 1956) hasta los modelos recientes de crecimiento endógeno. La discusión se organiza alrededor de un tema central, la relación entre las dos grandes fuerzas motrices del desarrollo económico: el progreso técnico y la formación de capital.

1. Introducción

El avance de la técnica ha sido sin duda una de las grandes fuerzas responsables del rápido aumento del nivel de vida durante los últimos siglos. Los economistas, sin embargo, han tendido a subrayar el papel central de la formación de capital físico en el proceso de desarrollo y, por consiguiente, han centrado tradicionalmente sus recomendaciones de política sobre la necesidad de promover el ahorro y la inversión.

La explicación de este descuido comparativo del componente tecnológico del crecimiento hay que buscarla no tanto en una falta de apreciación por la transcendencia del fenómeno como en la percepción que tradicionalmente han tenido los economistas de los límites naturales de su disciplina. Para muchos autores, el progreso científico y el avance de la tecnología eran fenómenos exógenos, con indudables implicaciones económicas, pero movidos por una lógica interna que se escapaba a la disciplina del mercado. Para otros, el avance técnico y la acumulación de capital estaban inextricablemente unidos, pero el segundo aspecto ofrecía el «punto de agarre» más familiar desde el punto de vista de la teoría económica.

El análisis sistemático del proceso de cambio tecnológico desde un punto de vista económico es por tanto un fenómeno relativamente reciente. El primer impulso a esta literatura hay que buscarlo en los años cincuenta, cuando las

* Este trabajo es parte del proyecto de investigación «Los Efectos del Mercado Unico en el Desarrollo Regional» financiado por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (código FEDER 92110700501). Partes del artículo están basadas en uno de los capítulos de mi tesis doctoral. Quisiera agradecer a mi director, Costas Azariadis, y al profesor Albert Ando su apoyo y comentarios, así como la ayuda y sugerencias de M. Angeles de Frutos, Lluisa Fuster, Inés Macho y David Pérez-Castrillo.

primeras investigaciones cuantitativas sobre las fuentes del crecimiento pusieron de manifiesto la importancia del avance técnico como responsable de un aumento importante de la productividad de los factores que explicaba la mayor parte del aumento de la renta *per cápita* americana durante las décadas precedentes. Este descubrimiento forzó a los economistas a enfrentarse con el progreso técnico y dio así origen a la literatura que revisaremos en este trabajo.

Nuestro objetivo es ofrecer al lector una visión panorámica de la evolución de la literatura económica sobre el cambio tecnológico (entendido en sentido muy amplio), con énfasis por un lado en el desarrollo gradual del marco conceptual, y por otro en las implicaciones macroeconómicas del progreso técnico. Más que un repaso exhaustivo de una literatura amplísima, lo que pretendemos es exponer las ideas centrales de las distintas ramas de la literatura y la lógica interna del desarrollo de la misma.

Las distintas secciones del trabajo siguen un orden más o menos cronológico. La sección 2 desarrolla el modelo básico de crecimiento de un sector y repasa los primeros intentos de utilizar este marco para analizar la experiencia de crecimiento de las últimas décadas, así como las primeras reacciones a los sorprendentes resultados de estos trabajos, que ponían claramente de manifiesto la necesidad de incorporar el análisis del cambio tecnológico a la teoría del crecimiento.

La incorporación paulatina del fenómeno tecnológico a la teoría económica es el tema de las dos secciones siguientes. La sección 3 examina el desarrollo del marco conceptual básico, basado en la combinación de las herramientas tradicionales del análisis microeconómico con conceptos de la economía de la información. La sección 4 ofrece un panorama de modelos formales de «crecimiento endógeno», es decir modelos en los que el ritmo del progreso técnico se determina endógenamente. Llegamos así a una literatura muy activa en los últimos años, pero cuyas raíces e ideas centrales aparecen ya claramente desarrolladas en los años sesenta y principios de los setenta.

Finalmente, cerramos en la sección 5 con una breve excursión en la historia del pensamiento económico anterior a la segunda guerra mundial que intenta situar a la teoría moderna del progreso tecnológico en su contexto apropiado dentro de una literatura que se remonta a los grandes economistas clásicos, y con algunas reflexiones preliminares sobre la contribución del trabajo de las últimas cuatro décadas a nuestro entendimiento del crecimiento económico y sobre posibles líneas de investigación futura.

2. La Teoría neoclásica del crecimiento

Los primeros modelos neoclásicos desarrollan y formalizan dos temas clásicos: la importancia del ahorro y la acumulación de capital como bases del crecimiento, y el papel de los rendimientos decrecientes y el descenso en la rentabilidad del capital como frenos en última instancia del proceso. La contrastación del modelo con los datos, por otro lado, puso enseguida de manifiesto que se había dejado fuera algún ingrediente esencial. Al medir las fuentes del crecimiento americano, Solow y otros autores se encontraron con que el producto por trabajador había crecido mucho más de lo que se podía explicar mediante la acumulación de capital bajo supuestos tradicionales. Aparecía así el «residuo» de Solow.

Este descubrimiento crucial ha dominado el desarrollo de la teoría del crecimiento. Parece claro que el crecimiento económico *debe* entenderse en términos de acumulación, ya que el aumento sostenido de la renta sólo puede derivar de un aumento de la calidad o la cantidad de los factores productivos, y los mejores instintos de los economistas siempre les han dicho que tal mejora sólo es posible cuando parte de lo producido, en vez de consumirse, se dedica a la inversión. La pregunta que queda es: ¿En qué? ¿Qué es exactamente lo que se acumula, además de capital físico?

Un candidato natural es el «conocimiento técnico». Los clásicos ya habían observado que la tendencia a la baja de la tasa de beneficios tiende a ser contrarrestada por el continuo desplazamiento hacia arriba de la curva del producto marginal del capital causado por el progreso tecnológico. Los economistas de los años cincuenta respetaron la tradición y la «técnica», a la que llamaremos A de ahora en adelante, encontró su lugar en la teoría neoclásica. Y se trataba de un lugar importante: según algunos cómputos, A explicaba casi el 90% del crecimiento de la renta *per cápita* americana durante la primera mitad del siglo.

En conclusión, «*A*» vino al mundo de la mano del residuo de Solow. El sorprendente tamaño de éste sugería la incómoda conclusión que el crecimiento económico debía más a un aumento de la productividad de los factores (que de alguna forma había que atribuir a una mejora de la técnica) que al incremento de sus stocks. Se ponía así de manifiesto la necesidad de integrar el progreso tecnológico en la teoría del desarrollo económico. La sección 2.2 describe los primeros intentos en esta dirección. Para modelizar el progreso técnico de forma sencilla, se añadió un índice tecnológico a la función de producción agregada en el modelo de crecimiento de un sector. Los primeros trabajos en esta línea se limitaban a investigar las implicaciones del progreso técnico para la evolución del producto nacional en el tiempo bajo el supuesto de que el incremento de *A* era un proceso exógeno. Los resultados de esta investigación preliminar tendían a confirmar, en el plano teórico, la importancia central de *A*. Dados ciertos supuestos sobre la naturaleza del avance tecnológico que aseguraban el comportamiento «agradable» del modelo, el ritmo del progreso técnico se convertía en el único determinante de la tasa de crecimiento a largo plazo.

Por otro lado, la modelización del cambio tecnológico como un fenómeno exógeno y no costoso llevaba a conclusiones difíciles de digerir —particularmente desde la estricta ética neoclásica, en la que la abstinencia era a la vez virtud cardinal y única vía hacia un futuro mejor. Interpretados literalmente, los modelos de crecimiento exógeno implicaban la rotura de toda conexión razonable entre inversión y crecimiento, y nos dejaban sin instrumentos de política económica con los que influir sobre el ritmo del desarrollo. La reacción ante el estado insatisfactorio de la teoría (y sus implicaciones un tanto heréticas) no se hizo esperar. Por un lado, hubo algunos intentos de recuperar un papel central para la formación de capital como vehículo transmisor de las nuevas tecnologías; por otro, se hizo aparente la necesidad de estudiar los factores responsables de la mejora de las técnicas productivas, es decir, de endogeneizar el progreso técnico.

2.1. *Solow y el Residuo*

El punto de partida obligado en el estudio de la teoría del crecimiento lo constituyen dos trabajos de Robert Solow publicados en los años cincuenta. El primero de ellos propone un modelo explícitamente dinámico de la evolución de una economía que proporcionaría el marco analítico para el desarrollo subsiguiente de la teoría neoclásica del crecimiento e, indirectamente, para gran parte de la macroeconomía «moderna»[1]. En el segundo, el autor utiliza una función de producción agregada para intentar interpretar los datos sobre el crecimiento americano durante la primera mitad del siglo, sentando así las bases de una metodología que daría lugar a una literatura empírica importante. La conclusión de este artículo —que la acumulación de capital físico explica sólo una fracción del crecimiento observado— marcaría profundamente la evolución posterior de los estudios sobre el tema. El residuo de Solow se interpretó como evidencia de la importancia del progreso técnico como fuerza motriz del desarrollo económico y forzó a los economistas a introducir este factor en sus modelos, iniciando así la línea de investigación que estudiaremos en este trabajo.

Comenzamos esta sección repasando el modelo de Solow y la visión del crecimiento económico implícita en él. A continuación resumimos brevemente los fundamentos analíticos de la metodología de «contabilidad del crecimiento» *(growth accounting)* y los resultados de una serie de trabajos empíricos basados en ésta que proporcionaron las primeras estimaciones de la importancia cuantitativa del «progreso técnico». Cerraremos con una discusión de algunas reacciones iniciales a la aparición del residuo que, como veremos, contenían ya el germen de las futuras teorías de crecimiento endógeno.

a) El Modelo Neoclásico de un Sector

Imaginemos un mundo en el que sólo existen dos factores y un bien. Capital (K) y trabajo (L) se combinan para producir un *output* homogéneo que puede ser consumido directamente o utilizado como capital en el proceso de producción. La tecnología viene dada por una función de producción $F(K, L)$ con rendimientos constantes a escala. Dada la homogeneidad de F, podemos defi-

[1] Un modelo muy similar pero menos general fue propuesto simultáneamente por Swan (1956), por lo que a veces se habla del modelo de Solow-Swan.

nir una función de producción *per cápita* f cuyo único argumento es el ratio capital/trabajo ($k = K/L$) por $f(k) = F(K/L, 1)$ y expresar el *output* total en la forma $F(K, L) = Lf(k)$. Suponemos que la economía está en equilibrio competitivo en cada momento, con pleno empleo de los dos factores, y que la oferta de trabajo es completamente inelástica, con lo que la fuerza laboral (L) es igual a la población, que suponemos aumenta a una tasa constante ($L_{t+1}/L_t = n$).

Supongamos finalmente que las unidades familiares ahorran una fracción constante (s) de su renta y prestan sus ahorros a empresas que los utilizan como capital productivo en el período siguiente. En equilibrio, la inversión bruta es igual al ahorro y, substrayendo de éste la depreciación (que ocurre a una tasa constante $0 < \delta < 1$), obtenemos el incremento neto en el stock de capital de un período al siguiente. Tenemos por tanto que la evolución del stock de capital viene dada por la ecuación.

$$K_{t+1} = sL_t f(k_t) + (1-\delta)K_t \qquad [1]$$

Dividiendo ambos lados de [1] por L_t, se obtiene una ecuación en diferencias en que la única variable de estado es el stock de capital por trabajador:

$$k_{t+1} = \frac{1}{n}[sf(k_t) + (1-\delta)k_t] \equiv g(k_t) \qquad [2]$$

Esto es, el *output* no consumido se invierte y lo que queda tras reemplazar el capital depreciado y equipar a los nuevos trabajadores con el stock medio preexistente, se utiliza para aumentar el capital por hombre. Como vemos, se trata de un modelo muy simple, pero en su momento representó un progreso importante, ya que explicitaba el hecho de que la inversión conlleva un aumento de la capacidad productiva —lo que a menudo no se tenía en cuenta en las formulaciones estáticas de tipo keynesiano dominantes en aquellos años— y enfatizaba el *trade-off* entre el consumo presente y el futuro.

El comportamiento del modelo de Solow es muy simple. Bajo supuestos estándar[2], la economía converge a un único equilibrio estacionario interior $k^* > 0$, para cualquier valor inicial de k estrictamente positivo. Un aumento en s se traduce en un desplazamiento hacia arriba de la línea de fase y en un crecimiento más rápido (para cada valor dado de k) hacia el estado estacionario; un aumento de la tasa de crecimiento de la población tiene exactamente el efecto opuesto. El diagrama de fase en el Gráfico 1 ilustra el comportamiento del modelo.

En los años cincuenta, el supuesto de Solow y Swan de una tasa de ahorro constante se consideraba una simplificación perfectamente razonable. Desde entonces, sin embargo, los economistas teóricos se han puesto cada vez más pesados en su insistencia en que el comportamiento de los agentes se modelice como el resultado de un problema de optimización. En la jerga actual de

[2] En particular, $f()$ es estrictamente cóncava con $f(0) = 0, f'(0) = \infty$ y $f'(\infty) = 0$, y $n \geq 1$.

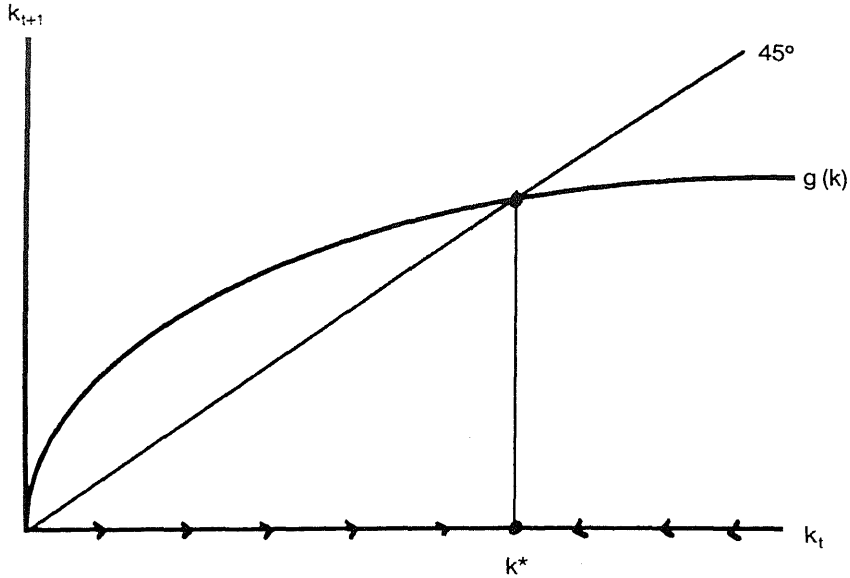

Gráfico 1
Diagrama de fase para el modelo de Solow

la profesión, el modelo de Solow pecaba de ser «ad-hoc», pero esta deficiencia fue pronto subsanada por otros autores. No repasaremos aquí estos trabajos, ya que lo que nos interesa no es tanto el comportamiento ahorrador de los agentes como la cuestión de qué es lo que mueve el crecimiento económico.

En las versiones tradicionales del modelo neoclásico la respuesta es, por supuesto, la formación de capital. En términos del modelo de Solow, el parámetro que determina el *nivel* de renta *per cápita* a largo plazo es la propensión al ahorro o, equivalentemente (en una economía cerrada), la fracción de la renta que se dedica a la inversión. Tan estrecha conexión entre la frugalidad y el crecimiento se adecuaba bien a los instintos primarios, un tanto calvinistas, de los economistas, recogidos a menudo en los textos básicos por la frase «no hay almuerzos gratis». Es esta la razón por la que el residuo, que en cierto sentido sugería la irrelevancia a largo plazo de la tasa de ahorro o inversión, llegó como una sorpresa, y por la que su explicación en términos de «progreso técnico» no fue muy bien recibida por algunos autores que enseguida se dieron cuenta de que el concepto se prestaba fácilmente a interpretaciones heréticas. En gran parte, el desarrollo posterior de la teoría del crecimiento se puede contar como la historia de los intentos de los economistas por restablecer el fuerte lazo entre la formación de capital y el crecimiento que el residuo amenazaba con cercenar.

Otro aspecto interesante del modelo neoclásico canónico es que, bajo los supuestos tradicionales recogidos en la nota 2, el crecimiento debe acabar deteniéndose. El supuesto de que el producto marginal del capital tiende a cero si k tiende a infinito, implica en particular que la senda temporal de k, y por tanto la renta *per cápita*, está acotada superiormente. Al aumentar el capital, su productividad media disminuye, arrastrada por la marginal, hasta el punto que un stock lo suficientemente grande sería incapaz de reproducirse a sí mismo y se reduciría progresivamente hasta volver al nivel estacionario. Por tánto, la hipótesis fuerte de rendimientos decrecientes implícita en la condición de Inada $f'(\infty) = 0$, implica que no es posible sostener el crecimiento de forma indefinida.

Esta implicación parecía estar en desacuerdo con la experiencia de los países industrializados durante los dos últimos siglos, y ha motivado la búsqueda de modelos en los que el crecimiento sostenido sea factible. Si bien la mayor parte de estos incorporan algún tipo de progreso técnico, resulta que es posible obtener crecimiento indefinido en un marco estrictamente neoclásico y sin recurrir a A: basta con relajar la condición de Inada[3]. Inversamente, la introducción de progreso técnico no requiere lógicamente que el crecimiento continue de forma indefinida.

b) El Residuo

Incluso antes de que apareciese el modelo de Solow, se empezó a acumular evidencia que sugería que la experiencia de crecimiento del último siglo no podía entenderse simplemente como el resultado del aumento en la cantidad de factores utilizados. Ya en 1957, varios estudios indicaban que más de la mitad del crecimiento norteamericano durante los últimos ochenta años (y posiblemente hasta el 90% en términos *per cápita*) debía atribuirse no a un aumento del volumen de *inputs* sino al crecimiento de su productividad[4]. Estos resultados implicaban un desafío fundamental al dogma de la primacía del capital y motivaron gran cantidad de trabajo, tanto empírico como teórico, que intentaba clarificar la naturaleza y cuantificar la importancia de los factores responsables del aumento de la productividad.

El componente «no explicado» del crecimiento es lo que se dio en llamar el «residuo» de Solow. En la interpretación estándar, el residuo refleja los efectos del progreso tecnológico, pero como se verá, existen otras alternativas perfectamente plausibles. Repasaremos algunas de éstas brevemente, preparando el escenario para la discusión, en una sección posterior, de las diferentes teorías de crecimiento endógeno.

Comenzamos con un bosquejo del modelo de contabilidad del crecimiento. Solow (1957) parte de dos supuestos básicos: El primero es la existencia de

[3] Véase por ejemplo, Jones and Manuelli (1990a,b).

[4] Schmookler (1952), Fabricant (1954), Kendrick (1956), Abramovitz (1956) y Solow (1957). Los períodos que se estudian y los detalles del método utilizado varían de un estudio a otro. Nos centraremos en el trabajo de Solow ya que éste es el que está basado más explícitamente en la teoría y también el más general.

una función de producción agregada, es decir una relación estable entre los stocks totales de factores y la renta nacional. El segundo es el supuesto neoclásico tradicional de competencia perfecta y rendimientos constantes a escala. Bajo tales circunstancias, los precios de los factores corresponden a sus productividades marginales, lo que nos permite calcular a partir de datos fácilmente disponibles que parte del aumento del producto se debe al incremento de los stocks de factores. Lo que queda sin explicar es el residuo.

Supongamos que la función de producción agregada es una función diferenciable de la forma

$$Y(t) = F\big(K(t), L(t), A(t)\big) \tag{3}$$

donde A es un índice de eficiencia tecnológica. Diferenciando los dos lados de [3] con respecto a t obtenemos, después de dividir por Y:

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{F_K K}{Y}\frac{K'}{K} + \frac{F_L L}{Y}\frac{L'}{L} + \frac{F_A A}{Y}\frac{A'}{A}$$

donde las primas denotan derivadas con respecto al tiempo. En notación más compacta, podemos escribir

$$g_Y = \varepsilon_K g_K + \varepsilon_L g_L + \varepsilon_A g_A \tag{4}$$

donde ε_i es la elasticidad del *output* con respecto al *input i*, y $g_x = x'/x$ la tasa de crecimiento de la variable x.

Si suponemos que la función de producción exhibe rendimientos constantes en capital y trabajo, y que los precios de los factores se determinan en mercados competitivos, la elasticidad del *output* con respecto a cada uno de los *inputs* es igual a la participación de éste en la renta nacional[5]. Llamando π a la participación del capital, y suponiendo para simplificar que $\varepsilon_A = 1$[6], tenemos

$$g_Y = \pi g_K + (1-\pi) g_L + g_A$$

Midiendo L por el número de trabajadores o de horas trabajadas, y poniendo $y = Y/L$ y $k = K/L$ para el *output* y el capital por unidad de trabajo respectivamente, podemos escribir la tasa de crecimiento de la renta por unidad de trabajo como una suma ponderada de las tasas de crecimiento del capital por unidad de trabajo y del índice tecnológico:

$$g_y = g_Y - g_L = \pi g_K - \pi g_L + g_A = \pi g_k + g_A \tag{5}$$

una expresión que podemos utilizar para calcular el valor de g_A, que es la única magnitud no observable y mide la contribución del progreso técnico al aumento de la renta.

[5] Valavanis (1955, págs. 216-7) fue aparentemente el primero en hacer algo parecido, aunque atribuye la idea a Harberger.

[6] Es decir, la función de producción es de la forma $AF(K, L)$. Solow adopta esta especificación después de experimentar con varias formas funcionales.

Llegamos así a la ecuación que Solow (1957) utiliza para analizar datos americanos correspondientes al período 1909-1949. Sus cálculos muestran que el capital por hora trabajada en el sector privado no agrícola aumentó a una tasa media anual del 0,68% durante el período, mientras que el producto por hora trabajada lo hizo a un ritmo del 1,8% anual, lo que, con $\pi = 0{,}33$, deja como contribución del factor residual A el 87,5% del total.

