

## **SIMULACION MODULAR INTERACTIVA Y OPTIMIZACION PARCIAL EN MODELOS DE PRESUPUESTO PUBLICO**

Enrique PARRA

*Universidad de Alcalá de Henares*

*La simulación es un método cada vez más extendido de resolución de sistemas dinámicos si bien no proporciona soluciones óptimas. En este artículo se propone la inclusión de optimización parcial en modelos de simulación de presupuesto público contruidos por interconexión de módulos cercanos al experto y que le permitan su intervención continua en la conducción del modelo. Para ilustrar la metodología se desarrolla un ejemplo sencillo de deuda pública.*

### **1. Introducción**

Las soluciones de un sistema dinámico presupuestario o, en general, económico, se pueden hallar por múltiples vías que incluyen, como es natural, la resolución formal del conjunto de ecuaciones diferenciales o en diferencias que representan el sistema dinámico. En múltiples ocasiones, tal solución no es fácil de obtener en modelos complejos y de gran dimensión. Es más, las diferentes soluciones factibles han de ser evaluadas por un experto en el sistema para determinar si son razonables o, en algún sentido, óptimas. Aquí se propone un método con tres pilares: 1) uso de *simulación* con computador digital, 2) *interactividad* en dicha simulación para que el experto intervenga en la simulación cuando lo precise el comportamiento observado de las variables objeto de estudio y 3) *optimización parcial* de submodelos en los que se pueda independizar una función objetivo a maximizar (o minimizar) o, incluso, incorporar técnicas de decisión multicriterio; las optimizaciones parciales acercan el modelo a una idea de optimización dinámica muy difícil de implantar en su totalidad en modelos realistas. Para poder simular un sistema se debe disponer de un modelo del mismo; para construirlo se hace uso, aquí, del concepto de *modularidad*, es decir, la construcción del modelo se realiza por interconexión de módulos propios del sistema que se modeliza o, si así se desea, abstractos.

Tras recordar brevemente los fundamentos de la simulación modular interactiva (SMI) y optimización parcial (explicada con detalle en Parra, 1988), se procede a su desarrollo en un ejemplo de financiación del déficit público, haciendo especial énfasis en la caracterización de módulos y el uso de la optimización parcial.

## 2. Simulación modular interactiva con optimización parcial

### 2.1. Consideraciones generales

La técnica básica de simulación consiste en: 1) cálculo de soluciones del sistema, 2) evaluación de las mismas por el experto y 3) modificación de supuestos, ya sea por no resultar satisfactoria la trayectoria de las variables de estado o por el deseo de efectuar un análisis de sensibilidad.

Este método presenta dos inconvenientes, son: 1) se han de preparar todos los controles que han de actuar en la simulación así como las decisiones a tomar ante cualquier situación que se pueda presentar, es decir, hay que hacer múltiples supuestos y 2) se usa mucho tiempo de computador inútilmente en casos inaceptables. Por contra, es buen método para simular sistemas complejos pero muy bien conocidos. Si el nivel de complejidad impide, o simplemente desaconseja, la inclusión de todas las decisiones posibles, gana fuerza el uso de otro camino: *simulación interactiva* (en Bell (1987) se exponen algunos usos de la simulación visual interactiva); el experto en el sistema es el que evalúa, sobre la marcha, lo satisfactorio de los resultados y corrige las desviaciones o, simplemente, toma la decisión más apropiada a la vista del estado del sistema sin esperar a que la simulación finalice. En la práctica se han de traducir estas ideas en un programa de ordenador que las plasme; ese programa ha de estar diseñado para que, de forma rápida y cómoda, permita 1) apreciar al observador la evolución del sistema y 2) intervenir cuando lo desee para modificar algún parámetro con el fin de corregir las anomalías observadas. En sistemas complejos, esta técnica permite incorporar la experiencia humana a los potentes medios de cálculo hoy disponibles.

Pero además, en un sistema complejo pueden existir subsistemas cuya optimización es posible con menor esfuerzo que el necesario para abordar la del sistema completo. En estos casos, la simulación interactiva del sistema global puede incluir diversas optimizaciones parciales. La forma de incluirlas será objeto de mención más adelante.

El concepto y aplicabilidad de la modularidad es tratada en a)

### 2.2. Etapas en la modelización con simulación modular interactiva y optimización parcial

En simulación, el trabajo no concluye hasta que se dispone de un conjunto de programas de ordenador que traduzcan las ideas metodológicas. El autor de este trabajo ha llevado la metodología a sus últimas consecuencias diseñando el necesario soporte de programas de ordenador que le han permitido realizar las simulaciones del ejemplo propuesto (los programas son válidos en otros entornos). En Parra (1988) se puede encontrar una descripción detallada de las fases de aplicación de SMI con optimización parcial. En las siguientes líneas se resume muy brevemente para pasar al desarrollo de un ejemplo que ilustra su uso.

Los pasos a seguir son:

- 1.º Elección de módulos, 2.º Conexión de módulos para construir modelos, 3.º Inclusión de optimizaciones parciales (si es posible) y otras reglas del sistema, 4.º Simular el modelo construido con los programas SMI u otros parecidos (que han de incluir la interactividad como SMI lo hace) y 5.º Analizar los resultados obtenidos.

#### a) MÓDULOS Y MODELIZACIÓN

Como ya se ha mencionado, un modelo de un sistema dinámico es un conjunto de ecuaciones diferenciales o en diferencias que determinados lenguajes (CSMP, MIMIC e incluso DYNAMO) trasladan a instrucciones ejecutables por un ordenador para efectuar las simulaciones. Existen programas de ordenador orientados a problemas concretos que simulan modelos de tales ámbitos (en SCS (1987) se pueden encontrar múltiples ejemplos).

Otra vía, la aquí expuesta, es el empleo de la modularidad. Modularidad expresa la idea de engarzar módulos o unidades elementales que mediante interconexión forman un sistema. Más concretamente, por modularidad se entiende aquí la factura de modelos de sistemas dinámicos mediante interconexión de *módulos propios del sistema modelado* y no la mera representación de operaciones matemáticas elementales (que ya usan lenguajes de simulación como CSMP y sus derivados). La peculiaridad exigida de ser propios del entorno de trabajo quiere decir que han de resultar naturales a aquél que trabaja en él. No obstante, el concepto de módulo acoge los dos tipos: el, digamos, abstracto y el más cercano a la realidad del experto. En el ejemplo se utilizan los dos tipos, combinándolos para mayor claridad.

