Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XIII, n.º 3 (1989), págs. 387-406

UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL DE IMPOSICION LINEAL OPTIMA

Rosario GOMEZ*

Universidad Autónoma de Barcelona

El artículo pionero de M. Feldstein (1973) analiza la imposición lineal óptima sobre la renta en un modelo de equilibrio general, considerando dos tipos de trabajo como inputs *diferentes en la producción de un único bien. Posteriormente, F. Allen (1982) continúa esta línea generalizando los supuestos sobre funciones de utilidad y de producción así como sobre el número de trabajadores de cada tipo en la economía. En el presente artículo se hace un especial énfasis en el papel de la escasez y productividades diferenciales de los trabajadores de cara a la obtención de cualquier resultado de equilibrio general, llegándose a la conclusión principal de que son estas características de los trabajadores en el mercado las que determinan todos los resultados, incluidos los referentes a progresividad óptima.*

1. Introducción

Según el Primer Teorema Fundamental del Bienestar, todo equilibrio competitivo es Pareto óptimo. Sin embargo, esta asignación eficiente puede ser profundamente injusta o desigual si nos atenemos a algún criterio de bienestar social, ya que el equilibrio competitivo conserva la estructura de propiedad y la distribución de renta iniciales. De esta forma, la sociedad en conjunto puede preferir otras asignaciones al equilibrio competitivo, si bien es deseable conservar la cualidad de eficiencia en el sentido de Pareto.

El Segundo Teorema Fundamental del Bienestar nos abre una puerta en este camino al establecer que toda asignación Pareto óptima puede ser alcanzada como un equilibrio competitivo si se realiza la oportuna reasignación de recursos iniciales. Así, si existe algún organismo que recoja las preferencias de la sociedad, que a su vez ostente facultades de imposición, llamémosle Gobierno, éste es capaz de llevar a la economía a cualquier asignación eficiente deseada por la sociedad. Para ello basta establecer de forma imperativa la adecuada reasignación de recursos iniciales.

Sin embargo, los recursos pueden ser no transferibles de forma directa, en cuyo caso, aún es posible recurrir a la revisión de Pigou del Segundo Teorema

* Este artículo está basado en un trabajo de investigación realizado en el Programa de Análisis Económico en la Universidad Autónoma de Barcelona. Quisiera mostrar mi más sincero agradecimiento a Joan M. Esteban, cuyas líneas directrices así como sus valiosos comentarios han hecho posible este trabajo. No obstante cualquier error es exclusivamente responsabilidad del autor.

Fundamental del Bienestar, según la cual, se puede implementar cualquier solución eficiente en el sentido de Pareto a través de un sistema adecuado de impuestos de capitación (lump-sum), es decir, mediante transferencias positivas o negativas de renta de unos individuos a otros. De esta forma, los impuestos de capitación constituyen un vehículo alternativo a la redistribución directa de recursos iniciales para alcanzar asignaciones eficientes preferidas por la sociedad al equilibrio competitivo.

Existe, no obstante, un problema para calcular el sistema óptimo de impuestos de capitación, ya que es necesaria toda una información detallada por parte del Gobierno, referida a características muy específicas de los agentes, los cuales, individualmente, pueden tener incentivos a no revelar. Es conveniente, por tanto, admitir que la información del Gobierno es incompleta y que sólo son observables ciertas características de los individuos. En este contexto de información incompleta e imposibilidad de aplicar en la práctica el sistema adecuado de impuestos de capitación surge, pues, la necesidad de diseñar algún mecanismo que permita a la sociedad alcanzar soluciones más justas, de acuerdo con unas preferencias, al equilibrio competitivo. Hay, desde luego, varias posibilidades en el área impositiva para lograr los objetivos sociales, si bien por una parte dichas posibilidades no son vehículos sustitutos, en general, para alcanzar una solución prefijada, es decir, cada objetivo social puede requerir de un mecanismo específico, y por otra parte, las soluciones que estos esquemas de impuestos pueden implementar pertenecen a la línea de óptimos subsidiarios o de segundo orden (second-best), es decir, es posible obtener ganancias de bienestar a través de los impuestos pero ha de ser a costa de una pérdida de eficiencia.

El impuesto sobre la renta, al que dedicaremos este trabajo y en especial al impuesto lineal sobre la renta, es uno de estos mecanismos disponibles por el Gobierno para alcanzar objetivos distributivos. El requisito fundamental que ha de verificarse para su aplicación es que el Gobierno puede observar las rentas individuales de cada agente, si bien no es necesario conocer productividades, ofertas de trabajo o las cantidades de bienes poseídos por los individuos. Este impuesto, como todos los demás existentes en un mundo de información incompleta, sólo es capaz de alcanzar un conjunto limitado de asignaciones, algunas de las cuales, podrían ser preferibles socialmente al equilibrio competitivo. Sin embargo, las soluciones posibles no serán eficientes en el sentido de Pareto, esto es, serán soluciones inferiores a la que se alcanzaría a través de un adecuado sistema de impuestos de capitación.

El impuesto sobre la renta ha sido el centro de una abundante literatura, sobre todo a partir de 1970, si bien podemos distinguir dos líneas de investigación:

1) La línea seguida por Mirrlees, Atkinson, Sheshinski, etc., en la que se supone la existencia de un único factor de producción homogéneo en la economía y que los salarios son constantes. Estos trabajos hacen hincapié en el efecto distorsionante del impuesto sobre la renta en las ofertas de trabajo individuales.

2) Los artículos de Feldstein, Allen, etc., en los cuales se supone explícitamente que coexisten diversos tipos de trabajo que intervienen en el proceso productivo como *inputs* diferentes. Por otra parte, en esta línea se hace especial énfasis en los resultados de equilibrio general y en el efecto del impuesto sobre los salarios brutos.

El objetivo de este trabajo es ampliar el marco de posibilidades en el que se desarrolla la Teoría del Impuesto sobre la renta, introduciendo supuestos y situaciones poco explorados por el momento y que permiten obtener resultados diferentes en algunos casos sobre materias estudiadas ya con anterioridad. Concretamente, especificaremos un modelo de equilibrio general en el que daremos un papel protagonista a la escasez relativa de los distintos tipos de trabajo utilizados como *inputs* en la función de producción de la economía. Este ha sido un problema muy poco tratado hasta ahora, ya que la mayoría de trabajos realizados en un marco de equilibrio general han centrado su atención en la productividad relativa de los diferentes tipos de trabajo así como en las diversas formas funcionales empleadas, con el propósito de obtener conclusiones sobre la progresividad óptima del impuesto y la subsiguiente redistribución de la renta. El presente trabajo, si bien se sitúa en esta línea de investigación, introduce la noción de escasez relativa de los distintos tipos de trabajo, noción que determina, como veremos, todos los resultados redistributivos y de equilibrio general. Ello se hace mediante un ejemplo, que como tal, no carece de limitaciones en cuanto a la obtención de resultados que gocen de generalidad, pero nuestro propósito es introducir la discusión y dar pie a estudios posteriores que tengan en cuenta y subsanen las deficiencias del actual trabajo.