Estos resultados y otros similares plantearon la pregunta de qué estaba detrás de A. Solow y sus colegas sabían de sobra que, por construcción, el residuo recogía los efectos de todos los factores excepto el aumento en el volumen físico de capital y trabajo utilizados. Sin embargo, el consenso entre los distintos autores parece haber sido que lo que capturaba el factor residual era sobre todo el efecto del «progreso técnico».

La interpretación que hace Abramovitz de resultados similares a los de Solow da una idea de la primera reacción de los economistas neoclásicos ante la repentina aparición de A (1956, págs. 11-4). El autor admite sorpresa y un cierto desencanto ante el tamaño del residuo, que considera «una medida de nuestra ignorancia sobre las causas del crecimiento económico». A continuación, viene una lista de factores que podrían llevar a subestimar el crecimiento del stock de capital, hinchando así el residuo. Pero la conclusión final es que A refleja sobre todo, y nótese la expresión, la contribución del aumento en «el stock de capital-conocimiento». Anticipando futuras discusiones, el aumento del caudal de saber útil se ve en parte como resultado de «la inversión de recursos en investigación, educación y similares», y en parte como un efecto secundario de «otras actividades humanas».

La popularidad alcanzada por la interpretación de A como «progreso técnico» se debió en gran parte a la noción preexistente de que el avance tecnológico había sido uno de los grandes motores del desarrollo de las naciones industrializadas. En cierto modo, «tecnología» no era más que una etiqueta conveniente y que se le ocurría a uno fácilmente. Además, parecía un término poco conflictivo, con una larga tradición que venía de los patriarcas clásicos. Pero las apariencias son a veces engañosas; como enseguida descubrieron algunos de los guardianes de la tradición familiar, «la tecnología» se prestaba fácilmente a interpretaciones heréticas. Sonaba peligrosamente como un almuerzo gratis:

> Es tentador saltar [del remanente]... a la conclusión que quizás la acumulación de capital no importa mucho después de todo; las mejoras técnicas (incluso aquellas que pueden obtenerse sin ningún tipo de acumulación de capital) son lo que cuenta. Uno se encuentra con una cierta tendencia a pensar de esta forma en algunos sitios... (Hicks, 1960; pág. 129).

Los que recibieron el «progreso técnico» con sospechas enseguida sugirieron interpretaciones más ortodoxas del residuo basadas, bien en el rechazo de los supuestos contenidos en [5], bien en la opinión de que los *inputs* relevantes no habían sido medidos de forma apropiada. Hicks (1960) opta por la primera posibilidad y riñe a los «contables del crecimiento» por haberse olvidado de los rendimientos crecientes. En su opinión, la contribución atribuida al capital era demasiado pequeña para ser creíble; esto le lleva a conjeturar que el residuo podría ser una mera ilusión creada por el supuesto de rendimientos constantes. Para poder apreciar el verdadero efecto de la acumulación de capital sobre la productividad, concluye, debemos apartarnos de los supuestos tradicionales, sugiriendo en concreto un modelo con rendimientos crecientes y competencia monopolística.

Schultz (1961) toma el camino alternativo y cuestiona la relevancia de los datos empleados. Cuando medimos el trabajo por las horas trabajadas o por el tamaño de la fuerza laboral, argumenta este autor, no tomamos en consideración el hecho de que la calidad del esfuerzo humano ha aumentado considerablemente con el tiempo debido a la inversión en educación y sanidad. Como resultado, subestimamos tanto la cantidad de trabajo como la medida relevante de capital. En la opinión de Schultz, la importancia aparente de A se debe sobre todo a la omisión del capital humano.

Las diferentes interpretaciones del residuo sugeridas ya en este momento proporcionarían más tarde las bases para las distintas ramas de la literatura de crecimiento endógeno. También contenían la semilla de una reconciliación futura. Las sugerencias de Hicks y Schultz pretendían restaurar una «conexión entre los recursos nacionales y la renta nacional» que se veía amenazada por la interpretación tecnológica (Schultz, 1961, pág. 5). El peligro, sin embargo, no era el cambio tecnológico en sí, sino la tentación de pensar que éste caía gratis del cielo. Algo de esto si hubo, pero enseguida hubo que enfrentarse con la pregunta obvia: ¿de dónde venía el progreso técnico? Cuando las dos sugerencias de Abramovitz se formalizaron, se vio que el peligro de herejía seria era pequeño. Con el «aprender haciendo» *(learning by doing)* o los rendimientos crecientes, el capital reaparece, como veremos enseguida, con toda su vieja gloria. Los modelos de I+D y capital humano requieren una cierta flexibilidad en la interpretación de la doctrina tradicional, pero ambos son perfectamente compatibles con su espíritu. Basta con redefinir la inversión como «todo aquel uso de recursos que ayuda a aumentar la producción en períodos futuros» (Abramovitz, 1956, pág. 12).

Pero nos estamos adelantando demasiado. Todavía estamos a principios de los años sesenta y lo primero que hay que hacer es ver como se incorporó A al modelo neoclásico.

2.2. *Progreso técnico exógeno*

En la primera generación de modelos formales de crecimiento con progreso técnico, A aparece como una variable exógena. Hasta cierto punto, esto reflejaba la reticencia de los economistas a inmiscuirse en el campo de la «ciencia», pero en gran parte el supuesto de exogeneidad era tan solo una simplificación conveniente. Para hacer un análisis preliminar de las implicaciones del progreso técnico continuado, suponer que A crecía a un ritmo constante simplificaba mucho las cosas.

Incluso con este supuesto, se vio enseguida que no era posible un análisis general del problema. Si no se imponían supuestos adicionales, el comportamiento de los modelos de progreso tecnológico exógeno resultaba difícil de caracterizar con precisión. La búsqueda de especificaciones tratables llevó a una formulación en la que el progreso técnico era equivalente a un aumento en los stocks de *inputs* (para acortar, progreso «aumentador de factores» en lo que sigue). Con tal extensión, el modelo de Solow llevaba a dos conclusiones básicas. La primera era que los modelos de este tipo no se comportaban bien, excepto en el caso en el que el progreso técnico entraba en la función de producción de una manera particular que se dio en llamar neutralidad en el sentido de Harrod, en honor de uno de los abuelos de A. La segunda fue que si se suponía que A crecía a una tasa constante, el ritmo del progreso técnico se convertía en el único determinante de la tasa de crecimiento a largo plazo.

Los dos resultados eran bastante embarazosos: el primero porque no había ninguna razón válida para esperar que el progreso tecnológico fuese exactamente del tipo necesario para garantizar el buen comportamiento de los modelos, y el segundo porque sugería que, después de todo, la acumulación de capital no era tan importante. Estos resultados motivaron dos nuevas líneas de investigación, en las que el progreso tecnológico es aún un fenómeno básicamente exógeno. Una, la teoría del sesgo inducido *(induced bias)* fue un intento de demostrar que la neutralidad en el sentido de Harrod podía aparecer de forma endógena si se postulaba la existencia de distintos tipos de As y se dejaba que las empresas escogieran entre ellas. La segunda, la hipótesis de incorporación *(embodiment)* intentaba recobrar un papel importante para el capital a partir del supuesto de que A sólo podía llegar al mundo a caballo de nueva maquinaria.

a) Progreso Técnico Aumentador de Factores

Una de las dificultades que se presentan cuando se modeliza el progreso técnico mediante la introducción de un término exponencial en t en la función de producción es que la ecuación diferencial que describe la evolución de la economía deja de ser autónoma y por tanto carece de estados estacionarios en el sentido habitual del término. Excepto si A entra en la función de producción de una forma bastante particular, el comportamiento del sistema resultante es difícil de describir con precisión. El valor creciente de A típicamente garantiza que el crecimiento será continuado, pero no es fácil decir más que esto.

La necesidad de encontrar una especificación tratable llevó a los economistas a concentrarse en un caso particular de [3], aparentemente muy sencillo, en el que el progreso técnico se traduce en un aumento en el número de «unidades de eficiencia» que proporciona cada unidad física de capital o trabajo. Se adoptó una función de producción generalizada de la forma

$$Y_t = F(B_tK, A_tL), \qquad [6]$$

en la que A adquiere una personalidad múltiple, desdoblándose en dos índices distintos de productividad, uno para el capital (B) y otro para el trabajo (A).

Suponiendo que $F(\cdot,\cdot)$ es homogénea de grado uno, que A y B crecen exponencialmente con el tiempo, a tasas constantes $g_A = A'/A$ y $g_B = B'/B$, y manteniendo el resto de los supuestos de Solow, es fácil llegar a la ecuación

$$k' = sB_t f(k) + g_B k - (\delta + g_A + n)k \equiv h(k) \qquad [7]$$

donde $k = BK/AL$ es la razón capital/trabajo en unidades de eficiencia. Comparando [7] con la ley de moción del modelo original de Solow, observamos que la principal diferencia entre las dos es la presencia del término exponencial $B_t = B_0 e^{g_B t}$, que introduce un fuerte elemento de no-estacionariedad. Esto hace que el comportamiento del modelo no sea agradable, salvo en el caso especial en el que $g_B = 0$ y, por tanto, B es constante.

En particular, si $g_B > 0$, resulta obvio que [7] no admite una solución en la cual k es constante y el stock total de capital, y la renta y el consumo *per cápita* crecen a un ritmo constante. La ausencia de este tipo de solución (que juega el mismo papel que un estado estacionario ordinario en el modelo sin progreso técnico) resulta bastante enojosa porque la tasa constante de crecimiento de la renta *per cápita* en esta senda nos proporciona un resumen muy conveniente del comportamiento del modelo a largo plazo.

En segundo lugar, es posible demostrar[7] que salvo en el caso de neutralidad en el sentido de Harrod ($g_B = 0$), el modelo implica que la participación de uno de los dos factores se aproxima asintóticamente a cero. Puesto que esta predicción parecía poco razonable dada la relativa estabilidad en el tiempo de las participaciones de los factores, algunos investigadores comenzaron a preguntarse si había alguna razón para esperar que el progreso técnico fuese en efecto aumentador del trabajo. Una posible respuesta, la hipótesis del sesgo inducido, se basa en la idea de que la dirección de la actividad innovadora debería responder a los precios de los factores y por tanto a su escasez relativa. Al acumularse el capital, su precio relativo tendería a bajar, y esto haría que fuese rentable concentrar el esfuerzo investigador en la reducción del uso de mano de obra. De esta forma, la neutralidad en el sentido de Harrod podría aparecer de forma endógena[8].

El problema del comportamiento de las participaciones de los factores no ha jugado un papel central en el desarrollo posterior de la teoría del crecimiento, en gran parte porque el supuesto de neutralidad *à la* Harrod proporcionaba una forma conveniente de evitar (que no de resolver) el problema. Mucho más importante ha sido el resultado al que ahora pasamos, ya que tendía a

[7] Véase de la Fuente (1991), apéndice al capítulo 1.

[8] Referencias importantes son, entre otras, Kennedy (1964), Samuelson (1965) y Drandakis y Phelps (1966). Para un repaso de esta literatura, véase la versión en documento de trabajo de este artículo, de la Fuente (1992).

confirmar desde un punto de vista teórico la importancia central del ritmo de progreso técnico en la determinación de la tasa de crecimiento.

Volviendo a la ecuación [7], hemos visto que para asegurar el comportamiento razonable del modelo, basta con suponer que $g_B = 0$; en tal caso, B es una constante y, para no andar llevándola de un lado para otro, podemos suponer que es igual a uno, lo que nos deja con

$$k' = sf(k) - (\delta + g_A + n)k \qquad [8]$$

Esta ecuación es idéntica a la ley de comportamiento del modelo básico de Solow (con los cambios obvios para pasar a tiempo continuo), excepto que al definir k como el stock de capital por unidad de eficiencia de trabajo (y no por trabajador), el progreso técnico aumentador del trabajo juega el mismo papel que la depreciación del capital o el crecimiento de la población. Bajo los supuestos habituales sobre la función $f(\,)$, el modelo tiene un único estado estacionario interior ($k^* > 0$). Dado un valor inicial de k estrictamente positivo, el sistema converge a una senda cuasi-estacionaria en la que k es constante y el capital y la renta *per cápita* crecen ambos a la misma tasa constante.

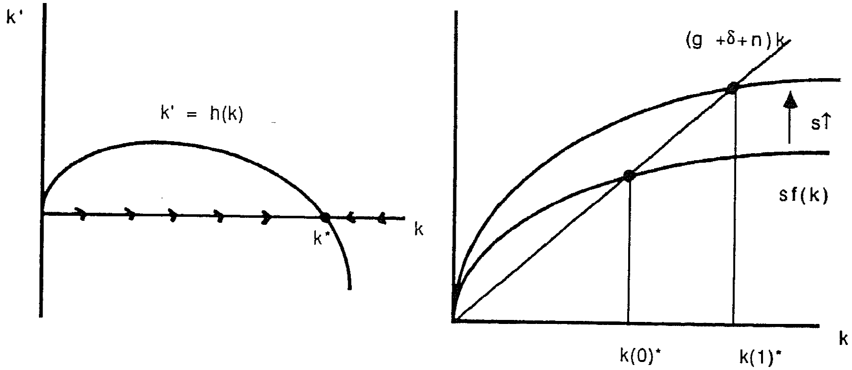

Gráfico 2
Modelo de Solow con progreso técnico neutral en el sentido de Harrod

Por consiguiente, la solución estacionaria del modelo se puede interpretar como un equilibrio a largo plazo. Asintóticamente, k es constante, y la renta *per cápita* en t viene dada por

$$y_t = Y_t/L_t = A_t f(k^*) = A_0 \exp(g_A t) f(k^*) \quad \Rightarrow \quad g_y = g_A$$

A largo plazo, por tanto, la tasa de crecimiento de la renta *per cápita* viene determinada por el ritmo del progreso técnico, independientemente de todos los demás parámetros del modelo. Pero entonces, ¿qué pasa con la tasa de ahorro/inversión, s? ¿no debería la inversión ser un determinante importante del crecimiento? Es fácil ver que un aumento de s se traduce en un mayor valor estacionario de k, pero no en un ritmo más rápido de crecimiento. Si tomamos dos economías que difieren sólo en su propensión al ahorro, las ponemos en marcha y volvemos cuando ambas estén cerca del estado estacionario, la más «frugal» tendrá un *nivel* de renta más alto, pero las dos crecerán exactamente a la misma *tasa*.

Hasta cierto punto, éste es un resultado artificial de la especificación aumentadora del trabajo. En una senda de crecimiento equilibrado, k debe ser constante, es decir el capital K y el trabajo AL (medido en unidades de eficiencia), deben crecer al mismo ritmo, lo que deja el producto por trabajador proporcional a A. Pero de todos modos, el modelo implica que, en un cierto sentido, la acumulación de capital no es tan importante; al menos a largo plazo, el progreso tecnológico es lo que realmente importa. Muchos economistas encontraron esta conclusión difícil de aceptar porque contradecía su convicción, firmemente implantada, de que el crecimiento debía entenderse como el resultado de la frugalidad y la inversión. Como iremos viendo, se dedicaron muchos esfuerzos a «rescatar el capital».

b) Al Rescate del Capital, I: la Hipótesis de Incorporación

Las líneas maestras del primer intento son ya aparentes en Solow (1957, pág. 316). Se trataba de reivindicar el capital como vehículo para la introducción de nuevas tecnologías. En trabajos posteriores (1960, 1962) Solow formaliza esta hipótesis de «incorporación», proponiendo un modelo de *vintage* en el que el capital construido en fechas distintas incorpora tecnologías diferentes. Utilizaremos una versión generalizada de este modelo en la que coexisten el progreso técnico incorporado y el no incorporado (Phelps, 1962), para explorar las implicaciones de la hipótesis de incorporación. Los resultados son mixtos. Cuanto más carácter incorporado tenga el progreso técnico, mayor será la respuesta a corto plazo del *output* ante la inversión, ya que ésta contribuye a modernizar el stock de capital además de aumentar su cantidad. Por otro lado, una inversión alta hoy implica que en algún momento futuro tendremos mucho capital viejo. Por tanto, un aumento en el coeficiente de inversión no resulta necesariamente en una reducción permanente de la edad media del capital. En la especificación utilizada por Solow y Phelps, la tasa asintótica de crecimiento de la renta es independiente tanto del coeficiente de inversión como del grado de incorporación.

Cuando el progreso técnico es de tipo «incorporado», el capital deja de ser un factor homogéneo. Por tanto, tenemos que tener en cuenta la fecha de fabricación de cada «máquina». Sea $K_v(t)$ la cantidad de capital instalado en v que permanece en uso en el período t. El *output* producido en t utilizando capital de fecha v en combinación con una cantidad $L_v(t)$ de trabajo viene dado por

$$Q_v(t) = [K_v(t)]^{\alpha} [L_v(t) A_v B(t)]^{1-\alpha}$$

donde los coeficientes $B(t)$ y A_v capturan, respectivamente, el progreso técnico no incorporado y el incorporado. Suponemos que los dos índices tecnológicos crecen con el tiempo a tasas constantes $B'(t)/B(t) = \mu$ y $\frac{dA_v}{dv} = \eta$. El lector debería observar con cuidado la diferencia entre los dos índices: el aumento en $B(t)$ incrementa la productividad de todo el capital en la misma proporción. Por otro lado, el coeficiente A_v que se aplica a una máquina determinada depende únicamente de su fecha de producción (v) y no cambia una vez que ésta ha sido instalada; sin embargo, la maquinaria más moderna tendrá un índice tecnológico A_v más alto.

Si suponemos que la tecnología es Cobb-Douglas, es posible agregar la maquinaria de distintas edades y obtener un índice único K del stock efectivo de capital. Bajo el supuesto que el trabajo se distribuye de forma óptima (con vistas a maximizar el beneficio) entre los stocks de capital de distintas edades, el *output* total viene dado por una función de producción en forma reducida de la forma

$$Y(t) = B(t)^{1-\alpha} K(t)^{\alpha} \qquad [9]$$

donde hemos normalizado el tamaño (constante) de la población a uno, y $K(t)$ viene dado por

$$K(t) = \int_0^t K_v(t)\, A_v^{(1-\alpha)/\alpha}\, dv$$

Con una propensión al ahorro fija (s) y la misma tasa de depreciación (δ) para los stocks de capital de todas las edades, el modelo se reduce a una sola ecuación diferencial

$$k' = sk^{\alpha} - \lambda(\eta,g)k \qquad [10]$$

con $k = K/BA^{1/\alpha}$ y

$$\lambda(\eta,g) = [\mu+(\eta/\alpha)+\delta] = \delta + g + \frac{(1-\alpha)\eta}{\alpha}$$

donde $g = \mu+\eta$ es la tasa «total» del progreso técnico.

El diagrama de fase del sistema es idéntico al del modelo de la última sección. Para cada $k_0 > 0$ inicial dado, el sistema converge a un estado estacionario con un valor k^* constante. Utilizando [10], el producto total viene dado, en una senda de crecimiento equilibrado, por

$$Y(t) = B(t)^{1-\alpha} K(t)^{\alpha} = B(t)^{1-\alpha} [B(t)A_t^{\frac{1}{\alpha}}k^*]^{\alpha} = B(t)A_t(k^*)^{\alpha}$$

lo que implica una tasa asintótica de crecimiento igual a $g = \mu+\eta$. Por tanto, el grado de incorporación (el reparto de un g dado entre μ y η) no tiene ningún efecto sobre el ritmo del crecimiento a largo plazo que depende, como en el modelo anterior, únicamente de la tasa total de progreso técnico.

Por otro lado, el grado de incorporación sí importa a corto plazo. Para ver esto, consideremos el experimento siguiente. Supongamos que, partiendo de una senda cuasi-estacionaria, el coeficiente de ahorro/inversión s aumenta ligeramente. Sabemos que el sistema acabará convergiendo a un nuevo equilibrio estacionario con un valor de k^* más alto pero la misma tasa de crecimiento. Durante la transición, sin embargo, el ritmo de crecimiento aumentará temporalmente ya que, a corto plazo, la efectividad de la inversión aumenta con el grado de incorporación. En particular, la elasticidad del *output* con respecto a s en cada punto de la senda temporal de la economía vendrá dada por

$$\xi(t, g, \eta) \equiv \frac{\partial Y(t)}{\partial s} \frac{s}{Y(t)} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)}(1 - e^{-(1-\alpha)\lambda t})$$

Si $t \rightarrow \infty$, tenemos $\xi(t, g, \eta) \rightarrow \frac{\alpha}{(1-\alpha)}$, así que, en el estado estacionario, la elasticidad del *output* con respecto al coeficiente de inversión es independiente del grado de incorporación (medido por el valor de η, dado g). También en este sentido, el grado de incorporación es irrelevante a largo plazo. Para cualquier t finito, sin embargo, $\xi()$ es una función creciente de η (para un g dado). Es decir, si aumentamos la inversión en un porcentaje dado, el incremento porcentual del producto que resulta aumenta con el grado de incorporación. El efecto se canaliza a través de una reducción transitoria en la edad media del capital y desaparece asintóticamente al volver ésta a su valor estacionario que, como demuestra Phelps, depende sólo de g y δ.

En resumen, una investigación preliminar de las implicaciones del progreso técnico se llevó a cabo utilizando una sencilla extensión del modelo de Solow en la que el avance tecnológico tomaba la forma de un aumento exógeno y a ritmo constante de las unidades de eficiencia suministradas por una unidad física de cada factor de producción. Este ejercicio llevó a dos resultados que estaban en desacuerdo con el sentido común de los economistas. Uno era que el ritmo de la innovación se convertía en el determinante principal de la tasa de crecimiento, relegando la formación de capital a un papel secundario. El segundo era una predicción poco plausible sobre el comportamiento a largo plazo de las participaciones de los factores. La insatisfacción con estos resultados motivó ciertas extensiones del modelo de Solow. Los modelos de sesgo inducido representan el primer intento serio, aunque aún insuficiente, de endogeneizar ciertos aspectos del avance tecnológico. La hipótesis de incorporación, por otro lado, marca un primer intento de recuperar un papel central para el capital. Su fracaso relativo hacía evidente una vez más la necesidad de enfrentarse con el cambio técnico.