La conexión entre módulos es una forma de expresar el hecho de que se transmitan información: un resultado de un módulo es utilizado por otro como dato para obtener a su vez otro/s resultado/s. En el ejemplo (punto 3) las magnitudes son económicas pero, en otros, podrían ser flujos de materia o información (para experiencias en otros campos, ver Canteli y Parra, 1985). En cada módulo se distinguen informaciones (variables) de entrada, variables propias del módulo (internas) y salidas (o resultados).

El comportamiento de un módulo viene fijado por ecuaciones que ligan variables de entrada al módulo (informaciones que provienen de otros módulos), variables de salida (informaciones que se envían a otros módulos) y variables internas (caracterizan al módulo en cuestión); por las conexiones entre módulos «circulan» flujos que, según la ecuación del módulo receptor, condicionan el valor de las salidas y de las variables internas; si algunas de estas últimas representan variables nivel (saldos), el juego de entradas y salidas moverá esos niveles.

La respuesta de un módulo es instantánea o retardada según se construyan los módulos. Si todos los módulos, *per se*, son de respuesta instantánea, se puede emplear uno especializado que llamaremos *Retardo*, con el fin de resumir en él

el proceso de diferir en el tiempo la actuación de un valor calculado en un instante.

Para ilustrar mejor el concepto de módulo, se describen a continuación tres (en el ejemplo se describen otros y en el Cuadro 1 están las ecuaciones de varios muy generales):

#### *Transformador (TRA)*

Las variables de salida ( $y$ ) son combinación lineal instantánea de las de entrada ( $x$ ). Los pesos de las entradas forman una matriz  $M$ . Por tanto,

$$y = M \cdot x \quad , \quad y \in R^m \quad , \quad x \in R^n$$

En este caso, puede que no todas las entradas sean variables de estado propiamente dichas, sino de control. Los elementos de  $M$  se pueden contemplar como variables de control, o meramente parámetros estructurales del sistema, según el caso de que se trate.

#### *Retardador (RET)*

Para generalizarlo supondremos que su variable salida es una combinación lineal de los valores que ha tomado su entrada en los últimos  $p$  períodos. Luego,

$$y = \sum_{j=1}^p \alpha_j \cdot x(-j)$$

En tal caso, los  $\alpha_j$  son variables de control o parámetros estructurales (si  $\alpha_1$  es 1 y las demás 0 se produce un retardo de un período), pero en ningún caso son de estado; en terminología de este trabajo, son variables internas del módulo. Otras variables internas, estas sí son de estado, serán las «memorias» que guardan el valor de la entrada en los últimos  $p$  períodos.

Otro módulo interesante es el *Acumulador (ACU)*, pues introduce los niveles en los modelos. Las salidas del mismo son independientes de las entradas, por tanto serán variables de control o exógenas, salvo que se conecten a un módulo que fije entradas (véase en Cuadro 1 el módulo EST). El módulo dispone de una variable interna (de estado en este caso) que mantiene el nivel alcanzado en cada momento como balance de entradas y salidas; la ecuación del nivel es:

$$\text{Nivel}_{t_1} = \text{Nivel}_{t_0} + \left( \sum_{i=1}^n E_i - \sum_{j=1}^m S_j \right) \cdot (t_1 - t_0)$$

Siendo,  $E_i$  el flujo de la entrada,  $S_j$  el de la salida  $j$  y  $t_1$  y  $t_0$  dos momentos de tiempo,  $n$  el número de entradas y  $m$  el de salidas.

Todo módulo ha de plasmarse informáticamente en una rutina que calcule variables internas y salidas en función de las de entrada y, acaso, otras internas; no existe limitación en la complejidad de tales módulos.

Haciendo uso de una codificación de variables adecuada y un sistema de direccionamiento de todas las variables se ha de construir una rutina de cálculo de cada módulo.

La lista de módulos está permanentemente abierta: basta definir la relación entre las variables internas, las de entrada, las de salida y, acaso, sus parámetros y plasmarla en una rutina de ordenador que haga referencia a las variables con la codificación adoptada. De hecho, la definición de nuevos módulos es una tarea habitualmente inacabada, ya que el uso de los que se pensaron en un principio y las necesidades de modelización pueden sugerir la ampliación de su número.

Tras la elección y codificación de módulos éstos se han de conectar; es la forma de lograr que la información «fluya» de unos a otros. En las corrientes «circulan» todos los datos que un módulo ha de recibir de otro para establecer su propio estado. Un modelo es, por tanto, un conjunto de módulos conectados.

Un programa de ordenador ha de solicitar los tipos y conexiones entre los módulos y determinar el orden en el que se calculan los módulos; después se asignan valores iniciales a las variables y la simulación comienza. Para hacer modelos más flexibles es posible incluir reglas especiales preprogramadas para momentos fijos o dependientes del estado del sistema.

El orden de cálculo puede presentar problemas si el modelo tiene ciclos (realimentaciones): una variable condiciona otra/s que a su vez la condicionan. Esto ocurre si hay: 1) Causalidad invertida: módulos en los que la relación causal «ENTRADA condiciona SALIDA» se invierte (véase EST en Cuadro 1); o 2) Realimentación: módulos alimentados por salidas de otros módulos que dependen del valor de las salidas de los primeros de forma directa o indirecta pero instantánea; el caso más simple es que una salida de un módulo sea, a la vez, una de sus entradas.

Para resolver ambos problemas se recurre a una extensión de la metodología modular: en los modelos ciclados se inserta un módulo especial que se denomina *Iterador* con el cometido de forzar el recálculo del estado del sistema hasta que la diferencia entre su única entrada y su única salida sea menor que una cierta tolerancia. En un mismo modelo pueden usarse varios iteradores si es que hay, por ejemplo, anidamiento de realimentaciones. La presencia del iterador garantiza el recálculo del estado del sistema, si bien no garantiza la convergencia, pues podrían diseñarse modelos explosivos (realimentación positiva); por ello dispone de métodos de parada.

En resumen, se dispone de un método de calcular estados del sistema usando módulos predefinidos que se han conectado mediante flujos. Si en el modelo hay módulos Acumuladores se está en presencia de modelos con flujos y niveles que interaccionan.