Nuestro estudio se basa en el artículo de Allen, al especificar un modelo de equilibrio general con dos tipos de trabajo y diferentes números de trabajadores con lo que la idea de escasez se presentará explícitamente. El modelo se basará en funciones concretas con lo que por una parte es preciso asumir toda una serie de limitaciones referidas a la posible generalidad de los resultados alcanzados pero por otra parte nos permitirá observar qué consecuencias tienen las características especificadas sobre los trabajadores en cuanto a su productividad y número relativo de cara a las conclusiones sobre progresividad óptima. Además, al establecer condiciones precisas sobre las funciones individuales de utilidad podremos asegurar la existencia de solución al equilibrio general así como una configuración concreta del tipo marginal impositivo óptimo.

El resto del estudio se estructura como sigue: en la segunda parte introduciremos el tema de la escasez relativa en relación a los diferentes tipos de trabajo existentes en la economía y analizaremos algunos aspectos sobre distribución de la renta; en la tercera parte resolveremos un ejemplo de equilibrio general sobre la base de los resultados obtenidos en la parte anterior así como realizaremos ejercicios de estática comparativa; por último, en la parte cuarta comentaremos las limitaciones y problemas subyacentes en el estudio que ocupa el lugar central del trabajo así como las conclusiones alcanzadas.

2. Distribución de la renta, productividad y escasez

El objetivo de este trabajo es la presentación de un modelo de equilibrio general donde se haga especial énfasis en el papel que juega la escasez relativa de los factores que intervienen en la producción. Para ello, especificaremos una función de producción, concretamente una función Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala.

En esta sección introduciremos los conceptos de escasez, sustituibilidad y productividad relativas de los factores productivos que utilizaremos en el resto del trabajo. Por otra parte, veremos que, bajo nuestros supuestos, los resultados que se derivan sobre distribución de la renta dependen casi exclusivamente de la representación tecnológica y no de las variables que se determinan endógenamente en el equilibrio general.

Supongamos que en la producción intervienen dos tipos de trabajo, trabajo de tipo 1 y trabajo de tipo 2. Hay N_1 trabajadores de tipo 1 y N_2 trabajadores de tipo 2, donde N_1 ($\times$ 100) y N_2 ($\times$ 100) son las proporciones relativas de cada tipo de trabajo en el total de población asalariada.

Supongamos, por otra parte, que se produce un único bien, bajo la función de producción:

$$Y = (N_1\lambda_1)^a (N_2\lambda_2)^{1-a} \qquad [1]$$

donde Y es la producción agregada y $N_i\lambda_i$ ($i = 1,2$) es el total de tiempo de trabajo de tipo i utilizado en la producción. El parámetro a es positivo y menor que uno.

Supongamos que en la economía hay competencia perfecta, de forma que las empresas igualarán los salarios a las productividades marginales de cada tipo de trabajo:

$$w_1 = \frac{\delta Y}{\delta N_1\lambda_1} = a(N_1\lambda_1)^{a-1} (N_2\lambda_2)^{1-a} \qquad [2]$$

$$w_2 = \frac{\delta Y}{\delta N_2\lambda_2} = (1-a)(N_1\lambda_1)^a (N_2\lambda_2)^{-a} \qquad [3]$$

Un concepto importante es el de sustituibilidad de ambos tipos de trabajo en la producción. Un cambio en el salario relativo repercutirá en las cantidades empleadas por las empresas de uno y otro tipo de trabajo, en la medida en que éstos sean sustituibles. La elasticidad de sustitución nos indica el cambio porcentual en la cantidad relativa de trabajo utilizada ante un cambio porcentual en el salario relativo. En el caso de la tecnología Cobb-Douglas con rendimientos constantes, dicha elasticidad es unitaria, lo cual tendrá importantes consecuencias de cara a analizar los efectos de una mayor progresividad del impuesto.

Por otra parte el trabajo de tipo 1 presentará una mayor productividad marginal que el trabajo de tipo 2 si y sólo si:

$$\frac{a}{N_1\lambda_1} > \frac{(1-a)}{N_2\lambda_2}$$

es decir, la productividad marginal relativa no sólo depende del parámetro a sino también de las cantidades utilizadas de cada factor. Sin embargo, cuando se utilizan iguales cantidades de ambos tipos de trabajo, $N_1\lambda_1 = N_2\lambda_2$, el salario percibido por un trabajador del primer tipo será mayor si y sólo si $a > (1 - a)$. El cociente $a/(1 - a)$ nos indica, entonces, la productividad marginal relativa cuando se emplean iguales cantidades de cada tipo de trabajo. En este sentido, nosotros diremos que el trabajo de tipo 1 es más productivo si $a > (1 - a)$.

Por otra parte, en la producción se estará utilizando mayor cantidad de trabajo 1 si se verifica que $N_1\lambda_1 > N_2\lambda_2$, así, la escasez de un tipo de trabajo depende del número de trabajadores pero también de las ofertas individuales de trabajo. Si todos los agentes tienen iguales preferencias sobre ocio y consumo y los salarios coinciden, entonces $\lambda_1 = \lambda_2$. En este caso, las cantidades N_1 y N_2 serán indicadores de la escasez relativa de cada tipo de trabajo. En lo que sigue, y por conveniencia, concluiremos que el trabajo de tipo 2 es escaso si $N_1 > N_2$ y el cociente N_1/N_2 nos medirá la escasez relativa de cada factor.

De la especificación de la tecnología elegida se obtienen las siguientes propiedades:

$$\frac{w_1\lambda_1}{Y} = \frac{a}{N_1}$$

$$\frac{w_2\lambda_2}{Y} = \frac{1-a}{N_2} \qquad [4]$$

donde se han utilizado [2] y [3]. Así, la posición de un trabajador en el mercado y su participación salarial en la producción dependen de su productividad y escasez relativas, factores que, gracias a la propiedad de la función Cobb-Douglas, recogida en [4], podemos resumir en un único parámetro, ρ_i, para cada tipo de trabajador.

Definimos, entonces, ρ_1 y ρ_2 como a/N_1 y $(1 - a)/N_2$ respectivamente. Por tanto, si $\rho_1 > \rho_2$, cada trabajador de tipo 1 ostenta una ventaja en cuanto a su posición en el mercado, frente a todos los trabajadores de tipo 2.