3. Progreso técnico endógeno: el marco conceptual

Los trabajos de Abramovitz y Solow entre otros demostraron que sólo una pequeña parte del crecimiento de la renta *per cápita* se podía explicar en términos de la acumulación de capital físico. Esto nos dejaba con un residuo incómodamente grande y con el progreso técnico, en una forma u otra, como motor principal del crecimiento económico. A nivel teórico, los modelos de crecimiento exógeno tendían a reforzar esta última conclusión sin contribuir mucho al entendimiento del fenómeno tecnológico o la formulación de la política de desarrollo. La hipótesis de que el saber útil simplemente caía del cielo como el maná, se reducía, como se ha repetido con frecuencia, a una confesión de ignorancia, y no ofrecía ningún tipo de guía sobre cómo fomentar el crecimiento. Si la acumulación de conocimientos era en realidad la causa principal del progreso económico, y si era a la vez exógena y no costosa, el crecimiento resultaba ser un «almuerzo gratis», pero un almuerzo en el que los comensales no tenían nada que decir sobre el menú.

Había, sin embargo, motivos para acoger con escepticismo conclusiones tan extremas. Después de todo, la investigación y la educación consumen una cantidad importante de recursos y producen *outputs* de valor. Y mientras que la ciencia «pura» podría muy bien ser exógena, los economistas sospechaban que muchas de las actividades más aplicadas eran sensibles a la motivación pecuniaria. En conclusión, parecía haber buenas razones para tratar la adquisición y diseminación de conocimientos útiles como una actividad económica.

3.1. La innovación como fenómeno económico

Varios estudios empíricos realizados a finales de los cincuenta y principio de los sesenta suministraron evidencia de que las sospechas de los economistas eran correctas y fueron convenciendo a la profesión de que era perfectamente legítimo analizar el sector inventivo con las herramientas tradicionales del oficio[9]. Poco a poco, se fue desarrollando un marco conceptual apropiado para el estudio de la innovación. En buena parte, se procedió a aplicar los familiares conceptos de oferta y demanda, coste y beneficio, al estudio de una nueva «industria». Sin embargo, este nuevo sector producía un bien un tanto peculiar cuyas propiedades complicaban bastante el análisis tradicional.

A principios de los años sesenta, los economistas interesados en estos temas empezaban a formular una «teoría de mercado de la actividad inventiva» (Nelson, 1962, pág. 6). Uno de los primeros en articular una teoría de este tipo fue Schmookler (1962, 1966). En su opinión, el *output* de conocimientos útiles es sensible tanto a factores de oferta como de demanda. En un momento dado, el stock existente de conocimientos básicos determina que invenciones son factibles y el coste esperado de cada una de ellas; el tamaño del mercado relevante determina los ingresos del inventor, y la combinación de los dos factores implica una cierta tasa de beneficios. Mirando así las cosas, parecía razonable suponer que los investigadores dirigirían sus esfuerzos preferentemente hacia las actividades más rentables. Los estudios antes citados confirmaban esta hipótesis.

[9] Entre éstos cabe destacar los trabajos de Griliches (1957) y Mansfield (1961) sobre la propagación de innovaciones en los sectores agrícola e industrial respectivamente, de Schmookler (1962, 1966) sobre la influencia de los factores de demanda sobre la orientación de la actividad inventora, y de Minasian (1962) sobre el efecto del I+D sobre la productividad y los beneficios de las empresas.

Schmookler, en particular, enfatiza el papel de los factores de demanda, dejando a la ciencia en un papel secundario como factor casi puramente permisivo. En su formulación de la «teoría de mercado» de la invención, el sector tecnológico se parece mucho a la industria minera. La demanda por sus productos es una demanda derivada en último término del deseo de bienes de consumo por parte de las unidades familiares, y sus costes de producción dependen de la disponibilidad y dificultad de extracción de ciertas materias primas. La analogía es útil porque sugiere que las herramientas cotidianas de la teoría de la producción y la distribución pueden utilizarse para estudiar el progreso técnico, pero necesita como complemento el reconocimiento de ciertas características específicas del fenómeno tecnológico. El segundo componente central de la teoría económica de la innovación es la observación que el progreso técnico conlleva la producción y distribución de *información.*

3.2. El progreso técnico como acumulación de información

Desde el punto de vista de la teoría económica, la información es un bien muy peculiar que se resiste a someterse a la teoría tradicional del mercado. La incorporación de este concepto al análisis del progreso técnico puso de relieve la verdadera complejidad del fenómeno. Este fue un avance importante y positivo, ya que forzaba a los economistas a enfrentarse con los aspectos esenciales del problema, superando así el análisis bastante mecánico de los primeros modelos de crecimiento. Sin embargo, las cosas se complicaban tanto que, tras un período de gran actividad, la literatura sobre el crecimiento endógeno se detuvo casi por completo durante más de una década.

Una de las cosas que se complica bastante cuando comenzamos a explorar las implicaciones del concepto de información son las conexiones técnicas (de *input-output*) entre la ciencia, la tecnología y el sector industrial o productor de bienes. En el modelo «minero» de Schmookler, existe una sucesión lineal de conexiones técnicas hacia adelante que lleva de la ciencia a la industria a través de la tecnología (cada sector produce un *input* para el siguiente) y otra serie de conexiones económicas «hacia atrás» que llevan de la industria a la tecnología y de ésta a la ciencia a través de incentivos pecuniarios.

Si pensamos en términos de la producción de conocimientos, las cosas no son tan sencillas. Aunque es posible buscar explícitamente ciertos tipos de información, muy a menudo ésta aparece como un subproducto de la producción y uso de bienes y servicios[10]. El aprendizaje, por tanto, cambia el sentido de la conexión técnica entre la producción de bienes y la de conocimientos. Y lo mismo ocurre con la conexión entre ciencia y tecnología. *Inputs* informativos

[10] La importancia de tales procesos de aprendizaje ha sido reconocida durante mucho tiempo. Por ejemplo, la concepción de Marshall y Young de las economías de escala dinámicas, de la que ya se encuentran indicios en A. Smith, corresponde esencialmente a este fenómeno. El tema ha reaparecido más recientemente en los conceptos de «learning by doing» (aprender haciendo) (Arrow, 1962) y «learning by using» (aprender usando) (Rosenberg, 1978).

pasan así de un sector a otro en todas las direcciones, pero esto no es todo. Junto con estos *inputs* existe una cadena hacia atrás de motivaciones que incluyen, pero no están limitadas a, los incentivos pecuniarios. En particular, los problemas aparecen como un *input* esencial para el proceso de producción de nuevos conocimientos. Y los problemas, al igual que los resultados, pasan regularmente de un lado a otro de la cadena formada por la ciencia, la tecnología y la industria. No hay duda de que este proceso viene acompañado en muchos casos de incentivos económicos pero, incluso sin estos, la aparición de un problema interesante tiene el efecto de dirigir el esfuerzo científico o técnico en ciertas direcciones particulares. El beneficio pecuniario y la curiosidad son dos de los canales a través de los cuales la actividad productiva influye sobre el calendario de la tecnología, y ésta sobre el de la ciencia (Rosenberg, 1981).

En resumen, la relación entre la ciencia, la tecnología y la producción de bienes es muy compleja: a las conexiones técnicas hacia adelante sugeridos por la analogía con la minería, hay que sumar lazos supletorios «hacia atrás» de la industria a la tecnología, y de ésta a la ciencia a través de los procesos de aprendizaje. Y entremezclados con estos lazos técnicos hay también mecanismos de incentivación que, a través de las oportunidades de beneficio y el efecto catalizador de la aparición de nuevos problemas, hacen que la actividad inventiva sea sensible a las fuerzas de mercado.

a) El Incentivo a Innovar

El alto riesgo inherente a la producción de información y la dificultad de apropiación de sus beneficios tienden a reducir el valor privado de la información por debajo de su producto marginal social. Desde el punto de vista de la teoría del bienestar, esto tiene consecuencias importantes, ya que una economía de mercado será típicamente incapaz de proporcionar los incentivos adecuados para que los agentes dediquen el volumen socialmente óptimo de recursos a la creación de nuevos conocimientos. Por tanto, es necesario que el gobierno tome medidas correctoras, bien en la forma de subsidios, bien financiando directamente la actividad investigadora.

Arrow (1962) ofrece una formulación clásica del análisis estándar del problema. En su opinión, la producción de información es un proceso de naturaleza distinta a la producción de bienes físicos y fundamentalmente más arriesgado. Además resulta muy difícil separar la investigación de la asunción de riesgos porque los instrumentos financieros que permitirían tal separación no existen —y hay buenas razones para ello, puesto que la eliminación del riesgo reduciría considerablemente los incentivos del innovador potencial. Como resultado de este problema de riesgo moral y de la dificultad de supervisar la actividad inventiva, la mayor parte del riesgo financiero deberá ser asumido por el investigador mismo. Si este es averso al riesgo, el nivel de actividad inventiva tenderá a ser demasiado bajo.

Un segundo problema aún más fundamental tiene su origen en el carácter de bien público de la información. El saber es un ejemplo perfecto de *input* no-rival: el uso de una información determinada por parte de un agente no reduce en absoluto su valor técnico para otros posibles usuarios. Pero su uso por otros si que puede reducir su valor *económico* para el primer individuo. Como resultado, el descubridor de la información querrá a menudo impedir que otros la utilicen— tarea difícil, ya que cualquier uso tenderá a revelarla, al menos en parte. El productor también tendrá dificultades si intenta capturar el valor de la información vendiéndola: un comprador potencial no sabrá el valor del producto hasta que lo vea, pero una vez examinado éste, el cliente entra automáticamente en posesión del mismo y no tiene ya incentivo alguno para pagar. Además, una vez que otro agente ha adquirido la información, el monopolio original desaparece, ya que éste puede revender el producto sin perder su uso.

Estos problemas pueden ser aliviados en parte mediante un sistema de patentes que de al inventor derechos exclusivos sobre el uso de su descubrimiento durante un tiempo determinado. Pero como dice Arrow, «ningún tipo de protección legal puede convertir algo tan intangible como la información en un bien completamente apropiable» (1962, págs. 110-1). En la medida en que la patente reduce el problema de apropiabilidad, aumenta el incentivo a inventar, pero también se reduce el nivel de utilización del *output* investigador. Por tanto, la combinación de no-rivalidad y dificultad de exclusión, nos dejan con la necesidad de negociar un difícil compromiso entre la ineficiencia estática debida a la subutilización de información ya creada, y la falta de incentivos para la investigación.

En conclusión, la información es un *input* no-rival y sólo parcialmente excluible, que es arriesgado de producir y mal candidato para los seguros. El saber, visto como un bien económico, carece de los atributos que garantizarían (o al menos facilitarían) su provisión adecuada en el marco de una economía de mercado. Aunque puedan darse excepciones [11], la teoría económica lleva a la

[11] El análisis que hemos esbozado se aplica especialmente bien a la investigación básica, donde los resultados son especialmente difíciles de predecir y a menudo carecen de valor económico excepto indirectamente, como *inputs* para investigación de carácter más aplicado (Nelson, 1959). Al otro extremo del espectro encontramos que gran parte de los proyectos de I+D financiados por empresas establecidas comportan riesgos relativamente pequeños y obtienen resultados que son más fáciles de apropiar (Mansfield, 1968).
Barzel (1968) y Hirshleifer (1971) argumentan que en algunos casos puede haber sobreinversión en la producción de información debido a la falta de derechos de propiedad bien definidos sobre innovaciones aún por hacer y a que el uso especulativo de la información puede permitir a su descubridor apropiarse de más de su valor social a costa de otros. Resultados de este tipo aparecen también en Dasgupta y Stiglitz (1980a,b), Kamien and Schwartz (1982) y Dixit (1988) entre otros.
Los modelos que estudiaremos tienden a enfatizar las externalidades positivas asociadas con el progreso técnico. Aghion y Howitt (1990), sin embargo, desarrollan un modelo de crecimiento endógeno en el que el nivel de actividad investigadora en equilibrio puede ser o demasiado alto o demasiado bajo con relación al óptimo social, dependiendo de la importancia relativa de varias externalidades positivas y negativas.

conclusión de que la creación y transmisión de información se verá dificultada por riesgos difíciles de diversificar y dará lugar a efectos externos importantes. En ausencia de medidas correctoras, ambos factores tienden a provocar que la inversión en innovación se quede por debajo del nivel socialmente óptimo.

b) Innovación y Estructura de Mercado

Las propiedades de la información tienen implicaciones importantes no sólo para el bienestar sino también para la estructura de mercado. La relación entre la innovación y la estructura de mercado va en los dos sentidos. En la medida en que el problema de apropiabilidad puede ser superado, el inventor de un nuevo producto o proceso adquiere un grado de monopolio que estará más que contento de explotar. Por tanto, el éxito en la innovación tiende a destruir la competencia. Por otro lado, también es posible que sólo tengan incentivos apropiados para invertir en innovación aquellas empresas que tienen el suficiente poder de mercado para poder apropiarse fácilmente del valor económico de su *output* investigador[12].

Por ponerlo de alguna forma, la competencia perfecta y la innovación no se llevan muy bien. En primer lugar nos encontramos con un problema de modelización: bajo los supuestos clásicos de rendimientos constantes y competencia perfecta, los pagos a los factores utilizados en producción agotan el producto total y, por tanto, resulta imposible para las empresas financiar cualquier actividad investigadora. Una forma de evitar el problema a la que se ha recurrido a menudo en la literatura está basada en el concepto marshalliano de economías externas. Por ejemplo, si el conocimiento es un subproducto de otras actividades, su producción no requiere compensación, y los *inputs* convencionales pueden recibir sus productos marginales. Todavía tenemos rendimientos crecientes, pero son el resultado de lo que es, en esencia, una externalidad, y esto se puede acomodar dentro de un marco competitivo.

Aunque es posible imaginar otras formas de reconciliar técnicamente la competencia perfecta y la innovación, debemos reconocer que éstas pueden coexistir sólo de una forma un tanto incómoda. La competencia perfecta supone un producto homogéneo y, por naturaleza, la información no es un bien homogéneo. En la mayoría de los casos, y ciertamente en los casos más importantes, innovar significa introducir algo cualitativamente nuevo, y en la medida en que la imitación puede ser prevenida o diferida, el innovador es el único proveedor de un producto diferenciado. En conclusión, el estudio de la innovación técnica *pide* un modelo de competencia imperfecta. Sin embargo, es difícil incorporar una estructura de mercado no trivial en un modelo dinámico tratable. Sólo en años recientes comenzamos a encontrar modelos de crecimiento con competencia monopolística que, a base de postular formas

[12] Existe una importante literatura sobre el impacto de la estructura de mercado sobre la innovación que se remonta al menos a Schumpeter. Véase, por ejemplo, Kamien y Schwartz (1982), Scherer (1984) y Freeman (1986).

funcionales sencillas, permiten obtener soluciones explícitas y tratables. Un modelo de este tipo, que utilizaremos varias veces en lo que sigue, se desarrolla en el apéndice.

3.3. *Capital humano y rendimientos crecientes*

El capital humano encaja bastante bien dentro del marco que acabamos de esbozar. Al menos en los países avanzados, el capital humano consiste sobre todo en los conocimientos útiles asimilados por el trabajador en el curso de su educación formal o a través de su experiencia en el trabajo. Por tanto, parece natural añadir la industria educativa (en el sentido amplio) al sector productor de conocimientos.

Como han destacado Nelson y Phelps (1969) entre otros, tendremos que considerar ahora un nuevo conjunto de interconexiones. La mano de obra educada es claramente un *input* importante no sólo para la innovación *per se,* sino también para la difusión y adopción de nuevas tecnologías. Y a la inversa, el diferencial de salarios a favor de los trabajadores más educados y flexibles, y por tanto el incentivo para invertir en educación, tenderá a aumentar con el ritmo del progreso técnico.

Parte de nuestra discusión anterior es relevante en relación con el capital humano. Por ejemplo, podemos distinguir entre el conocimiento adquirido como subproducto de otras actividades y el que se obtiene como resultado de la educación formal. También parece existir un consenso sobre que la educación genera efectos externos importantes, de modo que, una vez más, el valor privado de la adquisición de conocimientos puede ser inferior a su producto marginal social. Por otro lado, el problema de apropriabilidad es mucho más pequeño en este caso ya que al uso de los conocimientos de un trabajador sólo se puede acceder comprando su tiempo, y éste es un bien rival. Tampoco aparece la cuestión de la incompatibilidad con la competencia perfecta.

Los rendimientos crecientes presentan más dificultades porque aquí si reaparece la cuestión de la estructura de mercado. El lector podría preguntarse si tiene sentido hablar de los rendimientos crecientes como «progreso técnico». Hasta cierto punto, ésta es simplemente una cuestión de terminología: si definimos el progreso técnico como cualquier factor que puede contribuir al residuo, la respuesta debe ser afirmativa. Pero incluso a un nivel más substantivo, la distinción entre modelos con rendimientos crecientes y los basados en la acumulación del saber es menos clara de lo que podría parecer a primera vista. Smith, Marshall y Young atribuyen el crecimiento a los rendimientos crecientes derivados de la división del trabajo. Los tres comparten una concepción dinámica de las economías de escala a la que podríamos poner la etiqueta «progreso técnico» sin violencia alguna, y que tiene conexiones muy claras con los modelos de aprendizaje. El concepto de rendimientos crecientes que se utiliza en la teoría estándar de producción es formalmente una construcción estática sin ninguna relación con el progreso técnico. Pero incluso aquí, el saber está frecuentemente implícito: aparte de los costes puros de instalación y de un puñado de ejemplos basados en relaciones geométricas, es difícil ver porqué «más grande» es mejor, excepto si «más capital» quiere decir no sólo más, sino también mejores, máquinas.

4. Modelos de crecimiento endógeno

En las secciones anteriores de este trabajo hemos repasado algunos aspectos de la evolución del análisis económico del «progreso técnico». El impulso inicial a esta línea de investigación hay que trazarlo a las primeras estimaciones de la importancia cuantitativa de las distintas fuentes del crecimiento económico por Solow (1957) y otros autores. Como hemos visto, los resultados de estos trabajos sugerían que el espectacular aumento de la renta *per cápita* de los países desarrollados en décadas recientes se debía, más que a la acumulación de capital (como hubiesen sospechado ex ante la mayor parte de los economistas), a un aumento de la productividad de los factores productivos que de alguna forma había que atribuir al «avance tecnológico».

Esta conclusión motivó gran cantidad de trabajo en dos áreas complementarias. Desde un punto de vista macroeconómico y formal, se comenzó extendiendo el modelo neoclásico de crecimiento, incorporándole un proceso exógeno de progreso técnico. Tales modelos de «crecimiento exógeno» permitían analizar las implicaciones del avance tecnológico para la evolución en el tiempo de la renta *per cápita* y las participaciones de los factores pero, al ignorar la cuestión básica de los determinantes del ritmo del progreso técnico, contribuían poco al entendimiento del fenómeno y, por tanto, a la formulación de la política de desarrollo. El análisis de los aspectos más fundamentales y microeconómicos del problema se inició a un nivel menos formal, combinando la microeconomía tradicional con conceptos de la economía de la información. Animados por la creciente evidencia empírica de que el desarrollo y la difusión de nuevas tecnologías respondían a los incentivos económicos, los economistas fueron venciendo la tendencia a tomar el estado de la técnica como un dato, y comenzaron a forjar los ingredientes básicos de una «teoría de mercado de la innovación».

Esta sección ofrece una panorámica de una literatura que es, o intenta ser, una síntesis de estas dos líneas de trabajo. En los modelos que estudiaremos, el «motor» del crecimiento es alguno de una serie de procesos que podríamos caracterizar como generadores de «progreso tecnológico», entendido en sentido amplio. Estas actividades incluyen entre otras la acumulación de capital humano por parte de las unidades familiares y el I+D dirigido al desarrollo de nuevos productos y procesos productivos por parte de las empresas. El rasgo más distintivo de esta literatura, que se ha dado en llamar de «crecimiento endógeno»,[13] es la insistencia en que el aumento de la productividad de los factores debe entenderse como un proceso económico, sensible a las fuerzas del mercado.

[13] Este nombre, aunque bien establecido en la literatura es quizá poco afortunado, ya que en los modelos tradicionales el crecimiento también es un fenómeno endógeno. El término se refiere bien a modelos en los que la fuerza motriz del crecimiento es el progreso tecnológico endógeno, entendido en un sentido amplio, o bien a modelos en

El reconocimiento de la endogeneidad del fenómeno tecnológico lleva a una visión del proceso de crecimiento más amplia que la que ha predominado tradicionalmente entre los economistas, inclinados a destacar el papel central de la acumulación de capital físico. Los modelos construidos sobre esta base permiten, a diferencia de los de crecimiento exógeno, el análisis de los efectos de distintos tipos de políticas sobre el ritmo de desarrollo a través de canales que no se limitan al nivel de ahorro e inversión. Al interpretar las conclusiones de tales análisis, sin embargo, conviene tener en cuenta el carácter parcial de los modelos que discutiremos —que deben ser vistos como descripciones parciales y complementarias de un sólo fenómeno muy complejo, y no como teorías alternativas y mutuamente excluyentes de la naturaleza del progreso técnico.