## b) OPTIMIZACIÓN PARCIAL

En un sistema, a menudo, se puede identificar un subsistema optimizable aisladamente o como aproximación al óptimo del sistema completo; existirá una función a optimizar sometida a diversas restricciones, calculadas, tanto la primera como las segundas en un momento dado, *a partir del estado del sistema*; por tanto, se optimiza una decisión puntual a la vista del estado actual (se podrían incluir datos del pasado del sistema o acontecimientos venideros). Es una optimización estática de una parte del modelo que evoluciona dinámicamente, bien en la formulación de la función objetivo, bien en la de las restricciones, o en ambas. En la sección 3.3 se presenta una optimización aplicable al ejemplo que se desarrolla en el punto 3. Es un caso de programación lineal, pero podría ser de otro tipo si se dispone de los algoritmos adecuados de optimización.

La inclusión de optimización parcial en modelos de simulación es un paso más allá de lo que es el uso habitual de las técnicas de simulación. Supone una aproximación a criterios de optimalidad, sin lograrla globalmente, pero reduciendo la complejidad de cálculo. Se pueden incorporar diversas optimizaciones parciales en un mismo modelo sin más que considerar sus posibles interacciones en cuanto a compartición de recursos.

Los coeficientes del problema —lineal en el ejemplo—, e incluso su propia dimensión, *son dependientes del estado*: variables de estado, parámetros del sistema y variables de control. Ha de cuidarse, por tanto, que la formulación esté parametrizada y no solo dependa de los datos sino de la codificación de variables.

La optimización parcial se pone en marcha en tres circunstancias:

- Cada vez que se calcula el estado del sistema. En este caso la optimización se puede diseñar como un *módulo específico* dentro de la filosofía modular.
- En momentos prefijados o,
- Al cumplirse una condición preestablecida

## c) SIMULACIÓN DE MODELOS

Sin entrar en detalles del algoritmo de simulación pues se desea incidir en la aplicación del método y no en sus detalles técnicos (véase Parra, 88); únicamente se ha de destacar que, en el diseño del algoritmo, se incluye la interactividad que permitirá la intervención, en el desarrollo de una simulación, del experto. Las posibles iteraciones están incorporadas en el modelo mediante el módulo Iterador y sólo es preciso controlar el recálculo si no hay convergencia.

Por medio del simulador se pueden obtener soluciones al sistema dinámico bajo el control del experto que observa y conduce (si lo desea) el sistema. La utilización de la interactividad se hace a gusto del usuario: cabe obviarla, con

lo que se estaría en el método de prueba y error, o hacer uso exhaustivo de ella y lograr que la senda de evolución del sistema esté próxima a la considerada óptima por el experto.

En resumen, el proceso a seguir es:

1. *Representar el modelo* numerando módulos y conectándolos; pueden emplearse módulos generales (Cuadro 1) o más propios del sistema (véase módulo BO3 en punto 3).
2. Evaluar que *reglas* se incorporan en el modelo. Añadir (mediante la rutina correspondiente) las nuevas.
3. Emplear un *programa constructor* que ubique variables y ordene módulos (esto puede obligar a incluir módulos Iterador si tal ordenación no es posible).
4. Aportar las *condiciones iniciales* de las variables y parámetros del modelo y preparar la lista de actividades a tener en cuenta en la simulación que se va a iniciar.
5. *Simular el modelo interactivamente* e intervenir, si se desea y sin necesidad de abandonar la simulación, para cambiar parámetros, alterar las actividades previstas e incluso volver a un tiempo ya pasado de la simulación para probar nuevas hipótesis.
6. Examinar los *informes* de la/s simulaciones efectuadas.

Recuérdese que la optimización parcial se puede haber incluido como un módulo. Si no se hizo así se incorpora en el paso 2.

El punto siguiente se dedica a un caso práctico que ilustra lo expuesto hasta aquí, para ello se han escrito los programas necesarios.

### 3. Modelo DEFOPT

#### 3.1. Presentación

El modelo refleja la financiación del déficit público de forma simplificada (los datos son ficticios).

Se parte de un déficit no financiero (DNF) que proviene de la consideración de los ingresos y gastos de naturaleza no financiera que tiene el sector público. A éste hay que añadirle la denominada carga de la deuda (CD): obligaciones contraídas para financiar el déficit total (DT) de períodos anteriores (que en su día fueron suma de DNF y CD de esos períodos).

Formalmente, el déficit total ha de financiarse y en este modelo se han previsto tres vías:

— Recurso al Banco de España (BE en lo que sigue).

- Emisión de deuda a corto plazo, en concreto un año, instrumentada en Pagarés del Tesoro (PT) (podrían incluirse de igual manera las Letras del Tesoro).
- Emisión de deuda a medio plazo, por ejemplo a tres años: es la Deuda Amortizable (DA).

La suma de los intereses y amortizaciones de las emisiones fruto del comportamiento financiero del sector público será la carga de la deuda (CD) y se habrá de sumar al déficit no financiero del período para determinar el déficit total del período (DT).

### 3.2. Modelo de simulación

Para simular la evolución de las magnitudes contempladas en la exposición anterior (DNF, CD y DT) así como otras cuyo interés se explicará en su momento, se ha construido un modelo usando Simulación Modular Interactiva. En realidad, se van a presentar dos modelos, con el fin de:

- ilustrar la variedad de modelizaciones
- explicitar el concepto de módulo cercano al sistema modelado.

#### a) PRIMERA VERSIÓN DEL MODELO

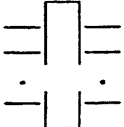

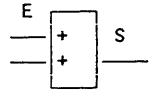
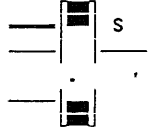
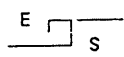
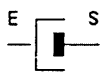
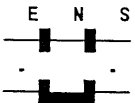
En el Cuadro 1 se presentan los módulos (significado y ecuaciones) usados en la construcción del modelo DEFOPT. El modelo construido con SMI está representado en el Gráfico 1.

Los módulos tienen asignado un número y un tipo de los anteriormente mencionados. En el gráfico se puede observar:

- *La obtención del DT* (módulo 317). El DT es la salida del módulo 317 que ha sumado el DNF (salida del módulo exógeno 415) y la salida del 322 (CD).
- *El recurso al Banco de España* —BE— (101, 500, 800).
- *La emisión de Pagarés* —PT— (318, 205, 700, 602, 206 y 102).
- *La emisión de Deuda:*
  - a) *Bonos a tres años* —BO3— (210, 104, 417, 212, 611, 612, 613, 213, 211, 608, 609, 610 y 320).
  - b) *Obligaciones a cuatro años* —OE4— (416, 103, 603, 604, 605, 606, 607 y 319).