Dividiendo las expresiones de [4] se deduce:

$$\frac{w_1\lambda_1}{w_2\lambda_2} = \frac{a/N_1}{(1-a)/N_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \qquad [5]$$

siendo ρ_i $(i = 1, 2)$ la relación productividad-escasez del tipo de trabajo i. Entonces, ρ_1/ρ_2 determina la distribución de la renta de la economía antes de impuestos. Según esta propiedad, los trabajadores del primer tipo percibirán mayores ingresos salariales antes de impuestos si y sólo si $\rho_1 > \rho_2$, es decir, si obtienen una ventaja neta, debida a su factor productividad-escasez, en la uti-

lización de su trabajo, dada la tecnología. Conviene notar que tradicionalmente se ha asociado mayor renta a mayor productividad, sin embargo, cuando se introduce la noción de escasez relativa, esta argumentación se vuelve ambigua: es posible que, por ejemplo, los trabajadores de tipo 1 sean más productivos, $a > 1 - a$, pero ocurra que perciben menos renta. Basta que el trabajo de tipo 2 sea lo suficientemente escaso. Ahora, la renta depende positivamente de la productividad, pero depende negativamente de la abundancia[1]. La conjunción de ambas características determinará la distribución de renta entre los trabajadores.

Veamos, seguidamente, qué conclusiones pueden obtenerse respecto a las rentas después de impuestos. Si se cumple la restricción presupuestaria del Gobierno, el cual no atiende ningún tipo de gasto fijo y establece un impuesto lineal, se verificará:

$$-\alpha + (1 - \beta)(N_1 w_1 \lambda_1 + N_2 w_2 \lambda_2) = 0 \qquad [6]$$

Bajo los supuestos de rendimientos constantes a escala y competencia perfecta se obtiene:

$$Y = N_1 w_1 \lambda_1 + N_2 w_2 \lambda_2 \qquad [7]$$

es decir, el valor de la producción es igual a su coste y los beneficios empresariales son cero. La restricción presupuestaria del Gobierno puede escribirse entonces:

$$\alpha = (1 - \beta) Y \qquad [8]$$

Por su parte, si las rentas de cada tipo de trabajador antes de impuestos son $w_i \lambda_i$, entonces las rentas netas de impuestos son:

$$y_1 = w_1 \lambda_1 + \alpha - (1 - \beta) w_1 \lambda_1 = (1 - \beta) Y + \beta Y \rho_1$$
$$y_2 = w_2 \lambda_2 + \alpha - (1 - \beta) w_2 \lambda_2 = (1 - \beta) Y + \beta Y \rho_2 \qquad [9]$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{(1 - \beta) + \beta \rho_1}{(1 - \beta) + \beta \rho_2} \qquad [10]$$

así, $y_1 \geq y_2$ si y sólo si $\rho_1 \geq \rho_2$, que es la condición también recogida en [5]. Esto quiere decir que cualquiera que sea el impuesto, mientras subsista una ventaja neta en productividad-escasez de un tipo de trabajo en relación al otro, la tecnología de producción le otorgará una mejor posición en renta.

Desde otro punto de vista, la expresión [10] implica que un impuesto progresivo no logrará nunca cambiar la relación de rentas que existía antes del

[1] Este hecho puede constatarse en múltiples ejemplos. Así, algunos colectivos profesionales (notarios, Agentes de cambio y bolsa, ...) establecen «barreras» a la entrada (fuertes exámenes de oposición) en sus colectivos, las cuales les permiten seguir disfrutando de una escasez relativa en el mercado y por tanto, de unos mayores ingresos.

impuesto. Llegados a este punto, cabe preguntarse si, al menos, un impuesto progresivo redistribuirá renta, si reducirá las diferencias iniciales. Efectivamente:

$$\frac{\delta \frac{y_1}{y_2}}{\delta\beta} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{[(1-\beta) + \beta\rho_2]^2} \qquad [11]$$

si $\rho_1 > \rho_2$, un aumento del tipo impositivo marginal hará disminuir y_1/y_2, es decir, dado que $y_1 > y_2$, la diferencia se reducirá. Por el contrario, si $\rho_1 < \rho_2$, entonces, $y_1 < y_2$ y la derivada es negativa, por lo que mayor progresividad significa que los trabajadores de tipo 1 serán menos pobres.

En esta sección hemos visto que el factor productividad-escasez determina la distribución de renta de la economía antes y después de impuestos, así como que un impuesto sobre la renta puede constituir un vehículo eficaz para redistribuir recursos. Pero insistimos en que estos resultados dependen fundamentalmente de la representación de la tecnología, por lo que no son extensibles con generalidad.

3. Un ejemplo de equilibrio general

En esta sección veremos un ejemplo de equilibrio general en el que utilizaremos los conceptos de escasez y productividad introducidos en la sección anterior, así como los resultados alcanzados en dicha parte del trabajo. Además, utilizaremos el análisis para lograr nuevas conclusiones referentes al equilibrio general y a la progresividad óptima del impuesto.

Supongamos que en la economía existen dos tipos de trabajadores y un único bien de consumo. Los trabajadores aparecen clasificados como de tipo 1 y de tipo 2, cuyo número es N_1 y N_2 respectivamente, de forma que $N_1 + N_2 = 1$.

Los trabajadores maximizan la misma función, que suponemos logarítmico-lineal:

$$u(c_i, \lambda_i) = ln\, c_i + ln\,(1 - \lambda_i) \quad i = 1, 2 \qquad [12]$$

siendo c_i el consumo individual de un trabajador de tipo i, λ_i la oferta individual de trabajo de un agente tipo i, y la unidad, el máximo posible de oferta de trabajo por persona. Esta función de utilidad individual es continua y diferenciable bajo la restricción de consumo individual positivo y oferta de trabajo positiva y acotada superiormente por la unidad. Además, satisface:

$$\frac{\delta u}{\delta c_i} > 0 \qquad \frac{\delta u}{\delta \lambda_i} < 0 \qquad i = 1, 2$$

$$\frac{\delta^2 u}{\delta c_i^2} < 0 \qquad \frac{\delta^2 u}{\delta \lambda_i^2} < 0 \qquad i = 1, 2$$

Por lo tanto, la utilidad marginal del consumo es positiva y decreciente, mientras que la utilidad marginal del trabajo es negativa y también decreciente.

El Gobierno fija un impuesto lineal sobre la renta de los trabajadores, que procede únicamente de los ingresos salariales.

Sea w_i el salario por unidad de tiempo trabajada de un agente de tipo i, que el agente considera como dado, y t_i el impuesto individual soportado por un trabajador de tipo i. La renta individual antes de impuestos de cada tipo de agente será $R_i = w_i\lambda_i$ y su renta disponible, después de impuestos, $y_i = R_i - t_i = \alpha + \beta w_i\lambda_i$ ya que $t_i = -\alpha + (1 - \beta)w_i\lambda_i$.