Finalmente, hay que señalar que la teoría del crecimiento endógeno no es un fenómeno tan reciente como el lector no especialista en este campo podría suponer. Los temas centrales de los trabajos más recientes son los mismos que preocupaban a autores como Kaldor, Arrow, Shell y Nordhaus ya en los años sesenta y, como veremos enseguida, existen modelos formales de crecimiento endógeno que datan de estos años. Por otro lado, si es cierto que hubo un «parón» de más de diez años en esta literatura y que las primeras señales de «reactivación» hay que buscarlas en 1985-86. Una de las razones de este fenómeno es de carácter técnico, y tiene que ver con la dificultad de incorporar a modelos dinámicos las estructuras de mercado no competitivas que demandaba la naturaleza del problema. Avances en otros campos, incluyendo el desarrollo de modelos tratables de competencia monopolística y otras contribuciones en el área de la organización industrial, el dominio creciente por parte de los economistas de las técnicas de análisis de los sistemas dinámicos, y el abaratamiento e impresionante mejora de los medios informáticos a disposición de los investigadores, han hecho desaparecer, o al menos reducido considerablemente, este tipo de obstáculos.

Sin embargo, la ausencia de problemas técnicos no basta para explicar la nueva popularidad del tema. Un segundo factor hay que buscarlo en el movimiento pendular de los intereses de los macroeconomistas. A partir de la publicación del pionero artículo de Lucas «Expectations and the Neutrality of Money» en 1972, esta rama de la profesión estuvo absorbida por la exploración de las implicaciones de la hipótesis de expectativas racionales, y dedicó su atención con preferencia a los modelos de ciclo económico basados en problemas de información. Tras más de una década, el tema comenzaba a quedar agotado. Es quizá significativo que una de las primeras indicaciones del resurgir del interés por el crecimiento aparece en una serie de conferencias del mismo Lucas (1985),[14] en las que éste hace un repaso de los modelos

que el crecimiento se puede sostener de forma indefinida aunque no haya progreso técnico alguno. En este trabajo nos limitamos a repasar el primer tipo de modelos, pero recientemente han aparecido una serie de trabajos en la segunda línea en los que el crecimiento se hace sostenible relajando la condición de Inada, tal como sugeríamos en la sección 2.1.a. Véase, por ejemplo, Jones y Manuelli (1990).

[14] Publicadas en 1987 bajo el título *Models of Business Cycles,* págs. 20-31.

de equilibrio del ciclo. Lucas viene a decir que, en las condiciones actuales, la «productividad marginal» de la política de estabilización es mucho menor que la de la promoción del crecimiento. Por tanto, el segundo tema debería tener prioridad en la investigación económica.

El argumento de Lucas se basa en un cálculo, un poco a ojo pero muy sugestivo, de las ganancias de bienestar que resultarían por un lado de la eliminación total del ciclo económico y, por otro de un aumento en un punto de la tasa media de crecimiento. La magnitud relativa de los dos números (el primero viene a ser equivalente en términos de bienestar a un aumento permanente del consumo en un 0,1%, el segundo a un aumento de alrededor de 20%) sugieren que a la hora de buscar incrementos adicionales en bienestar, probablemente interese más centrarse en cómo promover el crecimiento que en cómo mejorar aun más la política de estabilización. Por supuesto, el objetivo no es el de crecer más a cualquier coste. Para crecer más deprisa hay que dedicar más recursos a actividades generadoras de progreso técnico y, por consiguiente, menos a la producción destinada al consumo inmediato. La política óptima, por tanto, debe buscar un equilibrio entre costes corrientes y beneficios futuros. Para determinar que tipo de acciones podrían ser beneficiosas, necesitamos analizar explícitamente los factores que determinan el ritmo de crecimiento y construir modelos que permitan cuantificar los costes y beneficios de las distintas políticas. El trabajo que repasaremos en el resto de esta sección representa un punto de partida, aún no muy satisfactorio en muchos aspectos, en esta dirección.

4.1. Panorama

La mayor parte de los modelos de crecimiento endógeno son extensiones bastante sencillas del modelo neoclásico de un sector. La especificación de la tecnología es a menudo muy similar a la utilizada en los modelos de crecimiento exógeno, con una función de producción aumentada por un índice de eficiencia tecnológica, $Y = F(K, L, A)$. La diferencia principal es que ahora la senda temporal de A se determina endógenamente. Las distintas formas de especificar la evolución de A dan lugar a varios tipos de modelos de crecimiento endógeno.

En la sección 4.2 estudiaremos dos tipos de modelos en los que A es un subproducto de otras actividades. En una rama de esta literatura, la principal fuente de crecimiento son los rendimientos crecientes; por tanto, A es una función de los niveles contemporáneos de los *inputs* capital y trabajo, $A = g(K, L)$. Los modelos de *learning by doing* exploran una segunda posibilidad de implicaciones similares. En modelos de este tipo, la adquisición de saber es un resultado de actividades normales de producción e inversión y A es una función creciente de alguna medida apropiada de experiencia acumulada, G:$A = h(G)$.

Ambos tipos de modelos son similares en que el progreso técnico aparece como el resultado casi accidental de otras actividades económicas, por lo que típicamente no se plantea el problema de cómo la empresa financia su adquisición o se apropia de sus beneficios. Por otro lado, la sección 4.3 repasa modelos en los que la producción de conocimientos útiles requiere la asignación explícita de recursos. En tal caso, el incremento de A durante un cierto período es una función del estado actual del saber y el volumen de recursos dedicado a la investigación o la I+D: $A' = m(A, K_a, L_a)$. En este caso, la adquisición de conocimientos es una actividad costosa y el progreso técnico debe analizarse como el resultado de un proceso inversor.

Una diferencia importante entre los dos tipos de modelos es que el progreso técnico y la acumulación de capital son típicamente complementarios en el primer grupo y substitutos en el segundo. En los modelos de «aprender haciendo» o rendimientos crecientes, la doctrina de la «primacía del capital» resurge más o menos en su forma ortodoxa, con el progreso técnico a caballo del capital físico. Con el I+D o el capital humano, por el contrario, la adquisición de conocimientos compite con la acumulación de capital por los recursos disponibles, dando lugar a un *trade-off* entre tipos alternativos de inversión. En el primer tipo de modelos, el diseño de una política de desarrollo es un asunto poco complicado. Aunque la forma de hacerlo puede depender del modelo específico que estemos utilizando, se trata de incentivar el ahorro y la inversión para acelerar la formación de capital. En el segundo caso, sin embargo, tenemos que preocuparnos también de qué tipo específico de inversión es más productivo, y de los efectos de las distintas políticas sobre la asignación de recursos entre sectores.

4.2. Al rescate del capital: aprender haciendo y rendimientos crecientes

En la primera generación de modelos formales de crecimiento endógeno (Arrow, 1962; Kaldor, 1957, 1961; Kaldor y Mirrlees, 1962) el progreso técnico aparece como un subproducto de las actividades normales de producción e inversión. La idea subyacente es que la familiaridad creciente con un proceso productivo lleva al aumento de la productividad a través del aprendizaje; como resultado, el aumento en el stock de saber útil es una función de la experiencia acumulada, y no simplemente del paso del tiempo. En la apropiada caracterización propuesta por Arrow, se trata de modelos de «aprender haciendo».

En la literatura de *learning by doing*, el aprendizaje está a menudo estrechamente relacionado con el proceso de inversión. Desde este punto de vista, la inversión y el progreso técnico aparecen indisolublemente ligados, dando a la acumulación de capital un papel crucial que no tiene en los modelos de progreso técnico exógeno. Como veremos más adelante, la incorporación de rendimientos crecientes lleva a conclusiones muy similares.

a) APRENDER HACIENDO

La exposición más influyente de la hipótesis de «aprender haciendo» es un artículo de Arrow (1962) que ha servido de punto de partida para una serie importante de trabajos posteriores.[15] Arrow supone una tecnología de coeficientes fijos en la que la cantidad de trabajo necesaria para producir una unidad de *output* en una máquina de la última generación decrece con la experiencia (medida por la inversión bruta acumulada) siguiendo una curva de aprendizaje. Puesto que esta especificación da lugar a un modelo difícil de manejar fuera del estado estacionario, utilizaremos una modificación propuesta por Sheshinski (1967), que simplifica bastante las cosas sin perder el supuesto central de Arrow.

El *output* viene dado por una función de producción neoclásica con rendimientos constantes:

$$Y = F(K, AL) = ALf(k) \qquad [11]$$

donde $k = K/AL$. El progreso técnico es no-incorporado y neutral en el sentido de Harrod, y se deriva de un proceso de aprendizaje que los individuos no internalizan. En particular, la productividad del trabajo es una función creciente de la inversión acumulada, $A = G^{\alpha}$. Para simplificar, suponemos que el capital no se deprecia y la tasa de crecimiento del capital siempre ha sido positiva; entonces G es igual al stock total de capital, K y tenemos:

$$A = K^{\alpha} \qquad [12]$$

Substituyendo [12] en [11] vemos que la función de producción $F(K, K^{\alpha}L)$ exhibe rendimientos crecientes a escala en capital y trabajo.[16] Sin embargo, el equilibrio competitivo es factible, ya que cada agente toma A como dado. En equilibrio, cada factor recibe su producto marginal privado:

$$R = F_1(K, AL) = f'(k)$$
$$W = AF_2(K, AL) = Aw(k) = A[f(k) - kf'(k)]$$

[15] El trabajo de Kaldor (1957, 1961) es anterior, pero ha recibido menos atención, en gran parte porque este autor trabaja con modelos poco familiares para los economistas educados en la tradición neoclásica.
Lehvari extiende el trabajo de Arrow en (1963a) y abandona el supuesto de coeficientes fijos en (1963b). Black (1969) y Sheshinski (1967) estudian el problema de acumulación óptima de capital, el primero utilizando una versión simplificada del modelo original de Arrow, el segundo suponiendo que el progreso técnico no está incorporado y utilizando una función de producción diferenciable. Algunos trabajos recientes de crecimiento endógeno también incorporan procesos de aprendizaje similares, por ejemplo Stokey (1988) y Young (1991).

[16] De hecho, esta especificación del modelo de aprendizaje es formalmente equivalente a un modelo con rendimientos crecientes estáticos de carácter externo. Existen, sin embargo, diferencias importantes entre las dos historias. Con *learning by doing*, el aumento de A se atribuye a la experiencia y es, por tanto, permanente una vez adquirido, mientras que los rendimientos crecientes de tipo normal son reversibles. Un regalo inesperado de maquinaria instalada, o una catástrofe que reduzca el stock de capital a la mitad, no deberían afectar el valor de A en un modelo de aprendizaje, pero si lo haría con rendimientos crecientes. Para ver la diferencia basta con introducir la depreciación; en este caso, G y K ya no son iguales y la necesidad de reponer maquinaria permite seguir acumulando experiencia aunque el stock de capital sea constante.

donde w denota el salario por unidad de eficiencia de trabajo. Observamos que el verdadero producto marginal del capital, dado por

$$F_1[K, K^\alpha L] + F_2[K, K^\alpha L]\, \alpha K^{\alpha-1} L = f'(k) + \alpha \frac{w(k)}{k}$$

excede el tipo de interés. Por tanto, la remuneración del capital es menor que su producto marginal social. Una implicación importante es que el nivel de inversión en equilibrio será inferior al óptimo porque los agentes no toman en consideración la contribución de la inversión al aumento de la productividad. Una manera de corregir esto es utilizar el ingreso generado por un impuesto sobre los salarios para subsidiar la inversión, aunque esto podría tener otros efectos adversos, dependiendo de la especificación del resto del modelo.[17] Una segunda consecuencia de la externalidad es que la participación de cada factor en el producto nacional ya no es igual a la elasticidad del *output* con respecto al mismo. Por tanto, el método tradicional de contabilidad del crecimiento subestimará la contribución del capital al aumento de la renta.

Para continuar, utilizaremos el modelo básico de Solow sin depreciación y con una tasa constante de crecimiento de la población (n). El ahorro bruto es una fracción constante (s) de la renta nacional:

$$K' = sALf(k). \qquad [13]$$

Diferenciando In k con respecto al tiempo

$$k'/k = (K'/K) - g_A - n$$

y substituyendo [13] en esta expresión

$$k'/k = \frac{sALf(k)}{K} - g_A - n \quad \Rightarrow \quad k' = sf(k) - nk - g_A k \qquad [14]$$

Queda por determinar el valor de g_A. De [12] tenemos In $A = \alpha$ In K; diferenciando con respecto al tiempo y utilizando [13],

$$g_A = \alpha \frac{K'}{K} = \alpha \frac{sALf(k)}{K} = \alpha \frac{sf(k)}{k} \qquad [15]$$

y substituyendo esta expresión en [14]

$$\frac{k'}{k} = (1-\alpha)\frac{sf(k)}{k} - n$$

[17] Por ejemplo, en el modelo de generaciones solapadas de Diamond, un subsidio al capital financiado por un impuesto sobre los salarios podría o no aumentar el nivel de ahorro, dependiendo de los valores de las elasticidades del ahorro con respecto al salario y el tipo de interés. En un modelo de tipo Cass-Koopmans, sin embargo, este procedimiento funcionaría bien, ya que el ahorro depende sólo de la renta total y el tipo de interés (después de impuestos y subsidios).

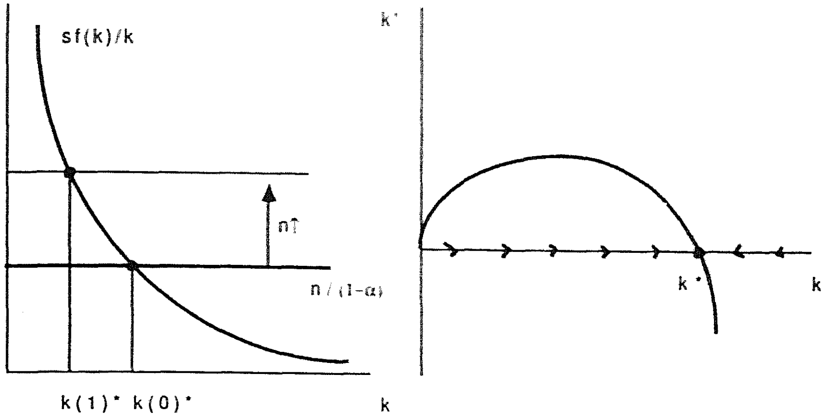

Gráfico 3
Modelo de Aprender Haciendo

El diagrama de fase se muestra en el Gráfico 3. El sistema tiene un único estado estacionario interior k^* que resuelve

$$\frac{sf(k^*)}{k^*} = \frac{n}{(1-\alpha)}$$

A lo largo de una senda de crecimiento equilibrado, el *output per cápita* viene dado por $Y_t/L_t = A_t f(k^*)$ y por tanto crece asintóticamente a la misma tasa que el índice tecnológico:

$$\eta^* = A'/A = \frac{\alpha s f(k^*)}{k^*} = \frac{n\alpha}{(1-\alpha)}$$

La tasa de crecimiento de la renta *per cápita* en el estado estacionario aumenta con el coeficiente de aprendizaje α y con la tasa de crecimiento de la población, n, ya que un aumento de cualquiera de estos parámetros implica un aprendizaje más rápido. De hecho, el crecimiento sostenido es imposible con población constante porque la función de producción exhibe rendimientos decrecientes en el capital por sí solo. Además, η^* es independiente de la propensión a ahorrar. Un aumento en s aumentaría la tasa de crecimiento para cada valor de k y la velocidad de convergencia hacia el estado estacionario, pero no tendría efecto alguno sobre la tasa de crecimiento de la economía a largo plazo.

Estos resultados asintóticos son un tanto peculiares. Al tomar la inversión total como medida de experiencia, la formulación de Arrow hace que tener una población más grande sea una ventaja. Se puede argüir que éste no es un supuesto muy razonable pero es fácil comprobar que si hacemos G igual al stock de capital por trabajador, la posibilidad de crecimiento sostenido desaparece por completo.[18] Quizá más sorprendente es la irrelevancia a largo

[18] El lector puede verificar que, en tal caso, la función de producción exhibe rendimientos constantes en (K, L) y que en un estado estacionario A debe ser constante.

plazo de la tasa de ahorro. Parece que el modelo de Arrow *debería* hacer que la inversión fuese la fuerza motriz del crecimiento. En cierto modo esto es cierto; observemos en [15] que A'/A es una función creciente de $sf(k)/k$. En un estado estacionario, por otro lado, k debe ser constante, y esto requiere que este cociente guarde una cierta relación con la tasa de crecimiento de la población, convirtiendo a η^* en una función únicamente de n y α.

Puesto que la irrelevancia de s a largo plazo está en contradicción con el espíritu del modelo, merece la pena señalar que existe una manera simple de cambiar este resultado sin hacer violencia a la hipótesis de aprender haciendo. En vez de relacionar A con el capital, supongamos que la medida relevante de experiencia es el *output* acumulado por trabajador. En particular, reemplazaremos [12] por

$$A' = \gamma(Y/L) \quad \Rightarrow \quad A'/A = \gamma f(k) \qquad [16]$$

Substituyendo [16] en [14] tenemos

$$k' = (s-\gamma k)f(k) - nk \qquad [17]$$

Supongamos primero que la población es constante. En tal caso, un estado estacionario requiere $k^* = s/\gamma$ y en una senda de crecimiento equilibrado, el *output per cápita* aumenta a la tasa

$$\eta^* = A'/A = \gamma f(s/\gamma)$$

que es una función creciente tanto de γ como de s.[19] Cuando $n > 0$, no podemos resolver explícitamente la ecuación para η^*, pero sigue siendo verdad que la tasa asintótica de crecimiento aumenta con la propensión al ahorro. El aprender haciendo, junto con un factor de experiencia apropiado, recupera un papel central para la inversión, incluso a largo plazo.

Romer (1986) propone un modelo de rendimientos crecientes con externalidades que se puede considerar una extensión del de Arrow.[20] En el modelo de Arrow, no es posible sostener indefinidamente el crecimiento de la renta *per cápita* con una población constante porque la función de producción

[19] Con $g(\gamma) = \gamma f(s'\gamma)$, es fácil ver que $g'(\gamma) > 0$ utilizando la concavidad estricta de f y $f(0) \geq 0$.

[20] Romer podría no estar de acuerdo con esta caracterización. Este autor introduce una tecnología de investigación para la producción de nuevos conocimientos, sugiriendo que, en principio, se trata de una actividad costosa. Para reducir la dimensionalidad del modelo, sin embargo, supone que el saber y el capital físico se utilizan en proporciones fijas en la producción, por lo que se les puede ver como un bien de equipo compuesto. Acaba escribiendo la ley de evolución para este bien compuesto en la forma $k' = g[f(k,k)-c,\ k]$ donde f es la función de producción y g la tecnología de investigación. Esto supone implícitamente que el capital y el saber se producen conjuntamente, además de utilizarse en proporciones fijas. Dado que los beneficios del conocimiento se suponen no-apropiables, el proceso de inversión está motivado por el rendimiento del capital físico, y el conocimiento es un subproducto, exactamente como en el modelo de Arrow.

exhibe rendimientos decrecientes en K. Romer utiliza una especificación casi idéntica (en el fondo, que no en la forma), con aprendizaje basado en la acumulación de capital, pero asume que, teniendo en cuenta la externalidad de aprendizaje, la función de producción exhibe rendimientos crecientes en K. El modelo resultante puede generar crecimiento sostenido con población constante, posiblemente a una tasa creciente.

Ilustraremos esto con un ejemplo. Supongamos que la función de producción es de la forma

$$Y = F(K, L, A) = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

y que A es una función del stock medio de capital por empresa, $A = \bar{K}^{\gamma}$. En un equilibrio simétrico, $K = \bar{K}$ (todas las empresas utilizan el mismo stock de capital), pero cada empresa particular toma el valor de A como dado. Como antes, la tecnología exhibe rendimientos constantes en los *inputs* controlados privadamente, y esto hace que el equilibrio competitivo sea factible. En un equilibrio simétrico, el salario y el tipo de interés vienen dados por

$$w = F_L(K, L, \bar{K}^{\gamma}) = (1-\alpha)K^{\alpha}L^{-\alpha}\bar{K}^{\gamma} = (1-\alpha)K^{\alpha+\gamma}L^{-\alpha}$$
$$R = F_K(K, L, \bar{K}^{\gamma}) = \alpha K^{\alpha-1}L^{1-\alpha}\bar{K}^{\gamma} = \alpha K^{\alpha+\gamma-1}L^{1-\alpha}$$

donde la primera expresión se obtiene diferenciando F con respecto a L y K manteniendo $\bar{K}^{\gamma}$ constante (es decir, los factores reciben sus productos marginales privados), y la segunda observando que K y $\bar{K}$ son iguales en un equilibrio simétrico. Nótese que si $\alpha+\gamma > 1$, $F()$ exhibe rendimientos crecientes en K, y el producto marginal del capital aumenta con el stock acumulado. Dados dos países con la misma población, la tasa de interés será más alta en el que tenga más capital. Esto sugiere una razón por la que el capital podría fluir de los países pobres a los ricos.

Para cerrar el modelo, supongamos una estructura de tipo Diamond con preferencias Cobb-Douglas y población constante, normalizada a 1 por conveniencia. Los trabajadores ahorran una fracción fija s de su salario, que viene ahora dado por

$$w(K) = (1-\alpha)K^{\alpha+\gamma}$$

Por tanto, la ecuación de evolución del stock de capital es

$$K_{t+1} = s(1-\alpha)K_t^{\alpha+\gamma} \equiv \phi(K_t) \qquad [18]$$

Diferenciando $\phi()$, obtenemos

$$\phi'(K_t) = (1-\alpha)\,(\alpha+\gamma)\,K^{\alpha+\gamma-1} \geq 0$$
$$\phi''(K_t) = (1-\alpha)\,(\alpha+\gamma)\,(\alpha+\gamma-1)\,K^{\alpha+\gamma-2}$$

Por tanto, $\phi(0) = \phi'(0) = 0$, y $\phi()$ es convexa siempre que tengamos rendimientos crecientes en K teniendo en cuenta la externalidad ($\alpha+\gamma>1$). En tal caso, el diagrama de fase es como se muestra en el Gráfico 4. Existe un estado estacionario interior K^*, pero es inestable. Si el stock de capital inicial es mayor que K^*, el crecimiento continúa indefinidamente; si no, la economía converge a un segundo estado estacionario situado en el origen.