CUADRO 1  
Módulos utilizados

<b>EXO</b> → Salida fijada por usuario	<b>EXO - Exógeno.</b> Aporta flujo exógeno al modelo	
	<p>TRA Transformación</p> $S_j = \sum E_j \cdot r_{ij}$	<p>TRA - Transformación. Los flujos en las salidas son combinación lineal de los flujos de las entradas.</p>
	<p>DIS Distribuidor</p> $S_j = c_j \cdot E$	<p>DIS - Distribuidor. Los flujos de salida son una proporción estable del flujo de la única entrada al módulo.</p>
	<p>SUM Sumador</p> $S = \sum_{i=1}^n E_i$	<p>SUM - Sumador. El flujo de su única salida es la suma de los de las entradas.</p>
	<p>EST Estabilizador</p> $E = S_1 - \sum_2^n E_i$	<p>EST - Estabilizador. La salida del mismo es fija. Las entradas son de dos tipos: fijas y variables. Las fijas se obtienen como diferencia entre el flujo de salida y los de las entradas variables.</p>
	<p>CIC Iterador</p> $S = E$	<p>CIC - Iterador. Es un módulo que indica que se debe recalcular el estado del sistema hasta que su entrada y salida difieran en menos de una tolerancia. Se usa cuando hay una realimentación en el sistema.</p>
	<p>RET Retardador</p> $S = \sum_{i=1}^n p(-i) \cdot v(-i)$	<p>RET - Retardador. Coloca como flujo de salida una ponderación de los valores que tomó la entrada en los últimos <math>n</math> periodos (en los programas diseñados, <math>n</math> es 4).</p>
	<p>ACU Acumulador Salida fijada por usuario</p> $\text{Nivel}_i = N_{i-1} + \sum E_i - \sum S_j$	<p>ACU - Acumulador. Mantiene en una variable interna del modelo el saldo acumulado de las entradas y salidas al mismo. Las salidas son variables exógenas salvo que alimenten a un módulo EST.</p>

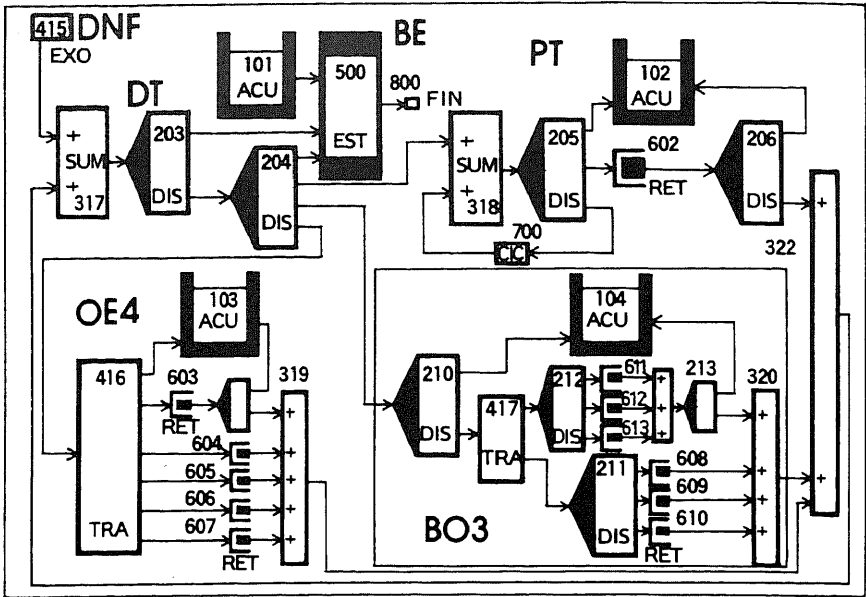


Gráfico 1  
Modelo DEFOPT. Primera versión

Examinemos la modelización con más detalle:

*DT: Déficit total*

El módulo 415 representa la cuantía exógena de DNF. En el 317 (SUM) se calcula DT como suma de DNF y CD.

El déficit total se reparte (203, DIS) en un porcentaje de emisiones de deuda ( $f$ ) y el resto será recurso al Banco de España.

El saldo que el BE mantiene con el sector público se refleja en el módulo ACU de número 101. Su salida hacia el módulo 500 (EST) se determina automáticamente como diferencia entre la salida del 500 (hacia el módulo 800, FIN) que es cero (déficit formal) y las entradas a dicho módulo que son DT con signo cambiado y el total de emisiones (salida 1 de 204, tipo DIS).

Los repartos en 204 (salidas 2, 3 y 4) representan los porcentajes de reparto de las emisiones entre PT, BO3 y OE4.

*PT: Pagars del Tesoro*

La cantidad en efectivo que necesita el sector público, vía PT, es la salida 2 del módulo 204. Debido a que los pagarés se emiten al descuento, ha de emitirse más nominal que, tras el descuento, suponga los requerimientos de efectivo.

Para modelizar tal hecho se ha recurrido a una iteración formada con los módulos 318 (SUM), 205 (DIS) y 700 (CIC), donde la tasa de descuento es el coeficiente de la salida 3 de 205 ( $d$ ). El cálculo iterado garantiza que la cantidad emitida ( $N$ ) cumple la siguiente relación con la recaudada ( $R$ ):

$$R = N (1 - d)$$

Se observa cómo el valor retardado (módulo 602, retardo de un año), por un lado, resta el saldo vivo de pagarés y por otro contribuye a la carga de la deuda.

#### *DA: Deuda Amortizable*

En este caso, se supone que la Deuda se emite a su valor nominal y se paga al poseedor un interés pactado ( $r$ ). Asimismo, y por razones de generalidad, se considera que el nominal se amortiza por terceras partes al final del primer, segundo y tercer período de vida de la emisión.

Los Bonos se amortizan por tercios y el modelo calcula los intereses en el módulo 417 ( $r/3$ ) y los multiplica por 3, 2 y 1 según el saldo que quedará por amortizar en cada período (211). Asimismo, se calcula la amortización (un tercio cada período) en 212. Tanto amortizaciones como intereses se retardan (intereses en los módulos 608, 609 y 610, y amortizaciones en 611, 612 y 613) para que sean tenidos en cuenta como carga de la deuda en su momento. Como en los casos anteriores se mantiene el saldo vivo de Deuda en el módulo de número 104: aumenta con las emisiones (salida 1 de 210) y desciende con las amortizaciones (salida 1 de 213 fruto de los retardadores 611, 612 y 613).