El impuesto es puramente redistributivo, cumpliéndose la condición de recaudación nula por parte del Gobierno, es decir:

$$\alpha = (1 - \beta)(N_1 w_1 \lambda_1 + N_2 w_2 \lambda_2) \qquad [13]$$

Con la restricción de que el consumo individual igualará a la renta después de impuestos, el problema típico de un trabajador de tipo i puede formularse así:

$$\text{Max. } u(c_i, \lambda_i) = ln c_i + ln(1 - \lambda_i) \qquad [14]$$

$$\text{s.a.} \quad c_i = y_i = \alpha + \beta w_i \lambda_i$$

donde hemos normalizado el precio del bien de consumo por la unidad.

Resolviendo por el método de Lagrange se obtiene la siguiente condición de primer orden:

$$\frac{\delta u}{\delta \lambda_i} + \beta w_i \frac{\delta u}{\delta c_i} = 0 \qquad [15]$$

De las expresiones [14] y [15] se desprenden las demandas individuales de consumo para cada tipo de agente, así como las ofertas de trabajo:

$$c_i = \frac{\alpha + \beta w_i}{2} \qquad [16]$$

$$\lambda_i = \frac{\beta w_i - \alpha}{2\beta w_i} \qquad [17]$$

Por su parte, la relación consumo-ocio será:

$$\frac{c_i}{1 - \lambda_i} = \beta w_i \qquad [18]$$

cuanto mayor sea βw_i, el salario después de impuestos, mayor será la relación consumo-ocio, es decir, habrá un estímulo adicional al trabajo en detrimento del ocio.

La elasticidad de sustitución entre ocio y consumo será:

$$\varepsilon = \frac{\delta \dfrac{c_i}{1-\lambda_i}}{\delta \dfrac{1}{w_i}} \; \frac{\dfrac{1}{w_i}}{\dfrac{c_i}{1-\lambda_i}} = -1 \qquad [19]$$

así, un cambio porcentual en los precios relativos produce un cambio porcentual igual y de signo opuesto en la relación consumo-ocio.

Supongamos, por otra parte, una economía competitiva cuya tecnología aparece representada por una función Cobb-Douglas de rendimientos constantes a escala:

$$Y = (N_1\lambda_1)^a (N_2\lambda_2)^{1-a} \qquad [20]$$

donde Y es la producción agregada del bien de consumo y $N_i\lambda_i$ es la cantidad de trabajo de tipo i utilizada en la producción.

La economía, en conjunto, minimiza costes, siendo las demandas condicionadas de factores:

$$N_1\lambda_1 = \left[\frac{aw_2}{(1-a)w_1}\right]^{1-a} Y \qquad [21]$$

$$N_2\lambda_2 = \left[\frac{aw_2}{(1-a)w_1}\right]^{-a} Y \qquad [22]$$

Dividiendo ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{N_1\lambda_1}{N_2\lambda_2} = \frac{aw_2}{(1-a)w_1} \qquad [23]$$

es decir, la demanda relativa de trabajo por parte de las empresas es inversamente proporcional al salario relativo.

Bajo el supuesto de competencia perfecta, sabemos que las empresas igualan los salarios a las respectivas productividades marginales, de forma que el beneficio agregado de la economía será nulo. Teniendo esto en cuenta, y utilizando las propiedades de la tecnología Cobb-Douglas, calculemos las cantidades de trabajo individuales, la producción derivada, así como los consumos y los salarios de equilibrio.

$$\lambda_1 = \frac{\beta\rho_1}{2\beta\rho_1 + (1-\beta)} \qquad [24]$$

$$\lambda_2 = \frac{\beta\rho_2}{2\beta\rho_2 + (1-\beta)} \qquad [25]$$

$$c_1 = \frac{\beta a^a(1-a)^{1-a}\,[\beta\rho_1+(1-\beta)]}{[2\beta\rho_1+(1-\beta)]^a\,[2\beta\rho_2+(1-\beta)]^{1-a}} \qquad [26]$$

$$c_2 = \frac{\beta a^a(1-a)^{1-a}\,[\beta\rho_2+(1-\beta)]}{[2\beta\rho_1+(1-\beta)]^a\,[2\beta\rho_2+(1-\beta)]^{1-a}} \qquad [27]$$

$$Y = \frac{a^a(1-a)^{1-a}\beta}{[2\beta\rho_1+(1-\beta)]^a\,[2\beta\rho_2+(1-\beta)]^{1-a}} \qquad [28]$$

$$w_1 = \frac{a^a(1-a)^{1-a}[2\beta\rho_1+(1-\beta)]^{1-a}}{[2\beta\rho_2+(1-\beta)]^{1-a}} \qquad [29]$$

$$w_2 = \frac{a^a(1-a)^{1-a}[2\beta\rho_1+(1-\beta)]^{-a}}{[2\beta\rho_2+(1-\beta)]^{-a}} \qquad [30]$$

donde todas las expresiones de equilibrio dependen de la especificación definitiva del impuesto.

Calculemos seguidamente las cantidades de trabajo, consumos y salarios relativos:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\;\frac{2\beta\rho_2+(1-\beta)}{2\beta\rho_1+(1-\beta)} \qquad [31]$$

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\beta\rho_1+(1-\beta)}{\beta\rho_2+(1-\beta)} \qquad [32]$$

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{2\beta\rho_1+(1-\beta)}{2\beta\rho_2+(1-\beta)} \qquad [33]$$

Sabemos que $c_1 \geq c_2$ si y sólo si $\rho_1 \geq \rho_2$ y que el efecto de un cambio en β en el consumo relativo tiene el signo de $\rho_1 - \rho_2$. Por otra parte, es fácil demostrar que en equilibrio, $\lambda_1 \geq \lambda_2$ si y sólo si $\rho_1 \geq \rho_2$. Además, un aumento de β tiene un impacto negativo en el trabajo individual relativo si y sólo si se verifica igual condición. Por último, $w_1 \geq w_2$ si y sólo si se cumple que $\rho_1 \geq \rho_2$. Lo mismo ha de verificarse para que la derivada del salario relativo respecto a β sea positiva. Por tanto, se obtiene el siguiente resultado:

Si $\rho_i \geq \rho_j \quad i, j = 1, 2 \quad i \neq j$ entonces:

$$c_i \geq c_j$$

$$\lambda_i \geq \lambda_j$$

$$w_i \geq w_j$$

$$\delta w_i / \delta\beta \geq 0$$

$$\delta w_j / \delta\beta \leq 0$$

$$\delta(c_i/c_j) / \delta\beta \leq 0$$

$$\delta(\lambda_i/\lambda_j) / \delta\beta \geq 0$$

$$\delta(w_i/w_j) / \delta\beta \geq 0 \qquad [34]$$

El anterior resultado puede expresarse de forma alternativa si tenemos en cuenta una propiedad de la función de producción Cobb-Douglas con rendimientos constantes a escala bajo el supuesto de competencia perfecta. Según esta propiedad, el beneficio agregado es nulo, esto es:

$$Y = N_1 w_1 \lambda_1 + N_2 w_2 \lambda_2 \qquad [35]$$

Dividiendo por Y obtenemos:

$$1 = N_1(a/N_1) + N_2[(1-a)/N_2] = N_1 \rho_1 + N_2 \rho_2 \qquad [36]$$

Despejando ρ_1, por ejemplo:

$$\rho_1 = \frac{1-N_2\rho_2}{N_1} \qquad [37]$$

Así, si $\rho_1 \geq 1$ se verificará:

$$1-N_2\rho_2 \geq N_1 \; ; \; \frac{1-N_1}{N_2} \geq \rho_2 \qquad [38]$$

Como hemos definido $N_1 + N_2 = 1$, se obtiene que si $\rho_1 \geq 1$, entonces:

$$\frac{1-N_1}{N_2} = \frac{N_2}{N_2} = 1 \geq \rho_2 \qquad [39]$$

Igualmente, si $\rho_2 \geq 1$, entonces $\rho_1 \leq 1$.

Por tanto, podemos reformular nuevamente el resultado [34] de la siguiente forma:

Si $\rho_i \geq 1$, $i = 1, 2$; $i \neq j$, entonces:

$$c_i \geq c_j$$

$$\lambda_i \geq \lambda_j$$

$$w_i \geq w_j$$

$$\delta w_i / \delta\beta \geq 0$$

$$\delta w_j / \delta\beta \leq 0$$

$$\delta(c_i/c_j)/ \delta\beta \geq 0$$

$$\delta(\lambda_i/\lambda_j)/ \delta\beta \leq 0$$

$$\delta(w_i/w_j)/ \delta\beta \geq 0 \qquad [40]$$

Según este resultado, el factor productividad-escasez determina no sólo la distribución de la renta antes y después de impuestos, sino también las cantida-

des utilizadas de cada tipo de trabajo en el equilibrio, los salarios, así como el efecto del impuesto en el equilibrio.

Supongamos que $\rho_1 \geq \rho_2$. En este caso, los trabajadores de tipo 1 disfrutan de una ventaja neta en el factor productividad-escasez respecto al resto de los trabajadores. Ya vimos en la sección anterior que ello supone el disfrute de una mayor renta antes y después de impuestos para los consumidores del primer tipo, dadas las características especiales de la tecnología Cobb-Douglas. En esta sección hemos llegado, además, al resultado de que esa ventaja neta determina así mismo una mayor productividad marginal y una mayor oferta de trabajo individual en el equilibrio.

Por otra parte, sabemos que en nuestro modelo el impuesto lineal es un mecanismo eficaz para redistribuir renta entre los trabajadores, de esta forma, en el caso estudiado, $\rho_1 \geq \rho_2$, la renta relativa, $y_1/y_2 = c_1/c_2$ disminuirá con una mayor progresividad (una reducción de β). Ahora sabemos también que, a consecuencia de un mayor tipo marginal, los salarios de los más ricos se reducirán, mientras que aumentarán los de los trabajadores pobres. Por tanto, el salario relativo w_1/w_2, disminuirá con la progresividad, lo que se traducirá en una mayor oferta de trabajo relativa en el nuevo equilibrio. La cuantía de este cambio depende de la elasticidad de sustitución entre ambos tipos de trabajo.

Es fácil comprobar que las ofertas individuales de trabajo se reducirán con una mayor progresividad, sin embargo, el efecto de un cambio del tipo impositivo marginal es distinto para cada tipo de trabajador. Las elasticidades de las ofertas individuales de trabajo de tipo 1 y 2, dados los salarios y la producción, son respectivamente:

$$\eta_1 = (\delta\lambda_1/\delta\beta)\ \beta/\lambda_1 = Y / [\beta w_1 - (1-\beta)\ Y]$$
$$\eta_2 = (\delta\lambda_2/\delta\beta)\ \beta/\lambda_2 = Y / [\beta w_2 - (1-\beta)\ Y] \qquad [41]$$

Si $w_1 \geq w_2$, se deduce que $\eta_1 \leq \eta_2$. Así, un cambio en β provocará un mayor impacto en la oferta de trabajo de equilibrio de los asalariados de tipo 2. Esto supondrá una mayor productividad marginal para esos trabajadores, que ahora participan en menor grado en la producción y, por tanto, un salario mayor. Al contrario ocurrirá para los trabajadores de tipo 1. Las diferencias salariales se reducen con el impuesto, es decir, el impuesto sobre la renta atenúa la ventaja neta de productividad-escasez que gozan los trabajadores de tipo 1.

La cuantía del cambio en las cantidades de trabajo de cada tipo utilizadas en la producción de equilibrio depende de la elasticidad de sustitución entre factores que, en el caso de la tecnología Cobb-Douglas es negativa y unitaria. Si los dos tipos de trabajo no fuesen sustituibles en algún grado, un cambio en el salario relativo no tendría ningún efecto en la oferta de trabajo relativa de equilibrio. De nuevo comprobamos en qué medida los resultados alcanzados vienen determinados por la tecnología utilizada.

Sabemos que la relación consumo-ocio de cada tipo de trabajador es la siguiente:

$$\frac{c_i}{1-\lambda_i} = \beta w_i \quad i = 1, 2 \qquad [42]$$

por tanto, dado el salario w_i, el impuesto provoca una distorsión en la elección individual entre ocio y consumo: una mayor progresividad reduce la relación, favoreciéndose el ocio en detrimento del consumo. Por otra parte, si $\rho_1 \geq \rho_2$ esta relación es mayor para los trabajadores de tipo 1, sea cual sea el impuesto.

La distorsión producida en la elección consumo-ocio individual también actúa vía salarios. La elasticidad de sustitución entre ocio y consumo es negativa y unitaria. De esta forma, dado el impuesto, un cambio porcentual en el precio relativo provoca el mismo cambio porcentual en la relación consumo-ocio, pero de signo opuesto. Si $\rho_1 \geq \rho_2$ sabemos que una mayor progresividad reduce el salario de los trabajadores de tipo 1, es decir, aumenta el precio relativo del consumo y ocio, lo que hará menor la relación individual de estos trabajadores sobre consumo y ocio.