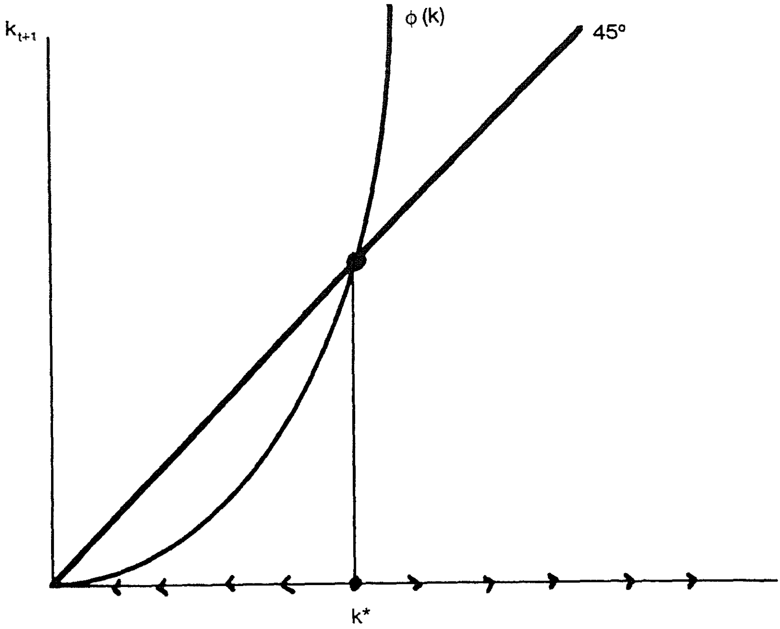

Gráfico 4
Modelo de Romer (1986)

Es interesante observar que los modelos de rendimientos crecientes tienen una marcada tendencia a generar «trampas» de este tipo. Una mínima escala inicial es necesaria para que el crecimiento sea factible. En este caso, la razón es que los salarios, y por tanto el ahorro, aumentan más que proporcionalmente con el stock de capital. En un modelo de agente representativo con horizonte infinito sucedería algo parecido, pero en tal caso lo que es crucial es que la acumulación de capital aumenta el rendimiento del ahorro.

b) RENDIMIENTOS CRECIENTES

Hemos visto que en el modelo de Arrow-Sheshinski los rendimientos crecientes surgen como resultado de un proceso de aprendizaje asociado con la inversión. Más generalmente, la idea de que las economías de escala son un ingrediente esencial para el crecimiento económico tiene una larga tradición, pero ha resultado difícil incorporarla en modelos formales. Como ya hemos observado, el mayor obstáculo ha sido la dificultad de reconciliar los rendimientos crecientes con el equilibrio competitivo. Hicks había sugerido, ya en 1960, que la estructura de mercado adecuada sería la competencia monopolística, pero se tardaría bastantes años en desarrollar un modelo de este tipo que fuese lo suficientemente tratable como para ser incorporado a un modelo dinámico de crecimiento. Con algunas honrosas excepciones,[21] los primeros trabajos sobre crecimiento con rendimientos crecientes se limitaron a evitar el problema de la estructura de mercado, suponiendo simplemente que al ahorro era una fracción fija del producto nacional para estudiar la dinámica del problema sin tener que preocuparse demasiado de la determinación del equilibrio.

Como en la literatura sobre el progreso técnico exógeno, la atención se centraba en las condiciones necesarias para la existencia de una senda de crecimiento equilibrado, y en las implicaciones del crecimiento para el comportamiento de las participaciones de los factores en el producto nacional. Como se vio enseguida, la introducción de los rendimientos crecientes en este marco no provocaba ningún cambio substancial en las conclusiones, aunque si hacía que las condiciones para la existencia de una senda de crecimiento equilibrado fuesen todavía más fuertes.[22] Existe también una literatura sobre crecimiento óptimo con indivisibilidades o funciones de producción convexas, pero estos no se pueden interpretar como modelos de equilibrio.[23]

Recientemente, Romer (1987) ha liderado un renacimiento del interés por este tema. En la tradición de Smith, Marshall y Young, Romer se centra en la importancia de la especialización y la división del trabajo como factores generadores de economías de escala. Para formalizar esta idea, utiliza una versión del modelo de competencia monopolística de Dixit y Stiglitz (1977) y Ethier (1982) en la que hay costes fijos de entrada en el sector intermedio. La acumulación de capital, que permite el aumento en el número de productores de bienes intermedios, se convierte entonces en el motor de un crecimiento sostenido. Puesto que un aumento en el número de variedades de componentes reduce el coste unitario del *output* final, la función de producción reducida que relaciona el *output* del bien final con el uso total de *inputs,* exhibe rendimientos crecientes, y esto permite el crecimiento sostenido, casi exactamente de la misma manera que en el modelo de aprendizaje de Arrow.

Podemos utilizar el modelo de competencia monopolística desarrollado en el apéndice para ilustrar el enfoque de Romer. En un momento dado, tenemos un continuo de medida n de bienes de producción diferenciados. El *output* final se produce en un sector competitivo montando los diferentes componentes. Cada bien intermedio es producido por una empresa monopolísticamente competitiva que obtiene beneficios positivos. En equilibrio, los precios de los factores y los beneficios de un productor representativo de bienes de equipo vienen dados por

$$R = \alpha\gamma y/nk \qquad [19]$$

[21] Véase por ejemplo Lydall (1971).

[22] Véase Conlisk (1968) y Lehvari y Sheshinski (1969). Estos últimos demuestran que la única especificación que permite el crecimiento equilibrado con rendimientos crecientes es la utilizada por Arrow y Sheshinski, esto es, $Y = F(K, K^{\alpha}L)$, con $\alpha < 1$.

[23] Véase, por ejemplo, Weitzman (1970), Dixit *et al* (1975) y Skiba (1978).

$$w = \alpha(1-\gamma)y/L \qquad [20]$$

$$\pi = (1-\alpha)y/n \qquad [21]$$

donde w es el salario, $R = 1+r$ el factor bruto de interés, y es el *output* total del bien final de consumo, n el número de empresas en el sector intermedio, k el stock de capital utilizado por cada una de éstas, y L la población activa ocupada en la producción de bienes. También podemos reconstruir una función de producción reducida de la forma

$$y = n^{\xi+\gamma} k^{\gamma} L^{1-\gamma} \quad \text{donde} \quad \xi = (1/\alpha) - 1 > 0. \qquad [22]$$

Para endogeneizar el número de empresas en el sector intermedio, imaginemos que hay un coste fijo de entrada e instalación c. Para acceder al sector y producir, una empresa necesita ahora pedir prestada la cantidad $c+k$ donde k es el capital que utilizará en producción. Bajo el supuesto de libre entrada en el sector, los beneficios serán cero en equilibrio o, lo que es lo mismo, los beneficios de explotación π serán iguales al coste de instalación más interés. Tenemos entonces

$$\pi = cR \;\Rightarrow\; (1-\alpha)y/n = \alpha\gamma yc/nk \;\Rightarrow\; k = \alpha\gamma c/(1-\alpha) \qquad [23]$$

Además, el volumen total de préstamos $(c+k)n$ debe ser igual al stock agregado de capital, K. Utilizando esta igualdad y [23], podemos hallar el número de empresas en equilibrio en función de K:

$$K = n(c+k) = nc\left(1+\frac{\alpha\gamma}{1-\alpha}\right) \;\Rightarrow\; n = \frac{K}{c\left(1+\dfrac{\alpha\gamma}{1-\alpha}\right)} \qquad [24]$$

Substituyendo [23] y [24] en [22], obtenemos

$$y = \left(\frac{K}{c\left(1+\dfrac{\alpha\gamma}{1-\alpha}\right)}\right)^{\xi+\gamma} \left(\frac{\alpha\gamma c}{1-\alpha}\right)^{\gamma} L^{1-\gamma} \equiv B(c)\, K^{\xi+\gamma} L^{1-\gamma} \qquad [25]$$

Vemos por tanto que la especialización genera rendimientos crecientes a nivel agregado. Debido a los costes fijos, los productores de componentes operan bajo condiciones de coste decreciente, pero la libre entrada lleva a que el nivel de beneficios sea cero en equilibrio. Un aumento en el número de componentes disponibles reduce el coste unitario de producción en el sector final, pero desde la perspectiva de las empresas de este sector, este fenómeno es una externalidad.

Como el aprender haciendo, la especialización proporciona un mecanismo que genera economías de escala externas. Las implicaciones para el crecimiento son exactamente las mismas que en el primer modelo de Romer que hemos visto. Bajo los mismos supuestos de antes, el vaciado del mercado de capitales requiere $K_{t+1} = sw_t$. Substituyendo [25] en [20], podemos escribir el salario de equilibrio como función de K_t. Obtenemos así (con $L = 1$)

$$K_{t+1} = s\alpha(1-\gamma)\, B(c)\, K_t^{\xi+\gamma}$$

exactamente igual que antes. El crecimiento sostenido es posible si tenemos rendimientos constantes o crecientes en K, esto es, $\xi+\gamma > 1$.

4.3. El progreso técnico como resultado de un proceso de inversión

En los modelos de aprender haciendo, el progreso tecnológico es un subproducto de la producción o la inversión. En los de rendimientos crecientes, el aumento de la productividad es una consecuencia del aumento en la escala de producción, a través de la división del trabajo, o del esparcimiento de los costes fijos sobre un volumen mayor de *output.* En el primer caso, el «progreso técnico» y la acumulación de capital son complementarios, en el segundo se trata de los dos lados de una misma moneda. Aunque no existe duda alguna de que existen complementariedades importantes entre los dos procesos, también es verdad que muchas de las actividades que subyacen la acumulación de saber técnico y su incorporación al factor trabajo tienen un coste. Desde este punto de vista, la acumulación de capital y el progreso técnico son substitutos y compiten por recursos.

En los modelos que estudiaremos en esta sección, el progreso técnico es el resultado de la inversión por parte de las unidades familiares o de las empresas en formación e investigación para así aumentar sus ingresos futuros. El saber técnico, A, se concibe por tanto como un *input* intermedio cuya producción requiere la utilización de recursos. La función de producción del bien de consumo $Y = F(K_p, L_p, A)$ se suplementa ahora con una segunda función que especifica la relación entre los *inputs* utilizados en investigación o formación y la tasa de crecimiento del stock de conocimientos útiles, $A' = G(K_a, L_a, A)$.

Para completar el modelo, debemos especificar cómo se asignan recursos a la producción de conocimientos (¿quién lo hace y por qué?) y cómo se hacen los agentes con los beneficios económicos de la nueva información. Esto depende, por supuesto, de la interpretación que se de a A. La literatura se ha centrado en dos posibilidades. En un caso, A representa saber abstracto (diseños para nuevos productos o procesos) creado por las empresas mediante la inversión en I+D; en el otro, A es capital humano y los «inversores» son unidades familiares que dedican tiempo y recursos a la educación. En ambos casos, la tasa de progreso técnico se determina endógenamente mediante una condición que requiere (en la ausencia de riesgo) que la remuneración de un factor dado sea la misma en usos alternativos, esto es, en la adquisición de nuevos conocimientos y en la producción de bienes.

Antes de estudiar en cierto detalle un modelo de I+D y otro de capital humano, conviene recordar que trabajos importantes en esta línea aparecen ya en los años sesenta, aunque muchos de ellos evitan los problemas de apropiabilidad y estructura de mercado recurriendo al planificador social o a simples reglas *ad-hoc* para determinar el volumen de recursos asignados al sector investigador. Uzawa (1965) y Nordhaus (1967), por ejemplo, desarrollan modelos de crecimiento óptimo en los que el planificador asigna ciertas cantidades de trabajo a un sector educativo o innovador.[24] Algunos trabajos de estas fechas contienen ya, sin embargo, especificaciones más satisfactorias de cómo las empresas se apropian de los beneficios que se derivan de su investigación. Destacan entre otros los artículos de Ruff (1969), Nordhaus (1969) y Shell (1973).[25]

a) I+D y Patentes

Aunque es posible imaginar mejoras en los procesos productivos que podrían ser específicas a una empresa, en la mayor parte de los casos, el valor económico de la nueva información sólo puede ser apropiado mediante su venta, generalmente a través de los bienes a los que se incorpora. La posibilidad de imitación plantea, por supuesto, un problema, ya que si el nuevo producto puede ser copiado de inmediato y sin coste, el innovador sería incapaz de recuperar los costes de su desarrollo, y esto a su vez eliminaría el incentivo a investigar. La protección legal que da una patente es una forma de solucionar, o al menos reducir, el problema, pero incluso sin tal protección, el secreto y los costes y retrasos en la imitación aseguran que el innovador disfrutará, al menos durante un tiempo, de una posición de monopolio que le permitirá apropiarse de parte del valor económico del nuevo producto.

Puesto que la diferenciación y el poder de mercado son aspectos esenciales del problema, los modelos de crecimiento basados en la introducción de nuevos productos tuvieron que aguardar el desarrollo de un modelo tratable de competencia imperfecta y son por tanto de aparición bastante reciente. Judd (1985) utiliza un modelo de competencia monopolista en el que el funcional de Dixit-Stiglitz se interpreta como una función de utilidad. El trabajo es el único *input,* y las patentes el único activo. Los diseños para nuevos bienes de consumo, así como los bienes mismos una vez inventados, se producen a un coste unitario constante en términos de horas de trabajo. A los inventores se les otorgan patentes que les permiten extraer las rentas de monopolio asociadas con los nuevos productos durante un tiempo predeterminado. Por tanto, la investigación puede ser rentable, ya que al menos una parte de los beneficios que genera son apropiables. Si la población es constante, sin embargo, la innovación debe acabar cesando eventualmente, ya que la creciente saturación del mercado reduce las rentas de monopolio asociadas con cada nuevo

[24] Véase también Conlisk (1969) y Shell (1966, 1967).

[25] Ruff estudia la innovación de procesos por parte de las empresas dentro de un modelo de competencia imperfecta *à la* Cournot. Nordhaus introduce un sector investigador independiente en el que se desarrollan mejoras en los procesos productivos que reducen el coste de producción del *output* final. Shell considera varias posibilidades distintas. En una de ellas el innovador es un monopolista que controla el sector de bienes de capital y utiliza su poder de mercado para capturar parte del valor de las mejoras en sus productos.

producto y, por tanto, la rentabilidad de la actividad inventora. Con patentes de vida infinita, se obtendrá el nivel socialmente óptimo de innovación en equilibrio, ya que el investigador podrá capturar su valor total.[26] Patentes de vida finita resultan en un nivel de actividad investigadora inferior al óptimo, y pueden dar lugar a ciclos de innovación.

Romer (1990) y Grossman y Helpman (1991) utilizan un marco similar para desarrollar un modelo en el que la preocupación central no es el efecto de las patentes en sí mismo, sino el mecanismo generador del crecimiento. En ambos modelos, se supone que las patentes son de duración indefinida (o algo equivalente) para evitar problemas técnicos. Por otro lado, el papel del saber como un *input* en el proceso investigador se reconoce explícitamente. La investigación da ahora lugar a dos productos conjuntos: diseños para nuevos bienes, e información que reduce el coste de invenciones futuras. El valor del primer producto es apropiable; el del segundo no lo es, pero la externalidad que esto genera juega un papel crucial a la hora de sostener el crecimiento, ya que la reducción de costes que conlleva tiende a compensar la tendencia de la creciente saturación del mercado a reducir el valor de nuevas invenciones. Con una especificación adecuada de la tecnología de investigación, es posible generar estados estacionarios en los que las dos fuerzas se anulan y la innovación continúa para siempre a un ritmo constante.

Para ilustrar estas ideas desarrollamos ahora un modelo de crecimiento a través de la creación de nuevos productos que recoge las ideas fundamentales de los trabajos de Romer y Helpman y Grossman antes mencionados.[27]

Volvamos al modelo de competencia monopolística desarrollado en el apéndice. Para endogeneizar el número de variedades de componentes, añadimos al modelo un sector investigador donde se producen diseños para nuevos componentes utilizando trabajo y «saber» medido por el número n de productos ya inventados. Supondremos que los inventores reciben patentes de duración indefinida que les permiten apropiarse del flujo de beneficios asociado con la introducción de un nuevo producto. Equivalentemente, podemos imaginar que los inventores crean nuevas empresas y después venden acciones de las mismas en bolsa.

La tecnología de investigación es de la forma

$$\Delta n_t = n_t(1-L_t)/a \quad \Rightarrow \quad n_{t+1} = n_t + (1-L_t)n_t/a \qquad [26]$$

donde Δn es el número de nuevas invenciones durante un período, a es un coeficiente fijo y 1-L el nivel de empleo en el sector investigador (la fuerza de

[26] Este resultado no es en general cierto para preferencias más generales que las citadas arriba.

[27] En Grossman y Helpman el trabajo es el único *input,* mientras que Romer introduce también el capital físico y una peculiar forma de capital humano «incorpóreo». Los dos utilizan un modelo de agente representativo. Nosotros añadiremos sólo capital físico al trabajo y utilizamos un modelo de generaciones sucesivas. Esto simplifica bastante las cosas y nos permite estudiar la dinámica del modelo además de su estado estacionario, lo que no es fácil de hacer en el modelo de Romer.

trabajo, normalizada a uno, menos el nivel de empleo en la producción de bienes). Dividiendo ambos lados de la última expresión por n_t, la tasa de innovación en el período t viene dada por

$$\mu_t \equiv n_{t+1}/n_t = 1+(1/a)(1-L_t) \qquad [27]$$

La cuestión central es cómo se determina el valor de μ_t. Claramente, la tasa de innovación depende del nivel de empleo en el sector investigador. Este, a su vez debe determinarse, conjuntamente con los niveles de remuneración, de tal forma que, en equilibrio, ningún agente tenga incentivos a cambiarse de sector.

Puesto que los agentes son idénticos, cada uno escogerá trabajar en el sector donde su remuneración sea más alta. Esto implica que, si la investigación y la manufactura de bienes coexisten en equilbrio, los ingresos netos de los trabajadores deben ser iguales en ambos sectores. La remuneración de los trabajadores industriales es simplemente el salario, mientras que la de los investigadores depende del valor (v) de las acciones/patentes, cuya determinación discutimos a continuación.

Existen dos activos en el modelo. Los agentes pueden invertir en acciones o, como en el modelo estándar de un sector, prestar capital a las empresas. En el primer caso su rendimiento bruto es igual a los beneficios de los productores de componentes, que suponemos se distribuyen como dividendos cada año, más el precio de reventa de la acción un período más tarde; en el segundo caso reciben interés. Puesto que no hay incertidumbre, las tasas de rentabilidad bruta de los dos activos deben ser iguales en equilibrio, lo que nos lleva a la siguiente condición de ausencia de arbitraje:

$$\frac{v_{t+1}+\pi_{k+1}}{v_t} = R_{t+1} \quad \Rightarrow \quad v_{t+1} = v_t R_{t+1} - \pi_{t+1} \qquad [28]$$

Podemos ahora especificar como la condición de igualdad de rentas determina el nivel de empleo en los dos sectores. Un trabajador empleado en el sector industrial recibe un salario w por unidad de tiempo, mientras que un investigador produce n/a diseños en el mismo período y, por lo tanto, sus ingresos son nv/a unidades de *output.* En equilibrio, tenemos

$$\begin{array}{llll} w_t \geq n_t v_t/a & \text{y} \quad w_t = n_t v_t/a & \text{si} & L_t < 1 \\ L_t \geq 1 & \text{y} \quad L_t = 1 & \text{si} & w_t > n_t v_t/a \end{array} \qquad [29]$$

Esto es, si algunos trabajadores están empleados en investigación ($L_t < 1$), el nivel de renta debe ser el mismo en este sector que en la industria; pero también es posible una segunda configuración de equilibrio en la que el sueldo de un productor de bienes es mayor que lo que ganaría un investigador y, por tanto, toda la fuerza laboral trabaja en el sector industrial.

Para completar el modelo tenemos que especificar cómo se determina el nivel de ahorro. Utilizaremos un modelo de generaciones sucesivas con vidas de dos períodos. Los trabajadores tienen preferencias Cobb-Douglas y trabajan sólo durante el primer período de su vida. Por tanto, el ahorro es una fracción constante (s) de la renta de los jóvenes, y el vaciado del mercado de capitales requiere

$$sw_t = K_{t+1} + n_{t+1}v_t \quad \Rightarrow \quad K_{t+1} = sw_t - n_{t+1}v_t \qquad [30]$$

donde, implícitamente, hemos hecho uso de la condición de igual renta. Al igual que en el caso estándar, los jóvenes ahorradores ofertan capital que será utilizado por las empresas en producción, pero ahora deben también comprar las acciones de las empresas preexistentes y de nueva creación.