Las Obligaciones se pagan al final y, por tanto, sólo se retarda el importe total 4 períodos (603). El resto es similar a BO3: intereses en 604, 605, 606 y 607, saldo en 103 y aporta la salida de 319 como carga de la deuda (se ha elegido a cuatro años para no cargar innecesariamente el modelo: normalmente se emiten a más años, típicamente diez).

#### *CD: Carga de la Deuda*

Sólo queda sumar los diferentes conceptos que suponen carga financiera (módulo 322).

#### b) SEGUNDA VERSIÓN

Con el fin de explicar en un caso práctico el uso de módulos cercanos al usuario, se va a realizar una modificación en el modelo anterior. Los módulos empleados hasta aquí para modelizar el ejemplo son muy generales y casi se podría decir que son traducción directa de operaciones matemáticas simples

entre entradas, salidas y variables internas. Son módulos tan genéricos que pueden ser empleados en infinidad de contextos. Si se han hecho así es por dos razones:

- Permite explicar el ejemplo muy visualmente, sin apenas comentarios, pues cada línea del modelo es un flujo monetario que se transforma, se retarda o contribuye a la formación de un nivel y
- Permite ilustrar la orientación del enfoque modular hacia el uso de módulos propios del usuario y por ello se va a construir un módulo útil en este entorno de trabajo.

Para acercar la construcción de modelos al usuario natural se puede pensar en un módulo que subsuma todos los que se han usado para representar la emisión de Bonos a tres años, a tal módulo se le titulará BO3. Su entrada es la cantidad que se emite de este tipo de deuda y su única salida es la cantidad que ese año se ha de sumar a la carga de la deuda. Es evidente que tal cifra se habrá determinado internamente, en función de las cantidades emitidas en periodos precedentes. Las variables internas de tal módulo serían:

1. Tipo de interés.
2. Saldo vivo de emisiones.
3. Interés a pagar el período siguiente.
4. Interés a pagar dos periodos más tarde.
5. Interés a pagar tres periodos más tarde.
6. Amortización a pagar el período siguiente.
7. Amortización a pagar dos periodos más tarde.
8. Amortización a pagar tres periodos más tarde.
9. Proporción que se amortiza a un año.
10. Proporción que se amortiza a los dos años.

Las variables 2 a 8 son variables de estado y las restantes son parámetros que, en principio, fija el usuario del modelo.

A la vista de las variables internas del módulo BO3, se puede comprender que BO3 contiene las variables internas más importantes de los módulos que reemplaza y su funcionamiento es el resumen del que se consigue con el conjunto al que sustituye: entra cantidad a financiar con bonos, sale carga de la deuda y las variables internas mantienen saldo, amortizaciones e intereses.

En el Gráfico 2 se puede observar la simplificación que supone el uso de este módulo en el modelo del que se está tratando. Siguiendo por este camino, se pueden lograr módulos de PT, de OE4, etc. con lo que construir y modificar modelos complejos se convierte en tarea fácil y rápida frente a lo que sucedería con otras técnicas. Asimismo, es posible diseñar varios submodelos que, tras ser probados independientemente, se engarzan en un modelo más complejo.

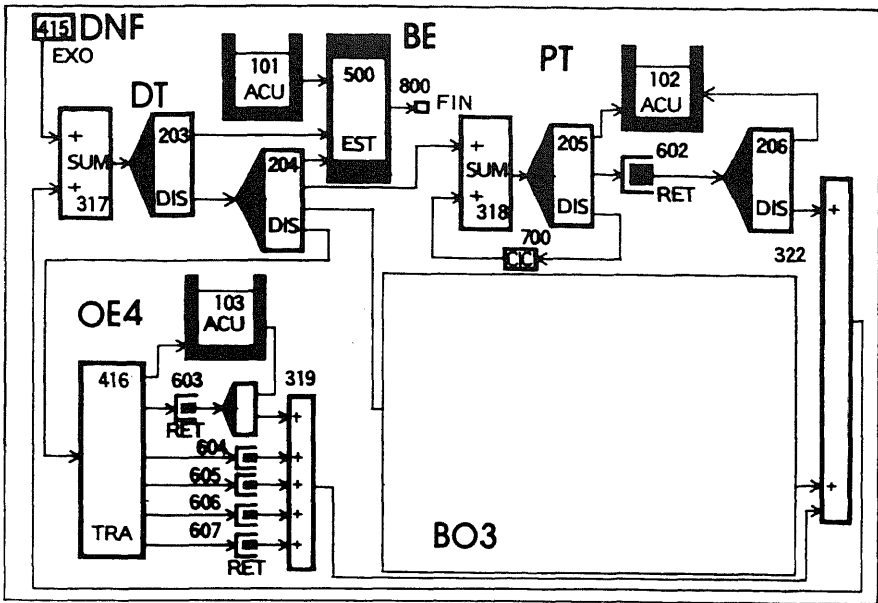


Gráfico 2  
Modelo DEFOPT. Segunda versión: módulo BO3

### 3.3. Inclusión de optimización parcial

Por último se va a mostrar como se puede incluir la optimización parcial en un modelo de simulación; para ello, se presenta una addenda al modelo DEFOPT (será un modelo con formulación sencilla, pues lo único que pretende es mostrar la posibilidad de optimizaciones parciales; un modelo más complejo y realista sólo supone una ampliación de la escala).

El objeto de la ampliación es minimizar el interés efectivo de las emisiones en un momento dado (considerando que el tipo de interés de la apelación al Banco de España (BE) es cero) con las siguientes restricciones:

- No sobrepasar un cierto límite de endeudamiento en el BE; este límite podría elevarse de un período a otro (llamémosle restricción de política monetaria —RPM—).
- Los compromisos ya adquiridos para los siguientes años por emisiones de deuda de períodos anteriores, sumados a los generados por la decisión del momento, no deben superar ciertos límites por cada tipo de emisión y otro global (restricción de tesorería —RT—).
- La suma de deuda vida (por tramos y conjunta) no debe superar un límite (restricción de endeudamiento —RE—).

Con el fin de eliminar infactibilidades, el problema no se genera con restricciones desigualdad sino con igualdades mediante la inserción de variables de holgura («slacks») que tendrán un peso «político» en la función objetivo a minimizar. Son políticos porque su importancia relativa depende de la coyuntura y los objetivos concretos. Un peso más bajo en la holgura del endeudamiento con Bonos que con Pagarés prima la emisión de Bonos, independientemente de sus intereses, y asegura que no hay infactibilidades (que aparecerían con la formulación más simple). En cualquier caso, los pesos han de ser mucho mayores que los tipos de interés para que el óptimo minimice esos slacks. Basta hacer iguales los pesos para que la optimización se rija, solamente, por los tipos de interés.