En definitiva, el impuesto sobre la renta actúa sobre las restricciones presupuestarias de ambos tipos de trabajadores. El efecto total de una mayor progresividad en las decisiones de equilibrio entre ocio y consumo depende del cambio en el tipo impositivo marginal y del efecto de éste en los salarios. Dados nuestros supuestos, el impuesto acorta las diferencias individuales relativas a consumo-ocio, o lo que es lo mismo, asemeja las pendientes de las restricciones presupuestarias, ya que:

$$\frac{\delta[c_i/(1-\lambda_i)]}{\delta\beta} = w_i + \beta \frac{\delta w_i}{\delta\beta} \qquad [43]$$

además, teniendo en cuenta [34]:

$$w_1 + \beta \frac{\delta w_1}{\delta\beta} > w_2 + \beta \frac{\delta w_2}{\delta\beta}$$

$$w_1 - w_2 > \beta \left[\frac{\delta w_2}{\delta\beta} - \frac{\delta w_1}{\delta\beta} \right] \qquad [44]$$

ya que $w_1 \geq w_2$ y el lado derecho de la desigualdad es negativo. De nuevo se observa cómo el impuesto sobre la renta atenúa las diferencias iniciales entre los trabajadores en cuanto a sus decisiones individuales en equilibrio.

Las conclusiones de esta sección han versado sobre resultados de equilibrio general, los cuales dependen fundamentalmente del factor productividad-escasez relativo, que otorga una ventaja neta a un grupo de trabajadores en perjuicio del resto. Sin embargo, aún no hemos analizado cuál es la progresividad óptima del impuesto bajo nuestra especificación particular del modelo. Ya se ha comentado cómo en los trabajos recientes se concluye una progresividad óptima muy baja del impuesto, debido al intercambio existente entre

equidad y eficiencia. En nuestro modelo podríamos alcanzar una conclusión parecida.

Supongamos que el Gobierno, siguiendo el criterio de Rawls, maximiza la utilidad del individuo peor tratado y que los trabajadores tipo 2 son los que poseen menor utilidad[2]. El problema del Gobierno, entonces es:

$$\text{Max. } u(c_2, \lambda_2) = ln\, c_2 + ln\,(1-\lambda_2)$$

$$\text{s. a.} \quad \alpha = (1-\beta)Y \qquad [45]$$

donde hemos supuesto que la recaudación total por parte del Gobierno es cero.

Proposición 1. La función de bienestar social de Rawls presenta, al menos, un máximo para $\beta \in (0,1)$.

Demostración.—Sea $\rho_2 < 1$. La función de utilidad de un individuo de tipo 2 será:

$$u_2 = ln\, c_2 + ln\,(1-\lambda_2) = ln\,[c_2(1-\lambda_2)] \qquad [46]$$

utilizando [25] y [27] se obtiene:

$$u_2 = ln\, \frac{\beta a^a (1-a)^{1-a} [\beta\rho_2+(1-\beta)]^2}{[2\beta\rho_1 + (1-\beta)]^a [2\beta\rho_2 + (1-\beta)]^{2-a}} \qquad [47]$$

Esta función es positiva, continua y derivable para $0 < \rho_2 < 1$, $\rho_1 > 0$, $0 < a < 1$, $\beta \in (0,1)$.

El impacto de un cambio en β en la utilidad de un individuo de tipo 2 será:

$$\frac{\delta u_2}{\delta\beta} = \frac{1}{\beta} + \frac{2(\rho_2-1)}{[\beta\rho_2+(1-\beta)]} - \frac{a(2\rho_1-1)}{[2\beta\rho_1+(1-\beta)]} - \frac{(2-a)(2\rho_2-1)}{[2\beta\rho_2+(1-\beta)]} \qquad [48]$$

Evaluemos esta derivada cuando β tiende a cero:

$$\frac{\delta u_2}{\delta\beta}_{\beta\to 0} = \frac{1}{\beta}_{\beta\to 0} + 2(\rho_2-1) - a(2\rho_1-1) - (2-a)(2\rho_2-1) \qquad [49]$$

es decir, la derivada tiende a $+\infty$ cuando β se aproxima a cero.

Calculemos la derivada en $\beta = 1$:

$$\frac{\delta u_2}{\delta\beta}_{\beta=1} = 1 + \frac{2(\rho_2-1)}{\rho_2} - \frac{a(2\rho_1-1)}{2\rho_1} - \frac{(2-a)(2\rho_2-1)}{2\rho_2} = 1 - \frac{2}{\rho_2} + \qquad [50]$$

$$+\frac{1}{2\rho_2} + \frac{a\rho_2 + (1-a)\rho_1)}{2\rho_1\rho_2}$$

[2] Puede demostrarse que si $\beta = 1$ y si $\rho_1 > \rho_2$ entonces $u_1 > u_2$. Por otra parte, si $\beta < 1$ y si $\rho_1 \geq 2$ entonces $u_1 > u_2$.

Esta derivada es negativa ya que, como $\rho_2 < \rho_1$ se verificará:

$$a\rho_2 + (1-a)\rho_1 < \rho_1 \qquad [51]$$

Entonces:

$$\frac{\delta u_2}{\delta\beta}\Big|_{\beta=1} < 1 - \frac{2}{\rho_2} + \frac{1}{2\rho_2} + \frac{1}{2\rho_2} = 1 - \frac{1}{\rho_2} < 0 \qquad [52]$$

ya que $\rho_2 < 1$ por hipótesis.

Por tanto, en el intervalo (0,1) para β existirá, al menos, un máximo de la función de utilidad del trabajador con menor factor productividad-escasez.

Hemos utilizado explícitamente las condiciones de equilibrio del modelo, incluida la restricción presupuestaria del Gobierno, con lo que la solución existe y es interior como hemos demostrado.

Intentaremos ahora obtener alguna conclusión sobre la progresividad óptima del impuesto, para lo que necesitamos resolver [45]. La condición de primer orden es la expresión [48] igualada a cero:

$$\frac{\delta u_2}{\delta\beta} = \frac{1}{\beta} + \frac{2(\rho_2-1)}{[\beta\rho_2+(1-\beta)]} - \frac{a(2\rho_1-1)}{[2\beta\rho_1+(1-\beta)]} - \frac{(2-a)(2\rho_2-1)}{[2\beta\rho_2+(1-\beta)]} = 0 \qquad [53]$$

Por su parte, si β es un máximo se verificará:

$$\frac{\delta^2 u_2}{\delta(\beta)^2} = \frac{a(2\rho_1-1)^2}{[2\beta\rho_1+(1-\beta)]^2} + \frac{(2-a)(2\rho_2-1)^2}{[2\beta\rho_2+(1-\beta)]^2} - \frac{1}{\beta^2} - \frac{2(\rho_2-1)^2}{[\beta\rho_2+(1-\beta)]^2} \leq 0 \qquad [54]$$

El impuesto óptimo dependerá, por tanto, de los valores concretos adoptados por los parámetros de productividad y escasez. Analicemos los casos siguientes, a modo de ejemplo:

1. $a=N_1$; $1-a=N_2$; $\rho_1=\rho_2=1$
2. $a=0{,}7$; $N_1=0{,}35$; $\rho_1=2$

   $1-a=0{,}3$; $N_2=0{,}65$; $\rho_2=0{,}46$
3. $a=0{,}7$; $N_1=0{,}6$; $\rho_1=1{,}16$

   $1-a=0{,}3$; $N_2=0{,}4$; $\rho_2=0{,}75$

En el primer caso, ningún trabajador obtiene ventaja en relación a su productividad-escasez, es decir, una mayor productividad es exactamente compensada por una menor escasez y viceversa. En este caso, el impuesto óptimo es:

$$\alpha = 0 \quad ; \quad \beta = 1$$

o sea, el impuesto nulo. El óptimo social es exactamente el equilibrio competitivo sin impuestos. Este resultado es fácil de entender, ya que en este caso las rentas antes de impuestos son iguales para todos los trabajadores.