Substituyendo los valores de equilibrio de los precios de los factores (dados por [19]−[21]) en [26]−[30], el modelo se reduce, con algo de álgebra y un par de cambios de variable, a una sola ecuación en diferencias en $z = k/v$,

$$z_{t+1} = \frac{s\phi(z_t)}{L(z_t)\mu(z_t)} - 1 \equiv g(z_t) \qquad [31]$$

donde

$$\phi(z_t) = \frac{\alpha(1-\gamma)}{\dfrac{\alpha\gamma}{z_t} - (1-\alpha)} \qquad \text{con } \phi'() > 0$$

$$\mu(z_t) = 1 + \frac{1 - L(z_t)}{a}$$

$$\begin{aligned} L(z_t) &= a\phi(z_t) \qquad && \text{si } a\phi(z_t) < 1 \\ &= 1 && \text{en caso contrario} \end{aligned}$$

Los detalles de la derivación son algo complicados (véase de la Fuente, 1991), pero la idea básica es como sigue. La variable $z_t = k_t/v_{t-1}$ nos da una idea del valor de las acciones en relación al capital físico. Si z aumenta (v baja para k dado), las acciones bajan y la invención se hace menos rentable. Por tanto, el empleo aumenta en la industria y disminuye en el sector investigador, dando como resultado una tasa más baja de innovación. Es decir, $L'(z) > 0$ y por tanto $\mu'(a) < 0$. Si z es lo suficientemente bajo, todo el mundo trabaja en la industria, y la innovación cesa (es decir, $L_t = 1$ y $\mu_t = n_{t+1}/n_t = 1$).

El Gráfico 5 muestra el diagrama de fase de la ecuación [31]. La función $g(z)$ es continua pero tiene una esquina que corresponde al cambio de régimen donde cesa la actividad investigadora. Existe un único estado estacionario z^* pero, dependiendo de si $g()$ corta la línea de 45 grados a un lado u otro de la esquina, la tasa de progreso técnico $\mu(z^*)-1$ puede ser positiva o cero. Como se ve en el diagrama, el sistema es globalmente inestable. Si el valor inicial de z no es igual a z^*, entonces o $z = k/v$ se hace negativo o $L(z) > 1$ en tiempo finito. Los primero implicaría un valor negativo de v, lo que no puede ser un equilibrio si hay libre disposición de activos; lo segundo no es factible. Por consi-

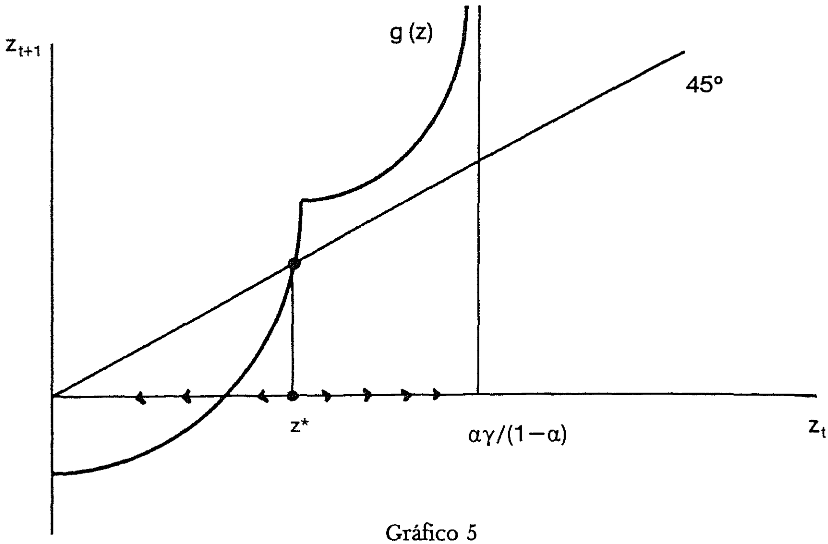

Gráfico 5
Modelo de I+D

guiente, el único equilibrio del sistema comporta un valor constante de z (con v «saltando» de inmediato a su valor de equilibrio correspondiente al valor inicial dado de k) y, por tanto, niveles constantes de empleo en los dos sectores y una tasa de innovación dada por $\mu^* = \mu(z^*)$.

Habiendo resuelto el sistema para el valor de equilibrio de z, es fácil obtener la senda temporal de las otras variables endógenas v_t, k_t e y_t. Las tasas de crecimiento de las tres variables satisfacen ecuaciones en diferencias muy sencillas. Por ejemplo, tenemos que

$$\eta_{t+1} = \mu^{*\xi} \eta_t^{\gamma}$$

donde $\eta_t = y_{t+1}/y_t$ y $\xi = (1/\alpha) - 1 > 0$. La tasa de crecimiento del *output* (y también de la renta *per cápita*, puesto que la población es constante) sigue una senda monotónica en el tiempo y se aproxima asintóticamente al valor estacionario

$$\eta^* = \mu^{*\xi/(1-\gamma)}$$

que es una función creciente de la tasa de innovación y, por tanto, del nivel de empleo en I+D.

b) Capital humano

Desde un punto de vista analítico, es a menudo conveniente interpretar el saber como capital intelectual abstracto. Está claro, sin embargo, que el conocimiento debe incorporarse en algo para poder ser útil en la producción. En una versión de esta idea, el conocimiento se incorpora a los bienes de equipo y los procesos productivos, dando lugar a la hipótesis de incorporación discutida en una sección anterior. Los modelos de crecimiento a través de la acumulación de capital humano se basan en la noción, muy relacionada con la anterior, de que el saber es productivo sólo desde el momento en que se «incorpora» a la fuerza laboral. Más en general, la idea es que un ingrediente importante del crecimiento es el aumento constante de la calidad del trabajo como resultado de la inversión en el hombre. La educación es un aspecto de este proceso, pero no el único. Así, por ejemplo, mejoras en la salud y nutrición podrían ser tan importantes como el nivel de escolaridad en los países menos desarrollados.

T. Schultz (1960, 1961) documenta la importancia cuantitativa de la inversión en el hombre y ofrece estimaciones de su contribución al crecimiento económico. Este autor halla que, para los EEUU en este siglo, la inversión en educación, incluyendo el coste implícito de la renta sacrificada por los estudiantes, ha crecido considerablemente en relación con la formación de capital físico. Según sus cálculos, el coste total de la educación como porcentaje de la inversión bruta en capital, subió del 9% en 1900 al 34% en 1956. La contribución de esta faceta, previamente ignorada, de la formación de capital al crecimiento es substancial: de acuerdo con Schultz, explicaría entre un tercio y un medio del remanente.

El trabajo de Denison (1962) y de otros «contables del crecimiento» proporcionó evidencia adicional sobre la importancia de la contribución de la educación al desarrollo, e inspiró a los teóricos a incorporar el capital humano en los modelos formales de crecimiento. El primer intento en esta dirección es un trabajo de Uzawa (1965), quien añade un sector educacional al modelo de crecimiento óptimo de Cass-Koopmans. La especificación utilizada por Uzawa para la tecnología de «investigación» (aprendizaje) se puede escribir $A'/A = g(\tau)$ donde τ es la fracción del tiempo disponible que se dedica a la educación y $g()$ es una función creciente y cóncava. El sector educacional utiliza sólo el trabajo como *input* y produce un aumento en la productividad del mismo. El nivel de τ es escogido por un planificador social que asigna recursos para maximizar el valor presente del consumo *per cápita* de un individuo representativo de vida infinita.

En uno de los trabajos recientes que marcan el renacimiento del interés en la teoría del crecimiento endógeno, Lucas (1989) reinterpreta el modelo de Uzawa (con función de utilidad instantánea isoelástica) como un modelo de equilibrio en el que los agentes invierten en capital humano para aumentar sus ingresos futuros. Lucas supone que la función de producción es de la forma $Y = K^{\alpha}[(1-\tau)A]^{1-\alpha}\bar{A}^{\gamma}$ donde A denota el stock «privado» de capital humano controlado por una unidad familiar representativa, y $\bar{A}$ es el stock de capital medio en la sociedad. Si $\gamma > 0$, la educación genera una externalidad positiva que los individuos, a diferencia del planificador, no tienen en cuenta. La parte del valor de la educación que resulta de su efecto directo sobre los ingresos del agente puede ser apropiada por éste, proporcionando así la justificación para la inversión privada en formación. Por otro lado, siempre que existan efectos externos positivos, habrá subinversión, y la tasa de crecimiento de la economía se verá reducida en consecuencia.

Un trabajo reciente de Azariadis y Drazen (*A-D*) (1990) desarrolla ideas similares en el contexto de un modelo de tipo Diamond. Puesto que las matemáticas son algo más sencillas y el autor de este artículo sufre de un fuerte sesgo en favor de los modelos de generaciones solapadas, utilizaremos esta formulación para ilustrar en mayor detalle la mecánica de los modelos de capital humano y algunas de sus implicaciones.

Comencemos con el incentivo económico a invertir en educación. En la formulación de *A-D*, un agente nacido en t comienza su vida con una dotación A_t de capital humano que hereda de sus padres y tiene la opción de dedicar parte de su juventud a formarse, en cuyo caso su productividad aumenta de acuerdo con la función de aprendizaje

$$A_{t+1} = g(A_t, \tau_t)\, A_t \qquad [32]$$

donde τ es el tiempo dedicado a la educación y $g()$ es una función cóncava en τ para A dado, reflejando el supuesto de rendimientos decrecientes a la educación.

Los agentes escogen el valor de τ de la misma forma en que tomarían cualquier otra decisión de inversión, es decir, a partir de una comparación de los costes y los beneficios (estrictamente pecuniarios) de la educación. El tiempo que se dedica a la formación podría haberse dedicado al trabajo y, por tanto, la remuneración sacrificada es uno de los costes de la educación que, aparte de esto, es gratis. El beneficio de la educación es el aumento resultante de los ingresos en el segundo período. En particular, suponemos que el *input* efectivo de trabajo es igual al producto de las horas trabajadas y el valor de A, lo que hace que la renta del trabajador sea proporcional a su stock de capital humano. Un agente racional que no se encuentre con restricciones crediticias, elegirá el nivel de τ que maximiza el valor presente de sus ingresos; esto es, resolverá:

$$\underset{0 \leq \tau \leq 1}{\text{Max}}\; l(\tau_t) = (1-\tau_t)A_t w_t + \frac{g(A_t, \tau_t)A_t}{R_{t+1}}$$

donde w denota el salario por unidad de eficiencia de trabajo $(1-\tau_t)A_t$ y $A_{t+1} = g(A_t, \tau_t)A_t$ son las unidades de trabajo suministradas por el individuo en el primer y segundo período de vida, y $R_{t+1} = 1 + r_{t+1}$ es el factor bruto de interés al que el agente puede transferir riqueza de un período al siguiente a través del mercado de capitales. Con un poco de álgebra, la condición de primer orden para este problema se puede escribir:

$$R_{t+1} \geq \frac{g_\tau(A_t, \tau_t)\, w_{t+1}}{w_t} \qquad \text{con igualdad si } \tau_t > 0 \qquad [33]$$

$$\tau_t \geq 0 \;\text{ con igualdad si } \qquad R_{t+1} > \frac{g_\tau(A_t, 0)\, w_{t+1}}{w_t}$$

El lado derecho de la primera desigualdad es la tasa marginal de rentabilidad bruta de la inversión en educación, es decir, la razón de su beneficio y su coste marginal. Podemos imaginarnos que el agente va comparando esta tasa con la de interés en cada momento de su vida académica. Si la rentabilidad de la formación excede la del capital físico, un poco más de educación es una buena inversión que aumenta la riqueza del individuo. La formación cesa cuando las dos tasas se igualan, señalando que un τ más alto ya no valdría la pena. La segunda parte de la condición nos dice que esto podría ocurrir desde el principio. Si el tipo de interés es lo suficientemente alto, o la contribución de la educación al aumento de la productividad lo suficientemente baja, el nivel óptimo de educación es cero.

Esta sencilla condición de Kuhn-Tucker ilustra la posibilidad de «trampas de desarrollo» generadas por la interacción de complementariedades estratégicas y soluciones de esquina a los problemas de optimización individual. Si $g_{\tau A}() > 0$, la rentabilidad marginal de la educación aumenta con el valor de A. Como en alguno de los modelos de la sección anterior, el incentivo a invertir aumenta con el stock acumulado; esto genera un efecto de «bola de nieve», siempre y cuando el stock inicial sea lo suficientemente grande como para iniciar el proceso. Una vez más, nos encontramos con un efecto de umbral *(threshold effect)*.

Azariadis y Drazen suponen que los agentes jóvenes heredan el stock de capital humano acumulado por sus padres y que todos los individuos son iguales. Por tanto, la función de aprendizaje [32] es también la ley de evolución del stock medio de capital humano en la economía. Implícita en esta formulación, está la idea de que la producción de conocimientos es un proceso cumulativo en el que las nuevas generaciones heredan el fruto de los esfuerzos de las anteriores. Como en Lucas, algunos de los beneficios de la educación no son directamente apropiables, pero ahora lo que se subraya son las externalidades entre generaciones, y no entre contemporáneos. Sin embargo, las implicaciones son las mismas: como los agentes no toman en consideración los beneficios externos de sus acciones, el nivel de inversión en formación será inferior al óptimo y esto reducirá la tasa de crecimiento.

Para completar la especificación del modelo, substituimos las expresiones estándar para los precios de los factores en equilibrio como función de $k = K/AL = K/A(2-\tau)$[28] en [33] obteniendo

$$f'(k_{t+1}) \geq \frac{g_\tau(A_t, \tau_t)w(k_{t+1})}{w(k_t)} \qquad \text{con igualdad si } \tau_t > 0 \qquad [34]$$

$$\tau_t \geq 0 \qquad \text{con igualdad si } f'(k_{t+1}) > \frac{g_\tau(A_t, 0)w(k_{t+1})}{w(k_t)}$$

[28] La población es constante y los trabajadores jóvenes y viejos tienen como dotación una unidad de tiempo útil. El número de «horas» trabajadas cada período en dos menos el tiempo que los jóvenes dedican a la formación. Multiplicando por el índice de productividad A, obtenemos la oferta de trabajo en unidades de eficiencia.

Queda también por especificar la ley de evolución del stock de capital físico. Como los agentes trabajan ambos períodos, su función de ahorro es de la forma

$$s(R, y_1, y_2) = \text{argmax}_s \; U(y_1 - s, y_2 + sR)$$

Con el supuesto adicional de que la función de utilidad es homotética, $s()$ es homogénea de grado uno en (y_1, y_2); utilizando esta propiedad y substituyendo en $s()$ los ingresos netos de cada período,

$$y_1 = (1-\tau_t)A_t w_t \quad \text{y} \quad y_2 = A_{t+1}w_{t+1} = g(A_t, \tau_t)A_t w_{t+1}$$

la condición de vaciado del mercado de capital ($K_{t+1} = s_t$) se puede escribir

$$(2-\tau_{t+1})k_{t+1} = s\big(f'(k_{t+1}), (1-\tau_t)\, w(k_t), g(A_t, \tau_t)\, w(k_{t+1})\big) \qquad [35]$$

Las ecuaciones [32], [34] y [35] caracterizan la senda de equilibrio del sistema. Para simplificar, supongamos que $g()$ no es función de A y que $g'(\tau) \to \infty$ si $\tau \to 0$. En tal caso, [34] se cumple siempre con igualdad y τ es estrictamente positiva, lo que elimina la posibilidad de trampas de desarrollo. Además, A desaparece de [34] y [35], por lo que el sistema formado por estas dos ecuaciones tiene un estado estacionario que resuelve

$$(1-T_r)f'(k) = g'(\tau) \qquad [36.A]$$

$$(2-\tau)k = s\big(\rho, (1-T_r)f'(k), (1-\tau)\, w(k), g(\tau)\, w(k)\big) \qquad [36.B]$$

donde, para referencia futura, he añadido también dos parámetros nuevos, la tasa de imposición sobre el interés (T_r) y un índice de preferencia temporal (ρ). El Gráfico 6 muestra los grafos de las funciones $\tau_A(k)$ y $\tau_B(k)$ definidas implícitamente por [36.A] y [B]. La ecuación [A] requiere la igualdad de las tasas de rentabilidad neta de las inversiones en capital físico y humano. El locus de puntos (k, τ) que satisfacen esta condición tiene pendiente positiva porque un aumento en k reduce el tipo de interés y, por tanto, hace que la educación sea una inversión relativamente más atractiva. La ecuación [B]

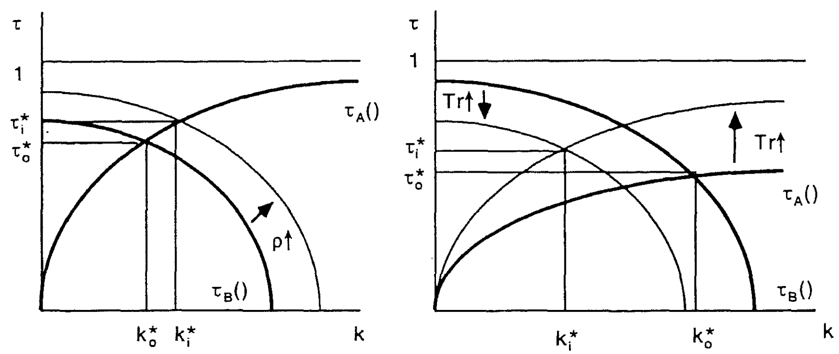

Gráfico 6
Modelo de Capital Humano

especifica que el ahorro debe permitir el mantenimiento de un ratio capital/trabajo constante. La pendiente de $\tau_B()$ es negativa porque un aumento en el tiempo dedicado a la formación reduce los ingresos de los agentes en el primer período y los aumenta en el segundo, reduciendo así el nivel de ahorro y, por tanto, la intensidad de capital en el estado estacionario.

La intersección de estas dos curvas determinan los valores estacionarios de las variables endógenas, k^* y τ^*. Es posible mostrar que el estado estacionario es un punto de silla por lo que, dado un valor inicial de k, existe un único valor de τ que pone a la economía en la senda convergente. A largo plazo, k y τ son constantes, y el producto *per cápita* viene dado por

$$y_t = \frac{2 - \tau^*}{2} A_t f(k^*)$$

Como en el modelo anterior, la tasa asintótica de crecimiento, dada ahora por $A_{t+1}/A_t = g(\tau^*)$ depende únicamente del volumen de recursos dedicado a actividades generadoras de «progreso técnico».

c) Algunas implicaciones

En conclusión, en los modelos de crecimiento endógeno repasados en esta sección, la tasa asintótica de crecimiento de la economía depende, como es habitual, de la tasa de «progreso técnico». En contraste con los modelos anteriores, sin embargo, la innovación es una actividad costosa. ¿Cuáles son las implicaciones de este supuesto? Una manera sencilla de apreciar las diferencias entre los modelos de esta sección y los anteriores consiste en considerar los efectos de un aumento en la propensión al ahorro o de un impuesto sobre las rentas del capital físico.

En los dos modelos que acabamos de estudiar, un aumento en la propensión al ahorro resulta en un incremento de la tasa de crecimiento. En el modelo de capital humano, un aumento en ρ desplaza la función de ahorro, y, por tanto, $\tau_B()$, hacia arriba. El resultado es un valor más alto de k en el estado estacionario que, a través de la reducción del producto marginal del capital físico, aumenta el nivel de inversión en educación y, por tanto, la tasa estacionaria de crecimiento de la renta *per cápita,* dada por $\eta^* = g(\tau^*)$. En el modelo de I+D sucede algo parecido. Es fácil ver que un aumento en s resulta en un valor inferior de z y, por tanto, en un aumento de η^*. Pero el mecanismo que genera este resultado es muy distinto del que tendríamos, por ejemplo, en un modelo de aprender haciendo, ya que un aumento en la propensión a ahorrar (o cualquier otro cambio paramétrico) puede afectar la tasa de crecimiento a largo plazo sólo a través del nivel de empleo en el sector investigador. Esto tiene poco que ver con la acumulación de capital propiamente dicha.

En ambos casos, lo importante es la rentabilidad relativa de dos tipos de inversión, y el efecto del ahorro sobre ésta. Esto se aprecia claramente cuando consideramos el efecto de un aumento en el gravámen sobre las rentas del capital, que en este marco puede tener consecuencias muy distintas de las que tendría en modelos más tradicionales. Es fácil ver, por ejemplo, que en el modelo de I+D un aumento en dicho impuesto resultaría en una tasa de crecimiento *más elevada*.[29] Claramente, el supuesto de que el ahorro es una fracción fija de la renta del trabajo tiene algo que ver con este resultado, pero ésta no es la única causa. La razón más importante es que en este modelo la investigación y la formación de capital compiten por recursos, por lo que al gravar una actividad se estimula indirectamente la otra.

Los individuos tienen acceso a dos activos (capital físico y acciones), y dividen su tiempo entre dos actividades (investigación y producción) cuya rentabilidad depende en parte de la de los distintos activos. Cambios en los tipos impositivos afectan a los rendimientos netos de los activos y a la remuneración (o coste) de las dos actividades, lo que lleva a una reasignación de recursos. Un aumento en el impuesto sobre el interés hace que las acciones sean relativamente más atractivas, pero el diferencial se elimina a través de un aumento en el nivel de actividad investigadora, es decir, un aumento en la oferta de acciones. Por tanto, la política impositiva influye sobre el ritmo de crecimiento a través de su efecto sobre la asignación de recursos a las distintas actividades inversoras, así como a través del nivel de ahorro.

La situación en el modelo de capital humano es parecida, aunque algo más complicada. Un aumento en T_r, reduce la rentabilidad neta del capital físico, desplazando $\tau_A()$ hacia arriba. Es decir, la imposición sobre el capital genera un efecto de substitución que induce a los agentes a invertir más en capital humano. Por otro lado, el ahorro es (bajo supuestos estándar) una función creciente de la tasa de interés neta de impuestos. Por tanto, el incremento de T_r reduce, a través del ahorro, el stock de capital sostenible para cada valor dado de τ, desplazando $\tau_B()$ hacia abajo. El efecto neto del aumento de la imposición sobre el capital en la tasa de crecimiento depende de la elasticidad de la función de ahorro con respecto al interés. Si ésta es baja, el efecto de substitución prevalece, y el aumento en T_r se traduce en un aumento de la tasa de crecimiento asintótica de la economía.