El modelo sería como sigue:

Sean,

— Variables fundamentales:

$Y_0$  es la proporción del déficit (DT) que se obtiene del BE (variable del problema).

$Y_1$  es la proporción de DT a financiar con pagarés (variable del problema).

$Y_2$  ídem deuda a tres años (variable del problema).

$Y_3$  ídem deuda a cuatro años (variable del problema).

— Variables de holgura:

$H^{BO3}$  variable de holgura de la restricción de máximo saldo vivo de Bonos a tres años.

$H^{OE4}$  variable de holgura de la restricción máximo saldo vivo de Obligaciones a cuatro años.

$H^{PT}$  variable de holgura de la restricción máximo saldo vivo de Pagarés/Letras.

$H^D$  variable de holgura de la restricción máximo saldo vivo de deuda pública.

$H_k^Y$  variable de holgura de la restricción máximo volumen de vencimientos en un período (suma de intereses y amortizaciones de la deuda) dentro de  $k$  períodos.

— Parámetros:

DT es el déficit a financiar, dato en un momento dado de la simulación.

$t_0$  es el tipo al que presta el BE (cero).

$t_1$  es el tipo de interés al que se emiten los pagarés (dato en el momento de optimizar).

$t_2$  ídem deuda tres años (variable interna n.º 1 del módulo BO3).

$t_3$  ídem deuda a cuatro años (variable del módulo 416).

$p^{BO3}$  peso en la función objetivo de la holgura de la restricción de máximo saldo vivo de Bonos a tres años.

- $P^{OE4}$  peso en la función objetivo de la holgura de la restricción de máximo saldo vivo de Obligaciones a cuatro años.
- $P^{PT}$  peso en la función objetivo de la holgura de la restricción de máximo saldo vivo de Pagarés/Letras.
- $P^D$  peso en la función objetivo de la holgura de la restricción de máximo saldo vivo de deuda pública.
- $P_k^V$  peso en la función objetivo de la holgura de la restricción de máximo volumen de vencimientos en el k-ésimo período desde el momento de la optimización.

Tanto los máximos como sus tasas y pesos son parámetros alterables de un período a otro.

— Saldos en el momento de la optimización

- $S^{BE}$  es el endeudamiento actual en el BE (valor que toma en el momento de la optimización el nivel del acumulador n.º 101). Es un dato en la optimización.
- $S^{PT}$  saldo, en el momento de la optimización, de Pagarés: variable interna n.º 2 de 102.
- $S^{BO3}$  saldo, en el momento de la optimización, de Bonos: es la variable interna n.º 2 módulo especial BO3,
- $S^{OE4}$  saldo, en el momento de la optimización, de Obligaciones: variable 2 de 103.

— Máximos:

- $X^{BE}$  máximo endeudamiento en el BE (dato o parámetro alterable por el experto en cada optimización).
- $X^{BO3}$  máximo saldo vivo de Bonos a tres años. Crece a tasa  $t^{BO3}$ .
- $X^{OE4}$  máximo saldo vivo de Obligaciones a cuatro años. Crece a tasa  $t^{OE4}$ .
- $X^{PT}$  máximo saldo vivo de Pagarés/Letras. Crece a tasa  $t^{PT}$ .
- $X^D$  máximo saldo vivo de deuda pública. Crece a tasa  $t^D$ .
- $X^V$  máximo volumen de vencimientos en un período (suma de intereses y amortizaciones de la deuda). Este dato crece a tasa  $t^V$  y se minorra para los siguientes períodos con los factores  $f_i$  (véase más adelante).

— Pagos previstos:

- $I_1^{BO3}$  pagos por interés de Bonos dentro de un período (recuerde que es la variable interna n.º 3 del módulo especial BO3).
- $I_2^{BO3}$  pagos por interés de Bonos dentro de dos períodos (es la variable interna n.º 4 del módulo especial BO3).
- $A_1^{BO3}$  pagos por amortizaciones de Bonos dentro de un período (es la variable interna n.º 6 del módulo especial BO3).
- $A_2^{BO3}$  pagos por amortizaciones de Bonos dentro de dos períodos (es la variable interna n.º 7 del módulo especial BO3).
- $I_1^{OE4}$  pagos por interés de Obligaciones dentro de un período (es la suma

de las memorias de un período-variables internas- de los módulos RET 604, 605, 606 y 607): provienen de las emisiones de los anteriores cuatro períodos.

$I_2^{OE4}$  pagos por interés de Obligaciones dentro de dos períodos (es la suma de las memorias de dos períodos —variables internas— de los módulos RET 604, 605, 606 y 607): provienen de las emisiones de los anteriores cuatro períodos.

$I_3^{OE4}$  pagos por interés de Obligaciones dentro de tres períodos (es la suma de las memorias de tres períodos —variables internas— de los módulos RET 604, 605, 606 y 607).

$A_1^{OE4}$  pagos por amortización de Obligaciones dentro de un período (es la memoria de un período —variables interna— del módulo RET 603) proviene de las emisiones de cuatro períodos antes.

$A_2^{OE4}$  pagos por amortización de Obligaciones dentro de dos períodos (es la memoria de dos períodos —variables interna— del módulo RET 603) proviene de las emisiones de tres períodos antes.

$A_3^{OE4}$  pagos por amortización de Obligaciones dentro de tres períodos (es la memoria de tres períodos —variables interna— del módulo RET 603) proviene de las emisiones de dos períodos antes.

$f_2$  factor de disminución de los compromisos ya adquiridos para dentro de dos períodos en relación con los adquiridos para el siguiente.

$f_3$  ídem que  $f_2$  para los compromisos del tercer período respecto a los del segundo.

$f_4$  ídem para el cuarto respecto al tercero.

$i$  período en el que se realiza la optimización.

el problema es

Minimizar

$$t_r + P^{BO3} \cdot H^{BO3} + P^{OE4} \cdot H^{OE4} + P^{PT} \cdot H^{PT} + P^D \cdot H^D + \sum_{k=1}^3 P_k^Y \cdot H_k^Y$$

( $t_r$  es el interés promedio de la financiación que es

$$\left. \sum_{i=0}^3 t_i \cdot Y_i \right)$$

sometido a

- $\sum_{i=0}^3 Y_i = 1$  (se ha de financiar todo el déficit)

- $Y_0 \cdot DT + S^{BE} < X^{BE}$  (máximo endeudamiento en BE).