En el segundo caso, los trabajadores de tipo 1 son escasos y a la vez más productivos. La condición de primer orden se convierte en la siguiente expresión:

$$0{,}15 - 0{,}10\,\beta - 0{,}53\,\beta^2 + 0{,}035\,\beta^3 = 0$$

Resolviendo por el método de Newton se obtiene la solución:

$$\beta = 0{,}4516\ ;\ \alpha = 0{,}5484\ Y$$

que verifica la condición de segundo orden.

En el tercer caso, los trabajadores de tipo 1 son más productivos pero son más numerosos, sin embargo, siguen obteniendo una ventaja neta sobre los trabajadores de tipo 2 en el factor productividad-escasez, aunque la diferencia es menor que en el caso anterior. Ahora, la condición de primer orden es:

$$0{,}10 - 0{,}05\,\beta - 0{,}16\,\beta^2 - 0{,}02\,\beta^3 = 0$$

La solución óptima es ahora:

$$\beta = 0{,}6299;\ \alpha = 0{,}3701\ \text{y}$$

solución que cumple la condición de segundo orden.

Según los casos contemplados, cuanto mayor es la diferencia entre los factores productividad-escasez, mayor es la progresividad óptima. Por el contrario, la igualdad de ambos ρ_i $(i = 1{,}2)$ nos lleva al impuesto nulo.

Por otra parte, la progresividad óptima no es excesivamente alta, aunque, como hemos dicho, depende de la ventaja neta en productividad-escasez. De esta forma, es posible un tipo impositivo marginal elevado, con lo que nuestro resultado discreparía respecto a otros trabajos y sus conclusiones sobre progresividad óptima, en concreto respecto al artículo de Feldstein.

Bajo ciertas condiciones sobre la función de Rawls es posible obtener algún resultado concreto sobre la progresividad óptima, tal como se demuestra en la siguiente Proposición.

Proposición 2. Si la función de Rawls es cóncava en β, entonces la progresividad óptima depende positivamente del factor productividad-escasez del trabajador mejor tratado.

Demostración.—En nuestro caso, la función de Rawls viene representada por la función de utilidad de un individuo de tipo 2. si existe una función implícita entre β y ρ_1 en la expresión [53], podemos aplicar el Teorema de la Función Implícita para obtener la derivada, ya que u_2 es cóncava. Obtendríamos:

$$\frac{\partial\beta}{\partial\rho_1} = \frac{2a\,/\,[2\beta\rho_1 + (1-\beta)]^2}{A} \qquad [55]$$

donde A es la expresión [54] que es estrictamente negativa si u_2 es cóncava, por tanto:

$$\frac{\partial \beta}{\partial \rho_1} < 0$$

Los resultados sobre progresividad se han basado en una función de Rawls, que, como hemos visto, centra su atención en el individuo que posee menor utilidad. Demostramos en la Proposición 1 que para β comprendido entre cero y uno, la función objetivo presenta un máximo. Seguidamente, mostraremos cómo se comporta la función de utilidad del individuo mejor dotado e intentaremos llegar a una conclusión similar a la establecida en la Proposición 1, pero referida a una función objetivo utilitarista.

Lema 1. Para el individuo con mayor productividad-escasez ($\rho_i > 1$) se verifica:

$$a) \quad \frac{\delta u_i}{\delta \beta}_{\beta \to 0} \to \infty$$

$$b) \quad \frac{\delta u_i}{\delta \beta}_{\beta = 1} > 0$$

Demostración.—Sea $\rho_1 > 1$. La función de utilidad de un individuo de tipo 1 será:

$$u_1 = ln[c_1 (1-\lambda_1)] = ln \quad \frac{\beta a^a (1-a)^{1-a} [\beta\rho_1 + (1-\beta)]^2}{[2\beta\rho_1 + (1-\beta)]^{a+1} [2\beta\rho_2 + (1-\beta)]^{1-a}} \qquad [56]$$

donde hemos utilizado [24] y [26]. Esta función es positiva, continua y diferenciable para $\rho_1 > 0$, $0 < \rho_2 < 1$, $0 < a < 1$, $\beta \in (0,1)$. Además:

$$\frac{\delta u_1}{\delta \beta} = \frac{1}{\beta} + \frac{2(\rho_1 - 1)}{\beta\rho_1 + (1-\beta)} - \frac{(2\rho_1 - 1)(a+1)}{2\beta\rho_1 + (1-\beta)} - \frac{(1-a)(2\rho_2 - 1)}{2\beta\rho_2 + (1-\beta)} \qquad [57]$$

Para demostrar a) basta evaluar esta derivada en $\beta \to 0$. Además:

$$\frac{\delta u_1}{\delta \beta}_{\beta = 1} = 1 + \frac{1}{2\rho_1} - \frac{2}{\rho_1} + \frac{a\rho_2 + (1-a)\rho_1}{2\rho_1\rho_2} \qquad [58]$$

pero sabemos que $a\rho_2 + (1-a)\rho_1 > \rho_2$ si y sólo si $\rho_1 > \rho_2$. Según esto y operando:

$$\frac{\delta u_1}{\delta \beta}_{\beta = 1} > 1 - \frac{1}{\rho_1} > 0 \qquad [59]$$

ya que $\rho_1 > 1$ por hipótesis. Queda demostrado entonces el apartado b).

Utilizando la proposición 1 y el lema 1 podemos establecer el siguiente resultado sobre la existencia de solución para una función objetivo Benthamita:

Proposición 3. La función utilitarista presenta, al menos, un máximo para $\beta \in (0,1)$.