En conclusión, si el progreso técnico es el resultado de un proceso inversor, sea en educación o en investigación, existe la posibilidad de conflicto entre el crecimiento rápido a largo plazo y la formación de capital físico. Como en el caso de algunos de los modelos que repasábamos en la sección 4.2, un aumento en la propensión al ahorro acelera el ritmo de crecimiento, pero ahora esto se debe sobre todo a efectos de substitución provocados por la caída de la rentabilidad relativa del capital físico. Desde el punto de vista del efecto de la política fiscal sobre el crecimiento, las implicaciones de los dos tipos de modelos pueden ser muy distintas.

[29] Véase de la Fuente (1991), capítulo 3.

5. Conclusión

Aunque hay un volumen considerable de trabajo reciente en teoría del crecimiento que no hemos cubierto, ya va siendo hora de concluir la historia de A y ver si tiene moraleja. En 1956 a Solow se le ocurrió un modelo muy bonito; jugando con él, tropezó con el residuo y A vino al mundo. Han pasado treinta y cinco años, y hay ya millares de páginas repletas de sabias reflexiones sobre el tema. A la hora de evaluar este río de tinta, conviene hacerse dos preguntas: ¿qué hemos aprendido?, y ¿a quién le importa?

Para apreciar cuánto hemos progresado tenemos que ver que es lo que los economistas sabían, o creían saber, sobre el crecimiento antes de los años cincuenta. Lo poco que hemos dicho sobre el tema en secciones anteriores ha sido bastante engañoso. He utilizado la ficción de una familia neoclásica con una fijación calvinista con el capital como cabeza de turco. Esto ayuda a contar la historia —siempre es conveniente tener un malo en la película— y puede que hasta recoja algo de la verdad, pero se trata tan sólo de una caricatura. Sugiere que los economistas no habían pensado nunca seriamente sobre el progreso técnico hasta que el remanente les forzó a ello, y esto no es verdad. Es hora de dar una versión un poco más equilibrada. Después debería ser posible volver a nuestras dos preguntas con un poco más de perspectiva.

5.1. *Retrospectivo*

Muchos de los ingredientes básicos de la teoría moderna del crecimiento están ya presentes en forma reconocible en el trabajo de los economistas clásicos y fueron elaborados después por Marshall, Fisher y Young entre otros. Esta sección repasa brevemente lo suficiente del trabajo anterior a Solow para mostrar que, antes de que A apareciese, las ideas centrales de la teoría del crecimiento ya habían sido desarrolladas aunque, en general, no se había dado un tratamiento coherente y sistemático del fenómeno. Desde Mill, si no antes, los economistas han entendido que el aumento de la productividad en el tiempo es el resultado de dos fuerzas: la acumulación de capital físico y el progreso técnico, entendido en sentido amplio. Existía también acuerdo sobre que, en ausencia del segundo factor, la primera fuerza acabaría agotándose. Sin progreso técnico, los rendimientos decrecientes debidos a la presencia de factores fijos, tenderían a reducir la productividad marginal del capital hasta que cesase el crecimiento.

Por tanto, el reparto —los dos motores y el freno del crecimiento— es el mismo desde las primeras versiones del drama. El tema principal también se ha mantenido constante: se trata de la lucha del hombre con la naturaleza:

> No estoy afirmando que el coste de producción, y por consiguiente el precio, de los productos agrícolas aumente siempre y necesariamente con el crecimiento de la población. Tiende a hacerlo, pero esta tendencia puede ser contenida, y a veces lo es, incluso durante largos períodos. El efecto no depende de un solo principio, si no de dos principios antagónicos. Hay otra fuerza, en conflicto

> constante con la ley de rendimientos decrecientes en la tierra, a cuya consideración procedemos ahora. No es otra que el progreso de la civilización...
> Esta ley [de rendimientos decrecientes] puede ser suspendida, o controlada temporalmente, por todo aquello que añade al poder general del hombre sobre la naturaleza; y especialmente por toda extensión de sus conocimientos y el dominio resultante sobre las propiedades de los agentes naturales.
>
> (J. S. Mill, *Principles of Political Economy,* págs. 187-88)

La historia de este triángulo ha sido contada muchas veces y por muchos autores. Con el tiempo, ha ido ganando en técnica y profundidad psicológica lo que ha perdido en frescura. El argumento ha cambiado considerablemente en rendiciones sucesivas, y también lo han hecho los protagonistas. Los rendimientos decrecientes son todavía el resultado de la existencia de factores fijos, pero los autores modernos tienden a pensar antes en el trabajo que en la tierra. La teoría del ahorro y la inversión se ha desarrollado considerablemente, aunque Mill ya anticipe muchos de sus componentes básicos. Pero el cambio más importante ha sido, sin duda, la creciente complejidad del carácter de A y de su relación con la formación de capital.

Ya desde el principio se distinguen dos versiones básicas de la historia. En una de ellas, la tecnología aparece como una fuerza exógena y claramente diferenciada de la formación de capital. En la otra, el progreso técnico es endógeno y está muy relacionado con la inversión. J. S. Smill es un claro exponente de la primera perspectiva. Aunque tiene una visión muy amplia y sofisticada de los factores que contribuyen al aumento de la productividad, Mill no explora las fuerzas económicas que mueven el proceso innovador.

En Smith, Marshall y Young, por contra, el cambio tecnológico es en gran parte endógeno e inseparable de la formación de capital. El aumento de la productividad es resultado del aumento en la división del trabajo que resulta de la extensión creciente del mercado. Pero el crecimiento de la renta aumenta a su vez el tamaño del mercado y el nivel de ahorro. Estos factores proporcionan el incentivo y los medios para llevar la división del trabajo un paso más adelante, cerrando así el círculo virtuoso del crecimiento. La formación de capital juega un papel central en este proceso. Para Smith, la acumulación naturalmente proporciona el incentivo a la innovación y la mejora en la organización productiva, ya que los empresarios buscarán emplear su stock creciente de capital de la manera más productiva posible.

En las dos versiones de la historia, el progreso técnico es, al menos implícitamente, el motor del crecimiento en última instancia, ya que éste se puede sostener de forma continuada tan sólo si es posible contrarrestar la tendencia a los rendimientos decrecientes. Así y todo, el énfasis se suele poner en el ahorro y la formación de capital, que se consideran los principales factores *económicos* responsables del desarrollo. En el caso de Mill, el énfasis en el capital refleja simplemente la opinión de que el cambio tecnológico es, en gran parte, una fuerza exógena. En Smith, una de las razones por las que el capital es tan importante es que su acumulación es lo que hace posible el aumento en el grado de división del trabajo, permitiendo así el acceso a técnicas de producción más eficientes. El capital y el progreso técnico están estrechamente relacionados, pero el primero es posiblemente el asidero más fácil.

Es posible extraer de ambas versiones de la historia lo que he llamado el dogma de la «primacía del capital», aunque debería también quedar claro que esta expresión no está del todo justificada. Aunque menos simplista de lo que hemos sugerido anteriormente, el énfasis en el ahorro es claro desde el principio:

> Los capitales aumentan con la parquedad y disminuyen con el despilfarro y la venalidad... La parquedad, y no la industria, es la causa inmediata del aumento del capital. La industria, es cierto, proporciona los medios que acumula la parquedad. Pero por mucho que produzca la industria, si la parquedad no lo ahorra y almacena, el capital no aumentará nunca.
>
> (*Wealth of Nations*, págs. 238)

Tras Mill, el crecimiento cede el protagonismo al desarrollo de la teoría estática de la distribución, y después a la macro keynesiana. Tendremos que esperar hasta el final de la segunda guerra mundial para volver a encontrar un interés generalizado por el tema. Esto es sólo unos pocos años antes del comienzo de nuestra historia. Puede ser, por tanto, interesante ver donde estábamos justo antes de que *A* entrase en escena. Una revisión de la literatura de Abramovitz publicada en 1952 nos da una buena idea. Aproximadamente dos tercios del artículo tratan de la formación de capital, pero el autor no se ha olvidado del progreso técnico:

> No es arriesgado decir que sólo el descubrimiento y explotación de nuevos conocimientos pueden rivalizar con la formación de capital como causa del progreso económico. Los dos factores están, de hecho, íntimamente relacionados. Se dice a menudo que el saber es el elemento más importante del stock de capital de una comunidad. Y, en la medida que el saber práctico se obtiene como resultado de la deliberada asignación de recursos a su descubrimiento y uso, el caudal de conocimientos se aumenta por un proceso análogo al que lleva al aumento del stock de equipos materiales. Y a la inversa, la explotación de los nuevos conocimientos requiere casi siempre algún tipo de inversión, provocando por tanto un aumento del stock de capital (pág. 91).
> ...nuestra forma de pensar está a menudo teñida... por una concepción demasiado restringida del ahorro. Los gastos en educación y mejora de la salud son también parte del ahorro —y de hecho, una parte muy importante del mismo (pág. 95).

En otras palabras, *A* no apareció de repente y por sorpresa. El párrafo anterior resume muy bien las ideas centrales que subyacen a la mayor parte de la literatura de crecimiento endógeno. La formación de capital y el progreso técnico son ambos importantes. Los dos están estrechamente relacionados y son resultado, al menos en parte, de fuerzas económicas. Pero si ya sabíamos esto en 1952, y posiblemente mucho antes, ¿qué ha aportado todo el trabajo resumido en este artículo a nuestro entendimiento del proceso de desarrollo?

5.2. *Valoración*

La valoración que hace Abramovitz del estado de la economía del crecimiento a principios de los años cincuenta nos proporciona algunas pistas para una posible respuesta. Se queja de dos cosas: la falta de un marco general que permita organizar lo que hasta la fecha ha sido trabajo «fragmentario», y la dificultad de medir la contribución del saber al crecimiento de la renta. Estos comentarios deberían aclarar porqué la contribución de Solow fue lo suficientemente importante como para convertirse, merecidamente, en la referencia obligada de casi todo el trabajo posterior en este área. Su trabajo de 1956 proporcionaba un marco sencillo, tratable y explícitamente dinámico para el análisis teórico del proceso de crecimiento. Además, como demostraría el mismo Solow sólo un año más tarde, el mismo marco podía ser útil para organizar los datos. El residuo proporcionaba una forma ingeniosa de obtener, evitando el problema de medición directa, una estimación preliminar de la importancia relativa de la formación de capital y el progreso técnico en el crecimiento. Los resultados fueron, como hemos visto, muy sorprendentes: ¡parecía que casi todo el aumento en la renta *per cápita* norteamericana durante la primera mitad del siglo era el resultado del progreso técnico!

Estuvo claro desde el primer momento que el método del residuo subestimaba la contribución de la formación de capital al crecimiento. Pero los resultados eran tan extremos que, incluso después de cualquier corrección razonable, no era posible eludir la necesidad de incorporar el avance tecnológico explícitamente a la teoría del crecimiento. En una sección anterior hemos repasado el desarrollo del marco conceptual que utilizan hoy en día los economistas para analizar los aspectos económicos del progreso técnico. Es verdad que algunos de los componentes de éste ya existían, pero de forma fragmentaria y no sistematizada. Lo que faltaba por hacer era reunir los distintos hilos y tejerlos en una trama coherente y que hiciera justicia a la complejidad del fenómeno.

Dos de los hilos eran de reciente fabricación. Uno era la economía de la información, el otro la teoría matemática de los sistemas dinámicos. El concepto de información proporcionaba las bases para un análisis unificado de las distintas facetas del progreso técnico. La familiaridad creciente de los economistas con las matemáticas adecuadas permitía que el desarrollo de la teoría del crecimiento continuase de una forma más rigurosa.

La combinación de estos dos elementos es lo que da a la literatura del crecimiento de las últimas décadas su sabor distintivo. Por un lado tenemos un marco conceptual amplio basado en la teoría de mercado de la innovación y la interpretación del progreso técnico como la adquisición y diseminación de conocimientos. Por otro, tenemos una multitud de modelos dinámicos que exploran formalmente distintos aspectos del mismo y complejo fenómeno. Del primero de estos elementos obtenemos una visión panorámica del bosque: una lista de los factores relevantes para entender el crecimiento y alguna idea de las interconexiones entre ellos. El segundo nos ha dado una serie, no muy coherente, de fotografías de distintos árboles.

La mezcla es, sin duda, un brebaje interesante, pero ¿funciona? Podría ser. Probablemente no tan bien como quisiéramos pero, ciertamente, mejor que la alternativa. Idealmente, nos gustaría tener una teoría del crecimiento que explicase las variaciones en el tiempo y en el espacio del ritmo de crecimiento económico y que nos dijese qué hacer en cada caso para acelerar el desarrollo. ¿A qué distancia estamos de este ideal?

En términos de explicar la experiencia detallada de crecimiento de los distintos países, estamos aún muy lejos. Tenemos alguna idea de dónde mirar, de lo que puede ser importante, y esto es un principio. Ciertamente, hay sitio de sobra para mejoras, y habrá que ver si el gran volumen de trabajo que se está realizando últimamente en este campo resulta en algo más que vagas generalidades y refinamientos en la formulación de ideas ya familiares. Pero quizá estemos pidiendo demasiado: es probablemente imposible que la teoría económica nos pueda dar todas las respuestas. Los factores políticos, culturales y sociales son difíciles de incorporar a los modelos formales con los que nos gusta trabajar. Llegado el momento, el teórico debe hacer sitio al historiador y trabajar con él, y a continuación los dos deberían ir a buscar un económetra. El trabajo de gente como Paul David y Douglass North y otros que se han atrevido a ponerse dos o tres sombreros a la vez (y han conseguido hacerlo con gracia) ilustra tanto las limitaciones como las posibilidades de la teoría del crecimiento concebida como herramienta para entender la historia.

En cuanto a la política económica, hay una lección general bastante obvia: para crecer hay que ahorrar, es decir consumir un poco menos hoy para poder dedicar recursos a actividades que aumenten nuestra capacidad de producción mañana. Una de las cosas más importantes que hemos ganado (¿recuperado?) durante las últimas décadas es una concepción menos rígida del ahorro y el capital, una concepción que incluye no sólo el capital físico en el sentido estrecho y tradicional del término, sino también el saber y el capital humano, ambos entendidos en sentido amplio.

La idea fue pronto recogida por los gobiernos, o al menos por sus asesores económicos. El párrafo que sigue está tomado de una declaración del Consejo de Asesores Económicos del presidente Kennedy.[30]

> Las claves gemelas de un crecimiento más rápido de la productividad y la renta son dos formas de inversión: inversión en educación, salud, recursos naturales, investigación y desarrollo para el avance técnico; e inversión en el aumento y modernización del stock de instalaciones y equipos productivos de la nación.

Merece la pena recordar que Solow trabajaba entonces en el staff del Consejo de Asesores Económicos del presidente. Pero incluso el Consejo de Reagan, dominado por «supply-siders» más inclinados a enfatizar la formación de capital en el sentido tradicional, dedicaba un capítulo entero de uno de sus informes anuales (1988) a «El Conocimiento, el Mercado y el Progreso Económico».

[30] «The American Economy in 1961: Problems and Policies». Declaración del Consejo de Asesores Económicos al Comité Conjunto Económico, marzo-abril 1961. Reproducido en Tobin y Weidenbaum, 1988, pág. 24.

A nivel general, por tanto, la lección se aprendió rápidamente y no se olvidó. Existe un acuerdo bastante amplio entre los políticos y los economistas, aplicados y académicos por igual, en que las dos fuerzas motrices del crecimiento merecen atención y ayuda pública. Pero existen considerables diferencias sobre cuestiones específicas: cómo diseñar el sistema impositivo para incentivar el crecimiento, el nivel de financiación pública y el grado de intervención del gobierno en eduación e investigación, la conveniencia de una política industrial o comercial activa, etc.

En este sentido, queda mucho trabajo por hacer. Los modelos teóricos agregados del tipo discutido en este artículo han servido sobre todo para ilustrar la importancia potencial de una serie de factores para el crecimiento económico. Las conclusiones de política que se derivan de cada uno de estos modelos son muy generales y bastante obvias: no resulta muy sorprendente concluir que conviene incentivar la educación y el I+D. Sin embargo, el ejercicio de modelización no carece totalmente de valor ya que permite, por un lado, clarificar los mecanismos a través de los cuales es posible incidir sobre el ritmo del aumento de la productividad y, por otro, abre la puerta al intento de cuantificación de la importancia relativa de los distintos factores que identifica la teoría, lo que es de importancia vital desde el punto de vista de la formulación de una política coherente de desarrollo.

Al pensar en términos de políticas concretas se pone también de manifiesto la necesidad de continuar profundizando en el análisis teórico del avance tecnológico. Por ejemplo, habiendo decidido que hay que subvencionar la actividad investigadora, se plantea de inmediato la cuestión de cómo hacerlo. En el modelo que hemos repasado, la forma del subsidio no es muy importante, pero si tenemos en cuenta los problemas de incentivos que aparecen en formulaciones sólo ligeramente más realistas que la utilizada, el análisis se complica considerablemente. Por otro lado, existe una importante literatura microeconómica de relevancia directa para el problema e incluso muchas aplicaciones específicas al I+D. No estaría de más intentar tender un puente entre las dos áreas de investigación. En la misma línea, los modelos que hemos desarrollado pecan sin duda de un mecanismo excesivo. En el modelo de Arrow, por ejemplo, la acumulación de capital conlleva un aumento automático de la productividad. Tomando el modelo literalmente, lo que habría que hacer es subvencionar la inversión en general. Pero la idea subyacente a esta formulación matemática, escogida en gran parte por su simplicidad de manejo, es que la experiencia es uno de los grandes motores del aumento de la productividad —y esto plantea el problema más difícil de cómo incentivar el aprendizaje e incluso, más fundamentalmente, de cómo funciona éste.

En conclusión, para pasar de vagas generalidades a recomendaciones útiles hace falta, aparte de un esfuerzo de cuantificación, un análisis más detallado y fundamental de las fuerzas motrices del progreso técnico. Como ocurrió en macro hace unos años, se está poniendo de manifiesto la necesidad de volver a los «microfundamentos».

Y hablando de macro, concluiré con la reflexión siguiente. De forma un tanto paradójica, la contribución más importante de la literatura de crecimiento a la teoría económica debe buscarse más en el campo de la macroeconomía que en el de la economía del desarrollo. El modelo neoclásico de crecimiento, en sus distintas variantes, se ha convertido en el marco estándar para el análisis macroeconómico. En este respecto tiene dos ventajas importantes sobre su predecesor: su carácter dinámico y el estar construido sobre fundamentos microeconómicos bastante más sólidos. Mientras el modelo keynesiano se basaba en reglas sencillas de decisión de los agentes derivadas de un razonamiento intuitivo (p. ej. la función de consumo o la de preferencia de liquidez), las ecuaciones de comportamiento de las versiones dominantes del modelo neoclásico están explícitamente derivadas de la optimización de los agentes individuales. No aburriré al lector con un sermón sobre el valor de la disciplina teórica que esto impone. Lo más importante desde nuestro punto de vista es que hacía falta un modelo dinámico para capturar explícitamente el siempre presente «*trade-off*» entre el consumo presente y el futuro que se encuentra en el corazón del proceso de crecimiento. Pero un modelo dinámico era también el vehículo natural para analizar gran cantidad de otros problemas teóricos y de política en economía.

Por tanto, una vez que tal modelo estuvo disponible, se fue convirtiendo gradualmente en una herramienta indispensable para los macroeconomistas teóricos, los económetras, los economistas especializados en finanzas públicas, y muchos otros. Gran parte del trabajo posterior a 1960 en macroeconomía, teórica o aplicada, se ha hecho en modelos de crecimiento. Retrospectivamente, esto no es sorprendente, ya que resulta difícil pensar en algún aspecto de la política macroeconómica que no influya sobre el crecimiento, o en algún aspecto de la teoría macroeconómica que no tenga relación con el tema.

La mayor parte de este trabajo, sin embargo, se ha basado en la versión «canónica» del modelo neoclásico. El progreso técnico, por tanto, se ha ignorado o se ha tratado como una variable exógena. Un resultado predecible de este olvido ha sido una preocupación demasiado estrecha por la formación de capital físico, particularmente en lo que se refiere al análisis de la política fiscal. La corrección de esta omisión sugiere una larga e importante agenda de investigación. Finalmente, un segundo proyecto complementario del anterior consistiría en analizar la interrelación entre el ciclo y la tendencia, explorando, por ejemplo, las implicaciones para el crecimiento de la política de demanda. Algo de esto se ha comenzado a hacer ya en modelos del ciclo real,[31] pero el desarrollo reciente de modelos dinámicos de competencia imperfecta sugiere que quizá sea factible reintroducir en el análisis la tradicional preocupación keynesiana por la demanda efectiva.

[31] Véase, por ejemplo, McCallum (1989).