- Pagos a efectuar un período después.

$$Y_1 \cdot (1/(1-t_1)) + Y_2 \cdot (DT \cdot t_2 + DT/3) + Y_3 \cdot (t_3 \cdot DT) + I_1^{BO3} + A_1^{BO3} + I_1^{OE4} + A_2^{OE4} + H_1^Y = X^V \cdot (1+t^V)$$



4. Pagos a efectuar dos períodos después.

$$Y_2 \cdot (2DT \cdot t_2/3 + DT/3) + Y_3 \cdot (t_3 \cdot DT) + I_2^{BO3} + A_2^{BO3} + I_2^{OE4} + A_2^{OE4} + H_2^V = X^V \cdot f_2 \cdot (1 + t^V)^i$$

5. Pagos a efectuar tres períodos después.

$$Y_2 \cdot (DT \cdot t_2/3 + DT/3) + Y_3 \cdot (t_3 \cdot DT) + I_3^{OE4} + A_3^{OE4} + H_3^V = X^V \cdot f_3 \cdot (1 + t^V)^i$$

6. Pagos a efectuar cuatro períodos después.

$$Y_3 \cdot (t_3 \cdot DT + DT) + H_4^V = X^V \cdot f_4 \cdot (1 + t^V)^i$$

7. Máximo saldo vivo de deuda

$$Y_1 \cdot (1/(1 - t_1)) + Y_2 + Y_3 \cdot DT + S^{BO3} + S^{OE4} + H^D = X^D \cdot (1 + t^D)^i$$

8. Máximo saldo de pagarés

$$Y_1 \cdot (1/(1 - t_1)) \cdot DT + H^{PT} = X^{PT} \cdot (1 + t^{PT})^i$$

9. Máximo saldo de Bonos

$$Y_2 \cdot DT + S^{BO3} + H^{BO3} = X^{BO3} \cdot (1 + t^{BO3})^i$$

10. Máximo saldo de Obligaciones

$$Y_3 \cdot DT + S^{OE4} + H^{OE4} = X^{OE4} \cdot (1 + t^{OE4})^i$$

11. Positividad: todas las variables normales ( $Y$ ) y de holgura ( $H$ ) son no negativas.

Además y por razones «políticas» se imponen unos mínimos y máximos para cada tipo de emisiones (seis restricciones más) ya que no parece razonable que el Estado deje de emitir en todos los instrumentos por lo menos en una cuantía mínima y, sobre todo en Pagarés, no supere un cierto límite razonable.

Nótese que en el planteamiento hay múltiples datos que se obtienen de los valores que toman ciertas variables del modelo en el mismo momento de la optimización y hay otros de libre juego para que el experto adecúe el planteamiento a criterios «políticos», como los ya mencionados, o simplemente experimente.

El problema tiene doce variables (ocho de ellas son las holguras de otras tantas restricciones) y dieciséis restricciones y es un programa lineal resoluble con Simplex y derivados (Dantzig, 63) y se puede incorporar de tres maneras:

- Como un módulo especial (igual que se hizo con BO3) que sustituya al 204 de forma que los coeficientes de ese módulo sean los óptimos cada vez que se calcule el estado del sistema,
- Como acontecimiento programado (ha sido el empleado en los casos que después se comentan): programando los momentos en los que se desea realizar la optimización o,

- c) Como acontecimiento condicionado, que se desencadene cuando, por ejemplo, el saldo del BE supere un cierto umbral (variable nivel de módulo 101 por encima de un valor prefijado).

Sea cual sea la elección, los pasos a seguir por la rutina usada son:

1. Leer los valores actuales (en el momento de la optimización) de todos los parámetros dependientes del estado ( $X, I, A, S, \dots$ ).
2. Construir las ecuaciones a la vista de esos valores (obsérvese que en otro tiempo las ecuaciones serán distintas).
3. Resolver el problema planteado con una rutina específica, y
4. Colocar los flujos hacia los módulos 318, 210 y 416 (o los coeficientes de 204) a los valores óptimos si el experto los acepta; en caso contrario, se le debe permitir variar los parámetros y reiniciar el proceso.

De la forma que se ha expuesto, el experto se despreocupa de este submodelo y se concentra en otros aspectos del modelo global con la seguridad de que se cumplen las restricciones impuestas y el «mix» de emisiones es óptimo en el sentido expuesto.

### 3.4. Casos de ejemplo

Con el fin de ilustrar el funcionamiento del modelo se han realizado tres simulaciones de 1989 a 1999 con datos ficticios y supuestos distintos: a) el Sector Público acude al BE para financiar su déficit en un 20 por 100 (caso «20 % BE»); el resto se obtiene mediante PT y DA a partes iguales, b) no existe posibilidad de apelación al BE (caso «No BE y c) sin recurso al BE pero usando optimización parcial (caso «Óptimo y No BE»); es decir, según lo expuesto en 3.3., se selecciona en los años 89 y 90 el óptimo reparto de emisiones entre PT, BO3 y OE4 con las limitaciones impuestas.

Para los tres casos se ha empleado el mismo comportamiento del DNF; en concreto, las simulaciones se han realizado con los dos primeros años con déficit no financiero (3 % y 1,8 % sobre el PIB), los cuatro siguientes con DNF nulo, los dos siguientes de nuevo con déficit (1,2 % y 2,2 %) y desde 1997 se vuelve a DNF nulo. Otros datos empleados han sido el interés: PT's al 6 %, BO3 al 12 % y OE4 al 10 % y en los casos no óptimos 50 % a PT's, 25 % a BO3 y OE4. El óptimo reparto para 1989 y 1990 fue de 50 %, 5 % y 45 % debido al límite superior impuesto a los PT's e inferior a BO3. Obviamente, el uso de esta optimización parcial ha evitado muchas simulaciones en busca de mejorar el resultado.

Los informes de toda simulación se obtienen en formatos utilizables en otros entornos, de forma que los gráficos 3 y 4 se han obtenido con software standard.