Demostración.—Sea $\rho_1 > 1$. Por una parte, la suma de utilidades en $\beta = 0$ tendrá pendiente infinita, tal como se deduce de las Proposiciones 1 y 2. Por otra parte:

$$\frac{\partial(N_1u_1 + N_2u_2)}{\partial\beta}\Big|_{\beta=1} = N_1 \frac{\partial u_1}{\partial\beta}\Big|_{\beta=1} + N_2 \frac{\partial u_2}{\partial\beta}\Big|_{\beta=1} =$$

$$= 1 + \frac{a\rho_2 + (1-a)\rho_1}{2\rho_1\rho_2} - \frac{3N_2}{2\rho_2} - \frac{3N_1}{2\rho_1} =$$

$$= \frac{2\rho_1\rho_2 + a\rho_2 + (1-a)\rho_1 - 3[N_1\rho_2 + N_2\rho_1]}{2\rho_1\rho_2} \qquad [60]$$

Esta derivada es negativa si:

$$2\frac{a}{N_1}\frac{(1-a)}{N_2} + a\frac{(1-a)}{N_2} + (1-a)\frac{a}{N_1} - 3N_1\frac{(1-a)}{N_2} - 3N_2\frac{a}{N_1} < 0 \qquad [61]$$

A su vez, [61] será negativo si se verifica:

$$2a(1-a) + a(1-a)(N_1 + N_2) - 3[N_1^2(1-a) + N_2^2 a] < 0 \qquad [62]$$

Operando se obtiene:

$$a(1-a) < N_1^2 - a(N_1^2 - N_2^2) = N_1^2 - a(N_1 - N_2) \qquad [63]$$

Como $N_2 = 1 - N_1$ podemos escribir:

$$a(1-a) < N_1^2 - aN_1 + a - aN_1 = a + N_1^2 - 2aN_1 - a^2 < N_1(N_1 - 2a) \qquad [64]$$

En términos de ρ_1 de nuevo, se deduce que:

$$-\rho_1 < \frac{1}{\rho_1} - 2\ ;\ 2 - \rho_1 < \frac{1}{\rho_1} \qquad [65]$$

Operando y reescribiendo la expresión anterior:

$$\rho_1 - 1 < \rho_1(\rho_1 - 1)\ ;\ 1 < \rho_1 \qquad [66]$$

lo que es cierto por hipótesis. Por tanto, la función de bienestar utilitarista tiene pendiente negativa en $\beta = 1$ y, por tanto, presentará, al menos, un máximo interior al intervalo (0,1).

Bajo nuestros supuestos, existe un óptimo interior, es decir, la solución óptima significa la intervención del Estado, tanto para la función de bienestar de Rawls como para una función utilitarista. Sin embargo, en otras circunstancias, lo óptimo puede ser establecer el impuesto nulo. Así, bajo otros supuestos, referidos a la tecnología de producción y a la elasticidad de sustitución, es posible que los efectos de equilibrio general, vía salarios, contrarres-

ten totalmente la redistribución inicial de renta o, incluso, produzcan una situación en que las diferencias de renta sean aún más profundas que las iniciales.

4. Conclusiones

Las conclusiones alcanzadas dependen fuertemente de nuestros supuestos, de los cuales, quizá el más importante sea el relativo a la representación de la tecnología. Hemos visto cómo la función de producción determina la distribución de la renta de la economía, antes de impuestos. No obstante, dicha distribución depende no sólo de la tecnología sino también, y de forma fundamental, de las características individuales referidas a productividad y escasez. Son estos factores los que determinan todos los resultados de equilibrio general.

Por otra parte, hemos analizado los casos de dos de las funciones de bienestar social más comunes en la literatura: la función de Rawls y la función utilitarista. En ambos casos, y dados nuestros supuestos, hemos podido concluir la existencia de solución interior. En este sentido, el impuesto sobre la renta constituye un vehículo eficaz para lograr asignaciones preferidas por la sociedad, reduciéndose las diferencias iniciales que pudiesen presentarse en cuanto a la ventaja neta que un grupo de trabajadores disfruta frente al otro.

Respecto a la progresividad óptima del impuesto hemos visto que puede ser no tan baja como apuntan otros trabajos, al menos para el caso de una función de Rawls. En particular, si la función de utilidad del individuo peor tratado es cóncava, la progresividad aumenta con el mayor factor productividad-escasez de la economía.

Nuestros supuestos han permitido resumir las características de los trabajadores, en cuanto a su productividad y escasez relativas en la economía, en un solo factor, ρ_i. Este factor, junto con la tecnología, originan todos los resultados obtenidos, tal como se observa claramente en este trabajo. En este sentido, podemos decir que otras medidas distintas del impuesto sobre la renta pueden constituir instrumentos más eficaces en cuanto al objetivo de una mejor redistribución de la renta. Así, una política de educación, por ejemplo, dirigida a alterar convenientemente el número relativo de trabajadores de cada tipo, podría eliminar totalmente la ventaja inicial en productividad-escasez que un grupo de trabajadores disfruta frente al otro, ventaja que se traduce en una mayor renta.

Por último, insistimos en que los supuestos particulares que hemos adoptado, referidos a la representación tecnológica de la economía, así como a las funciones de utilidad, llevan a los resultados alcanzados, que serán igualmente particulares. Dada la especificidad del modelo considerado, éste puede entenderse sólo como un ejemplo, sin embargo, nuestro objetivo no ha sido ofrecer conclusiones generales en este tema, sino solamente introducir el problema de la escasez y poner de manifiesto que el tema de la Imposición sobre la renta sigue abierto.

Referencias

Allen, F. (1982): «Optimal linear income taxation with general equilibrium effects on wages», *Journal of Public Economics, núm. 17,* págs. 135-143.

Atkinson, A. B. (1973): «How progressive should income tax be?», en *Essays in Modern Economics,* eds.: Parking, M. and Nobay, A. R., Longman, London.

Calsamiglia, X. y Esteban, J. (1984): *Información, Incentivos y Teoría de la Imposición Optima sobre la Renta,* Universidad Autónoma de Barcelona.

Feldstein, M. (1973): «On the optimal progressivity of the income tax», *Journal of Public Economics, núm. 2,* págs. 357-376.

Mirrlees, J. A. (1971): «An exploration in the theory of optimum income taxation», *Review of Economic Studies, núm. 38,* págs. 179-208.

Sheshinski, E. (1972): «The optimal linear income tax», *Review of Economic Studies, núm. 39,* 297-302.

Stern, N. (1976): «On the specification of models of optimum income taxation», *Journal of Public Economics, núm. 6,* págs. 123-162.

Stern, N. (1982): «Optimum taxation with errors in administration», *Journal of Public Economics, núm. 17,* págs. 181-211.

Stiglitz, J. E. (1987): «Pareto efficient and optimal taxation and the New New Welfare Economics», en *Handbook of Public Economics,* eds.: Auerbach A. J. and Feldstein M., vol. 2.

Abstract

In his seminal paper, M. Feldstein (1973) analysed the problem of optimal linear income taxation in general equilibrium model, taking two types of labor as different inputs for the production of one good. F. Allen (1982) generalized the assumptions on utility and production functions and also on the number of workers of each kind in the economy. Our paper emphasizes the role of scarcity and differential productivity of workers in the characterization of optimal taxes in a general equilibrium model.

Recepción del original, enero de 1989
Versión final, marzo de 1989