Apéndice: Un modelo sencillo de competencia monopolística

Consideremos una economía en la que hay dos tipos de bienes: un bien de consumo homogéneo y un continuo de medida n de bienes intermedios diferenciados, $x(s)$ con $0 \leq s \leq n$. El bien final se produce en una industria competitiva que se limita a montar los distintos tipos de componentes, utilizando una función de producción de elasticidad de substitución constante:

$$y = \left(\int_o^n x(s)^\alpha \, ds \right)^{1/\alpha} \qquad (\alpha < 1) \qquad [A1]$$

La elasticidad de substitución entre cada par de componentes es $\varepsilon = \dfrac{1}{1-\alpha} > 1$. Si α aumenta, los componentes son mejores sustitutos unos de otros y, por tanto, el poder de mercado de cada productor disminuye para cualquier número n de empresas dado. Alternativamente, podemos interpretar [A1] como una función de utilidad y los x's como bienes de consumo, pero la primera interpretación resulta ser más conveniente.[32]

El sector intermedio está formado por un continuo de empresas que compiten monopolísticamente. Cada una produce un producto diferenciado utilizando una (misma) tecnología con capital y trabajo como *inputs*:

$$x_s = k_s^\gamma \, l_s^{1-\gamma} \qquad [A2]$$

Para caracterizar el equilibrio, comencemos con los productores de bienes finales. Dado un valor fijo de n, [A1] exhibe rendimientos constantes a escala, por lo que el tamaño de la empresa es indeterminado. Sin embargo, cada empresa minimizará, independientemente de su tamaño, el coste de producción del nivel deseado de *output* tomando como dados los precios $p(s)$ de los diferentes componentes $x(s)$; es decir, cada empresa resuelve:

$$\min_{x(s)} \int_o^n p(s)\, x(s)\, ds \qquad \text{sujeto a} \qquad y_i = \left(\int_o^n x(s)^\alpha \, ds \right)^{1/\alpha}$$

De las condiciones de primer orden para este problema se pueden obtener las funciones de demanda condicionales de los bienes intermedios $x(s)$. Una empresa i que produce y_i unidades del bien final demandará

$$x_i^s(p, y_i) = \frac{y_i \, p(s)^{-\varepsilon}}{\left(\int_o^n p(t)^{1-\varepsilon} \, dt \right)^{1/\alpha}} \qquad [A3]$$

[32] El funcional aditivo en [A.1] fue introducido por Dixit y Stiglitz (1977) como una función de utilidad. Ethier (1982) lo reinterpreta como una función de producción. Las dos formulaciones son equivalentes en un contexto estático, pero la interpretación de y como un *output* homogéneo nos permite introducir el capital exactamente de la misma forma que en el modelo tradicional de un sector.

unidades del *input* s dados los precios $p = p(s)\big|_{s=o}^{n}$. Después de integrar sobre los productores finales, una empresa del sector intermedio invierte [A3], obteniendo así la función inversa de demanda

$$p(x_s) = \Phi x_s^{-1/\varepsilon} \quad \text{donde } \Phi = \left(\frac{y}{\left(\int_o^n p(t)^{1-\varepsilon}\, dt\right)^{1/\alpha}} \right)^{1/\varepsilon} \qquad \text{[A4]}$$

e y es el *output* total del bien final. Suponemos que cada productor de componentes maximiza beneficios tomando como dados [A4], los precios de los factores y los precios que fijan sus competidores; esto es, resuelve:

$$\text{Max } \Pi = p(x_s)x_s - wl_s - Rk_s \qquad \text{s.t. } x_s = k_s^{\gamma}\, l_s^{1-\gamma}$$

Con un poco de algebra, las condiciones de primer orden de este problema se reducen a

$$R = \Phi\alpha\gamma x_s^{\alpha}/k_s \qquad \text{[A5]}$$

$$w = \Phi\alpha(1-\gamma)x_s^{\alpha}/l_s \qquad \text{[A6]}$$

y los beneficios de la empresa vienen dados por

$$\pi = (1-\alpha)\Phi x_s^{\alpha} \qquad \text{[A7]}$$

Consideramos ahora un equilibrio simétrico en el que la libre entrada lleva el nivel de beneficios a cero en el sector de bienes finales y los productores de componentes se comportan todos de la misma forma, produciendo el mismo nivel de *output* (x) y utilizando las mismas cantidades (k, l) de los dos *inputs*. Tomando como dados los stocks agregados de capital (K) y trabajo (L), tenemos $k = K/n$ y $l = L/n$.

Es fácil ver que el coste mínimo de producción del nivel de output y viene dado por

$$C(p, y) = y\left(\int_o^n p(t)^{1-\varepsilon}\, dt\right)^{1/(1-\varepsilon)}$$

Por tanto, si $p(s) = p$ para todos los tipos de componentes, tenemos

$$C(p, y) = y(np^{1-\varepsilon})^{1/(1-\varepsilon)} = pyn^{1/(1-\varepsilon)} = py/n^{1/(\varepsilon-1)}$$

por lo que un aumento en el número de variedades de bienes intermedios reduce el coste de producción del *output* final. Por otro lado, con entrada libre y competencia perfecta, el precio del *output* final (p_g) debe ser igual su coste unitario, es decir $p_g = p/n^{1/(\varepsilon-1)}$ o, normalizando el precio del *output* final a 1 para todos los períodos, tenemos que, en equilibrio, el precio de cada uno de los componentes es

$$p = n^{1/(\varepsilon-1)} \qquad \text{[A8]}$$

Como todos los productores intermedios tienen el mismo nivel de *output* (x) deducimos que

$$y = \left(\int_o^n x^\alpha \, ds\right)^{1/\alpha} = (nx^\alpha)^{1/\alpha} = n^{1/\alpha}x \quad \Rightarrow \quad x = yn^{-1/\alpha} \qquad [A9]$$

Utilizando [A8], tenemos $\Phi = y^{1/\varepsilon}$, substituyendo esta expresión en [A9] y [A5]−[A7], se obtienen las siguientes expresiones, que nos dan los precios de equilibrio de los factores y los beneficios de una empresa representativa como funciones de (y, L, K, n)

$$\pi = (1-\alpha)y/n \qquad R = \alpha\gamma y/nk \qquad w = \alpha(1-\gamma)/L \qquad [A10]$$

Finalmente, utilizando [A1] y [A2], podemos recuperar una función de producción agregada[33] en forma reducida

$$y_t = n_t^{(1/\alpha)+\gamma-1} \, k_t^\gamma \, L_t^{1-\gamma} \qquad [A11]$$

La «tecnología» por tanto, exhibe rendimientos constantes en los *inputs* convencionales, pero si entendemos el «conocimiento» como diseños para nuevos productos ($n = A$), tenemos rendimientos crecientes en total.

[33] De hecho, [A.11] incorpora además de la tecnología de los dos sectores, aspectos del equilibrio, así que no es una función de producción en el sentido habitual del término. Por otro lado, esta expresión resume la relación entre los stocks de factores primarios y el *output* del bien final de consumo.

Referencias

Abramovitz, M. (1952): «Economics of Growth» en *Thinking About Growth and Other Essays on Economic Growth and Welfare,* Cambridge U. Press, Cambridge (Mass.), 1989.

Abramovitz, M. (1956): «Resource and Output Trends in the United States since 1870», *American Economic Review* 2, pp. 5-23.

Aghion, P. y Howitt, P. (1990): «A Model of Growth through Creative Destruction», Delta document 90-12, París.

Akerloff, G. y Nordhaus, W. (1967): «Balanced Growth: A Razor's Edge?», *International Economic Review* 3, pp. 343-8.

Arrow, K. J. (1962): «Economic Welfare and the Allocation of Resources for Invention», en *Collected Papers of Kenneth J. Arrow, vol. 5: Production and Capital,* Harvard U. Press, Cambridge (Mass.), 1985.

Arrow, K. J. (1969): «Classificatory Notes on the Production and Transmission of Technological Knowledge», en *Collected Papers of Kenneth J. Arrow, vol. 5: Production and Capital,* Harvard U. Press, Cambridge (Mass.), 1985.

Arrow, K. J. (1962): «The Economic Implications of Learning by Doing», en *Collected Papers of Kenneth J. Arrow, vol. 5: Production and Capital,* Harvard U. Press, Cambridge (Mass.), 1985.

Arrow, K. J. (1965): «Knowledge, Productivity and Practice», en *Collected Papers of Kenneth J. Arrow, vol. 5: Production and Capital,* Harvard U. Press, Cambridge (Mass.), 1985.

Azariadis, C. y Drazen, A. (1990): «Threshold Externalities in Economic Development», *Quarterly Journal of Economics* 2, pp. 501-26.

Barzel, Y. (1968): «Optimal Timing of Innovations», *Review of Economics and Statistics* 3, pp. 348-55.

Black, J. (1969): «Learning by Doing and Optimum Savings», *Canadian Journal of Economics* 2, pp. 604-12.

Burmeister, E. y Dobell, R. (1970): *Mathematical Theories of Economic Growth,* Macmillan, Londres.

Cass, D. (1965): «Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation», *Review of Economic Studies* 32, pp. 233-40.

Conlisk, J. (1968): «Non-Constant Returns to Scale in a Neoclassical Growth Model», *International Economic Review* 3, pp. 369-73.

Dasgupta, P. y Stiglitz, J. (1980a): «Industrial Structure and the Nature of Innovative Activity», *Economic Journal* 90, pp. 266-93.

Dasgupta, P. y Stiglitz, J. (1980b): «Uncertainty, Industrial Structure and the Speed of R&D», *Bell Journal of Economics* 11, pp. 1-28.

David, P. (1975): *Technical Choice, Innovation and Economic Growth; Essays on American and British Experience in the Nineteenth Century,* Cambridge U. Press, Cambridge (Inglaterra).

Denison, E. (1962): *The Sources of Economic Growth in the United States and the Alternatives Before Us,* Committee for Economic Development, Washington D. C.

Diamond, P. (1965): «National Debt in a Neoclassical Growth Model», *American Economic Review* 5, pp. 1126-50.

Dixit, A.; Mirrlees, J. y Stern, N. (1975): «Optimum Savings with Economies of Scale», *Review of Economic Studies* 3, pp. 303-325.

Dixit, A. (1976): *The Theory of Equilibrium Growth,* Oxford U. Press, Oxford.

Dixit, A. (1988): «A General Model of R&D Competition and Policy», *Rand Journal of Economics* 3, pp. 317-26.

Dixit, A.; Mirrlees, J. y Stern, N. (1975): «Optimum Savings with Economies of Scale», *Review of Economic Studies* 3, pp. 303-325.

Drandakis, E. y Phelps, E. (1966): «A Model of Induced Invention, Growth and Distribution», *Economic Journal* 304, pp. 822-40.

Fabricant, S. (1954): «Economic Progress and Economic Change», en *34th Annual Report of the National Bureau of Economic Research,* Washington, D. C.

Freeman, C. (1986): *The Economics of Industrial Innovation,* MIT Press, Cambridge (Mass.), 2.ª ed.

de la Fuente, A. (1991): «Essays on Growth: Theory and Policy», Tesis doctoral, University of Pennsylvania, Filadelfia.

de la Fuente, A. (1992): «Histoire d'A: Crecimiento y Progreso Técnico, partes I y II», IAE, Barcelona.

Griliches, Z. (1957): «Hybrid Corn: An Exploration in the Economics of Technological Change», *Econometrica* 4, pp. 501-22.

Grossman, G. y Helpman, E. (1991): «Expanding Product Variety», en *Innovation and Growth in the Global Economy,* MIT Press, Cambridge (Mass.).

Harrod, R. (1937): «Review of Joan Robinson's Essays in the Theory of Employment», *Economic Journal* 186, pp. 326-30.

Heilbroner, R. (1986): *The Essential Adam Smith,* W. W. Norton, Nueva York.

Hicks, J. (1960): «Thougths on the Theory of Capital —The Corfu Conference», *Oxford Economic Papers* 2, pp. 123-32.

Hirshleifer, J. (1971): «The Private and Social Value of Information and the Reward to Inventive Activity», *American Economic Review* 4, pp. 561-74.

Hollander, S. (1987): *Classical Economics,* Basil Blackwell, Oxford.

Jones, L. y Manuelli, R. (1990a): «Finite Lifetimes and Growth».

Jones, L. y Manuelli, R. (1990): A Convex Model of Equilibrium Growth: Theory and Policy Implications», *Journal of Political Economy* 5, pp. 1008-38.

Judd, K. (1985): «On the Performance of Patents», *Econometrica* 3, pp. 567-85.

Kaldor, N. (1957): «A Model of Economic Growth», *Economic Journal* 268, pp. 591-624.

Kaldor, N. y Mirrlees, J. (1962): «A New Model of Economic Growth», *Review of Economic Studies* 29, pp. 174-92.

Kamien, M. y Schwartz, N. (1982): *Market Structure and Innovation,* Cambridge U. Press, Cambridge (Inglaterra).

Kendrick, J. (1956): «Productivity Trends: Capital and Labor», *Review of Economics and Statistics* 38, pp. 248-57.

Kendrick, J. (1961): *Productivity Trends in the United States,* Princeton U. Press, Princeton.

Kennedy, C. (1964): «Induced Bias in Innovation and the Theory of Distribution», *Economic Journal* 295, pp. 541-7.

Kennedy, C. y Thirlwall, A. (1972): «Technical Progress: A Survey», *Economic Journal* 325, pp. 11-72.

Lehvari, D. (1966a): «Further Implications of 'Learning by Doing», *Review of Economic Studies* 33, pp. 31-9.

Lehvari, D. (1966b): «Extensions of Arrow's 'Learning by Doing», *Review of Economic Studies* 33, pp. 117-32.

Levhari, D. y Sheshinski, E. (1969): «A Theorem on Returns to Scale and Steady-State Growth», *Journal of Political Economy* 1, pp. 60-5.

Lucas, R. (1972): «Expectations and the Neutrality of Money», *Journal of Economic Theory* 4, pp. 103-24.

Lucas, R. (1987): *Models of Business Cycles,* Basil Blackwell, Oxford.

Lucas, R. (1988): «On the Mechanics of Economic Development», *Journal of Monetary Economics* 1, pp. 3-42.

Lydall, H. (1971): «A Theory of Distribution and Growth with Economies of Scale», *Economic Journal* 321, pp. 91-112.

Machlup, F. (1962): «The Supply of Inventors and Inventions», en *The Rate and Direction of Inventive Activity; Economic and Social Factors,* Princeton University Press y National Bureau of Economic Research, Princeton.

Mansfield, E. (1961): «Technical Change and the Rate of Imitation», *Econometrica* 4, pp. 741-65.

Mansfield, E. (1968): *The Economics of Technological Change*. W. W. Norton, Nueva York.

Marshall, A. (1961): *Principles of Economics*, Macmillan, Londres, novena edición con anotaciones de C. Guillebaud.

MacCallum, B. (1989): «Real Business Cycles Models», en *Modern Business Cycle Theory*. Barro, R. (editor), Harvard U. Press, Cambridge (Mass.).

Minasian, J. (1962): «The Economics of Research and Development», en *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors*, Princeton University Press y National Bureau of Economic Research, Princeton.

Nelson, R. (1959): «The Simple Economics of Basic Scientific Research», *Journal of Political Economy* 68, pp. 297-306.

Nelson, R. (1962): «Introduction», en *The Rate and Direction of Inventive Activity; Economic and Social Factors*, Princeton University Press y National Bureau of Economic Research, Princeton.

Nelson, R. (1964): «Aggregate Production Functions and Medium Range Growth Projections», *American Economic Review* 4, pp. 575-606.

Nelson, R.; Peck, M. y Kalacheck, E. (1967): «Factors Influencing the Direction of Technological Advance», en *Readings in Macroeconomics, Theory, Evidence and Policy*, Keiser, N. (editor), Prentice Hall, Englewood Cliffs, pp. 481-7.

Nelson, R. y Phelps, E. (1966): «Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth», *American Economic Review* 2, pp. 69-82.

Nordhaus, W. (1967): «The Optimal rate and Direction of Technical Change», en *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth*, Shell, K. (editor), MIT Press, Cambridge (Mass).

Nordhaus, W. (1969): «An Economic Theory of Technological Change», *American Economic Review* 2, pp. 18-28.

Phelps, E. (1962): «The New View of Investment: A Neoclassical Analysis», *Quarterly Journal of Economics* 4, pp. 548-67.

Ramsey, F. (1928): «A Mathematical Theory of Savings», *Economic Journal* 38, pp. 543-59.

Rebelo, S. (1988): «Long-Run Policy Analysis and Long-Run Growth», University of Rochester.

Robinson, J. (1938): «The Classification of Inventions», *Review of Economic Studies* 5, pp. 139-42.

Romer, C. (1986): «The Pre-War Business Cycle Reconsidered: New Estimates of Gross National Product, 1869-1918», NBER Working Paper, n.º 1969.

Romer, P. (1986): «Increasing Returns and Long-Run Growth», *Journal of Political Economy* 5, pp. 1002-37.

Romer, P. (1987): «Growth Based on Increasing Returns due to Specialization», *American Economic Review* 2, pp. 56-62.

Romer, P. (1989a): «Increasing Returns and New Developments in the Theory of Growth», NBER Working Paper n.º 3098.

Romer, P. (1989b): «Capital Accumulation in the Theory of Long-Run Growth», en *Modern Business Cycle Theory*, Barro, R. (editor), Harvard U. Press, Cambridge (Mass.).

Romer, P. (1990a): «Endogenous Technical Change», *Journal of Political Economy* 5, parte 2, pp. S71-S102.

Romer, P. (1990b): «Are Non-Convexities Important for Understanding Growth?», *American Economic Review* 2, pp. 97-103.

Rosenberg, N. (1974): «Science, Invention and Economic Growth», *Economic Journal* 333, pp. 90-108.

Rosenberg, N. (1975): «Problems in the Economist's Conceptualization of Technological Innovation» *History of Political Economy* 4, pp. 456-81.

Rosenberg, N. (1978a): «Learning by Using», en *Inside the Black Box: Technology and Economics*, Cambridge U. Press, Cambridge (Inglaterra), 1982.

Rosenberg, N. (1978b): «The Historiography of Technical Progress», en *Inside the Black Box: Technology and Economics,* Cambridge U. Press, Cambridge (Inglaterra), 1982.

Rosenberg, N. (1981): «How Exogenous is Science?», en *Inside the Black Box: Technology and Economics,* Cambridge U. Press, Cambridge (Inglaterra), 1982.

Rosenberg, N. y Mowery, D. (1979): «The Influence of Market Demand upon Innovation: a Critical Review of Some Recent Empirical Studies», en *Inside the Black Box: Technology and Economics,* Cambridge U. Press, Cambridge (Inglaterra), 1982.

Ruff, L. (1969): «Research and Technological Progress in a Cournot Economy», *Journal of Economic Theory* 4, pp. 397-415.

Samuelson, P. (1965): «A Theory of Induced Innovation Along Kennedy-Weisacker Lines», *Review of Economics and Statistics* 4, pp. 343-56.

Sato, R. y Beckmann, M. (1970): «Shares and Growth Under Factor-Augmenting Technical Change», *International Economic Review* 11, pp. 387-97.

Scherer, F. (1984): *Innovation and Growth: Schumpeterian Perspectives,* MIT Press, Cambridge (Mass).

Schmookler, J. (1952): «The Changing Efficiency of the American Economy, 1869-1938», *Review of Economics and Statistics* 34, pp. 214-31.

Schmookler, J. (1962): «Changes in Industry and in the State of Knowledge as Determinants of Industrial Innovation», en *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors,* Princeton University Press y National Bureau of Economic Research, Princeton.

Schmookler, J. (1966): *Invention and Economic Growth,* Harvard U. Press, Cambridge (Mass).

Schultz, T. (1960): «Capital Formation by Education», *Journal of Political Economy* 69, pp. 571-83.

Schultz, T. (1961): «Investment in Human Capital», *American Economic Review* 1, pp. 1-17.

Shell, K. (1966): «Toward a Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation», *American Economic Review* 2, pp. 62-68.

Shell, K. (1967): «Toward a Theory of Inventive Activity and Capital Accumulation», en *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth,* Shell, K. (editor), MIT Press, Cambridge (Mass.).

Shell, K. (1973): «Inventive Activity, Industrial Organization and Economic Growth», en *Models of Economic Growth,* Mirrlees, J. y Stern, N. (editores), Wiley & Sons, Nueva York.

Sheshinski, E. (1967): «Optimal Accumulation with Learning by Doing», en *Essays on the Theory of Optimal Economic Growth,* Shell, K. (editor), MIT Press, Cambridge (Mass.).

Skiba, A. (1978): «Optimal Growth with a Convex-Concave Production Function», *Econometrica* 3, pp. 527-39.

Solow, R. (1956): «A Contribution to the Theory of Economic Growth», *Quarterly Journal of Economics* 70, pp. 65-94.

Solow, R. (1957): «Technical Change and the Aggregate Production Function», *Review of Economics and Statistics* 39, pp. 312-20.

Solow, R. (1960): «Investment and Technical Progress», en *Mathematical Methods in the Social Sciences,* Arrow, K., Karlin, S. y Suppes, P. (editores), Stanford U. Press.

Solow, R. (1962): «Technical Progress, Capital Formation and Economic Growth», *American Economic Review* 2, pp. 76-86.

Solow, R. (1970): *Growth Theory: An Exposition,* Oxford U. Press.

Solow, R. (1988): «Growth Theory and After», *American Economic Review* 3, pp. 307-17.

Stokey, N. (1988): «Learning by Doing and the Introduction of New Goods», *Journal of Political Economy* 4, pp. 63-80.

Swan, T. W. (1956): «Economic Growth and Capital Accumulation», *The Economic Record* 63, pp. 334-61.

Tobin, J. y Weidenbaum, M., editores (1988): *Two Revolutions in Economic Policy: The First Economic Reports of Presidents Kennedy and Reagan,* MIT Press, Cambridge (Mass.).

Uzawa, H. (1965): «Optimum Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth», *International Economic Review* 1, pp. 18-31.

Uzawa, H. (1961): «Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium», *Review of Economic Studies* 27, pp. 117-24.

Valavanis-Vail, S. (1955): «An Econometric Model of Growth, U.S.A.1869-1953», *American Economic Review* 2, pp. 209-21.

Weitzman, M. (1970): «Optimum Growth with Scale Economies in the Creation of Overhead Capital», *Review of Economic Studies* 4, pp. 555-70.

Young, A. (1928): «Increasing Returns and Economic Frogress», *Economic Journal* 152, pp. 527-42.

Young, A. (1991): «Learning by Doing and the Dynamic Effects of International Trade», *Quarterly Journal of Economics* 2, pp. 369-406.

Abstract

This paper surveys the development of growth theory over the last four decades, from the introduction of the neoclassical one-sector model by Solow (1956), to the recent models of endogenous growth. The discussion is organised around a central theme, the relationship between the two great engines of growth: technical progress, and the accumulation of physical capital.

Recepción del original, enero de 1992
Versión final, julio de 1992