Sin entrar en muchos detalles (entendemos que son innecesarios dado el propósito de este trabajo), se pueden usar esos dos gráficos para apreciar los efec-

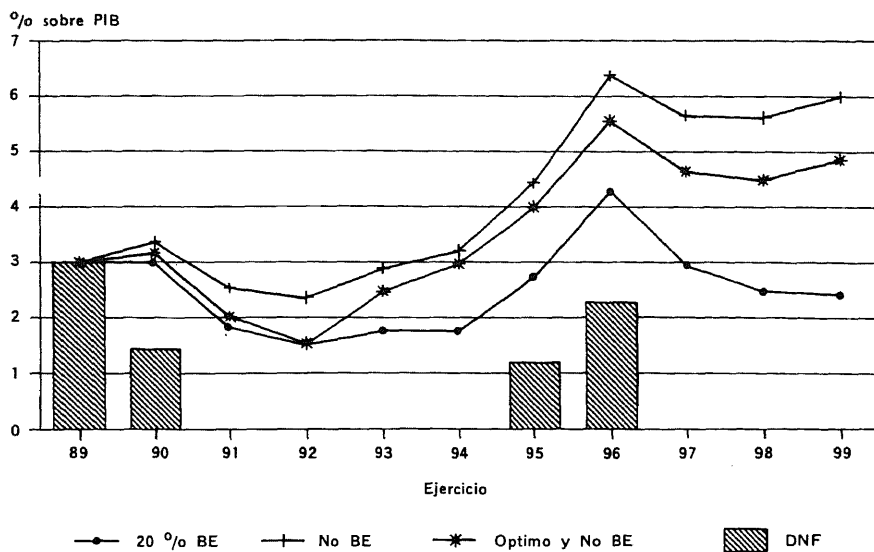


Gráfico 3  
Déficit total

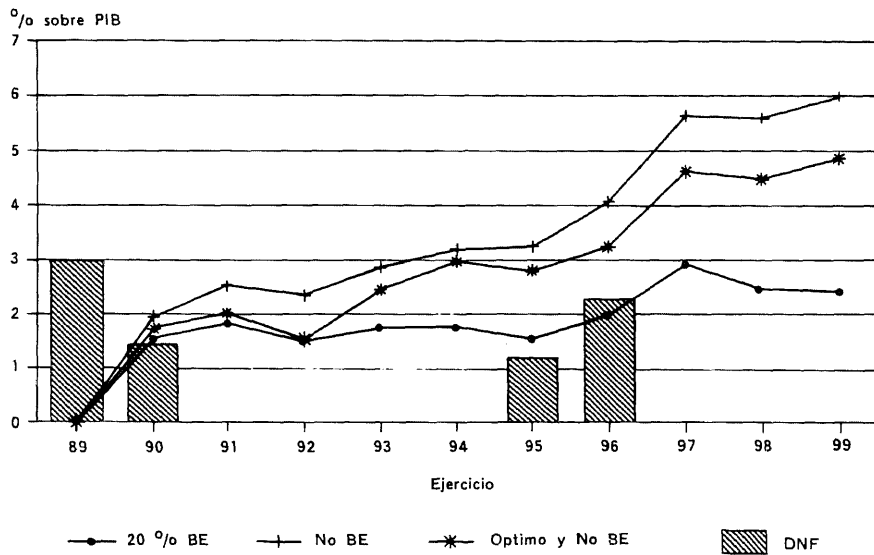


Gráfico 4  
Carga de la deuda

tos de los supuestos y el uso de la optimización parcial. El gráfico 3 presenta la evolución de la carga del déficit total en los tres casos y, para mayor claridad, se incluyen barras con el DNF de cada año; es fácil comprobar el efecto atenuante de la apelación al BE: la línea superior (caso «No BE») ofrece unos déficits mayores que los otros dos casos. En cuanto al caso óptimo, obsérvese que empleando optimización parcial en 1989 y 1990, se consigue mejorar el déficit llegando a cotas muy próximas al obtenido apelando al BE y una política no óptima: en 1992 prácticamente coinciden los déficits del caso «Óptimo y No BE» con el «20 % BE». En el momento en que se deja de optimizar, la línea intermedia se acerca a la superior (en la que no se optimizaba ningún período).

El gráfico 4 muestra la importancia de la Carga de la Deuda (CD) en cada año; en él, además de lo comentado en el párrafo anterior, se puede apreciar algo bien conocido: el gran peso de CD y lo dilatado de sus efectos, ya que en el período 91-94 apenas desciende el déficit total, o incluso crece según los supuestos, como fruto de la herencia del pasado.

Desde un punto de vista práctico, hay que señalar que el simulador permite visualizar constantemente en pantalla los valores de las variables seleccionadas en combinación con un esquema del modelo; de esta forma se puede seguir la evolución de las variables del mismo e intervenir en la simulación para modificar parámetros, volver a tiempo anterior o cancelarla.

#### 4. Resumen

En estas páginas se ha planteado el uso de simulación modular interactiva en modelos macroeconómicos y en especial presupuestarios, para lo que se ha diseñado el conjunto de programas informáticos que soportan esta técnica y se ha aplicado a un modelo simplificado de evolución y financiación del déficit público que ha servido para apreciar la utilidad y flexibilidad del enfoque. Para llevar a cabo el ejemplo se han desarrollado módulos de diversos tipos: algunos muy generales (transformador, sumador, ...), otros muy específicos (deuda a tres años) y dos especiales por su uso: retardador para diferir la influencia de algunas variables e iterador para modelos (como el usado) cicladados. Asimismo, se ha mostrado cómo incluir optimización parcial de un submodelo de forma que, por lo menos, una parte de un modelo complejo se comporte con criterios de optimalidad, ya que resulta, en muchas ocasiones, inabordable el problema de optimización dinámica completo.

#### Referencias

- Bell, P. C. y O'Keefe, R. M. (1987): *Visual Interactive Simulation - History, recent developments, and major issues*. *Simulation*, vol. 49:3, págs. 109-116.
- Canteli, M., y Parra, E. (1985): *Planificación a corto de sistemas flexibles de producción e inventarios*, 1.ª RIMO, págs. 857 y ss.

- Dantzig, G. (1963): *Linear Programming and extensions*, Princeton University Press., NJ.
- Parra, E. (1988): *Una metodología de simulación modular interactiva de modelos de sistemas dinámicos de producción e inventarios con inclusión de optimización local*, Tesis Doctoral, Universidad de Alcalá.
- SCS (1987): *Catalog of simulation software*. *Simulation*, vol. 49:4, págs. 165-181.

## **Abstract**

The use of Simulation techniques is a wide extended way to afford de resolution of dynamic systems even though it doesn't offer optimal solutions. This paper presents the use of submodels optimization in government budgeting simulation models built interconnecting expert-close modules and with the possibility of interactive driving. It is included a simple model on public debt in order to illustrate that ideas.

*Recepción del original, diciembre de 1989*  
*Versión final, mayo de 1990*