

## LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LAS VOLATILIDADES IMPLÍCITAS EN LA OPCIÓN SOBRE EL IBEX 35

PILAR CORREDOR-CASADO  
RAFAEL SANTAMARÍA-AQUILUÉ  
*Universidad Pública de Navarra*

*Este trabajo estudia la estructura temporal de las volatilidades implícitas en la opción sobre el IBEX-35. El periodo analizado comprende desde el 14 de enero de 1992 (fecha de incorporación de la opción al mercado) hasta diciembre de 1995. Para llevar a cabo el estudio se van a construir modelos que relacionen las volatilidades implícitas de distintos vencimientos suponiendo procesos de volatilidad condicional para la volatilidad del subyacente. Los modelos empleados son el GARCH, EGARCH y GJR. Los resultados indican que las volatilidades implícitas de las opciones de largo plazo sobre-reaccionan a los movimientos de las volatilidades implícitas de corto plazo. Sin embargo, esta sobre-reacción no resulta económicamente significativa.*

*Palabras clave: Opciones, estructura temporal, volatilidades implícitas.*

(JEL G13, G14)

### 1. Introducción

El mercado de opciones, a través de las volatilidades implícitas, aporta información sobre la volatilidad futura esperada del activo subyacente en la medida en que éstas sean consideradas como representativas del acuerdo colectivo de los inversores sobre la volatilidad futura de dicho activo.

El análisis de la estructura temporal de las volatilidades implícitas intenta aunar la información del mercado de opciones y del mercado

Los autores desean agradecer la ayuda financiera de la D.G.E.S. (PB97-0676) y de la Universidad de La Rioja (API-98/A22), los valiosos comentarios aportados por los evaluadores anónimos así como las interesantes sugerencias realizadas por Enrique Sentana y Gonzalo Rubio a versiones preliminares presentadas en el I Encuentro de Economía Aplicada y en las III Jornadas de Economía Financiera, respectivamente. No obstante, los errores que subsistan son de plena responsabilidad de los autores.

subyacente, por lo que al observar la estructura temporal cabe hablar de un estudio de la variación de las expectativas sobre la volatilidad futura del mercado subyacente en función del tiempo que falta hasta el vencimiento de la opción.

La cuestión que subyace en el análisis de la estructura temporal se centra en si se forman racionalmente las expectativas sobre la volatilidad media del mercado o si, por el contrario, existe sub o sobre-reacción de las volatilidades a largo plazo con respecto a los movimientos de las volatilidades de corto plazo.

La literatura financiera no es demasiado abundante sobre este tema, aunque en los últimos años han aparecido trabajos que han ahondado en el estudio de la estructura temporal. Poterba y Summers (1986) son los primeros que abordan esta cuestión, aunque realmente como trabajo pionero en el tema de estructura temporal se considera al de Stein (1989). Este se centró en el análisis de las opciones del índice S&P 100, durante el periodo diciembre de 1983 a septiembre de 1987. Utilizando datos diarios y suponiendo que la volatilidad seguía un proceso de reversión a la media obtuvo unos resultados que indicaban que las opciones con vencimiento más lejano tendían a sobre-reaccionar a los cambios que sufrían las volatilidades implícitas de las opciones con vencimiento más próximo. Diz y Finucane (1993) analizaron el mismo índice ampliando el espacio de separación entre las volatilidades a corto y largo e incorporando mejoras en la estimación de los modelos, obteniendo resultados opuestos a los de Stein. Brookfield (1993) estudia este hecho en el mercado de opciones de Londres basándose en un comportamiento de maximización de la riqueza de los participantes en el mercado. Sus resultados avalan la hipótesis de no sobre-reacción del mercado de opciones y, por lo tanto, la idea de que los participantes del mercado negocian de forma racional. Heynen et al (1994) analizan la estructura temporal en opciones sobre dos índices el Philips y el EOE. En su estudio suponen distintos modelos de volatilidad para el subyacente intentando determinar si aquel que mejor recoge la volatilidad del subyacente es más consistente con la estructura temporal. Sus conclusiones están de acuerdo con esta hipótesis de partida. Xu y Taylor (1994) utilizan el filtro de Kalman en su estimación de la estructura temporal de opciones sobre divisas, no encontrando evidencia de sobre-reacciones en estos mercados. Campa y Chang (1995) también estudian este tema pero desde la perspectiva de la teoría de las expectativas. Su trabajo, aunque analiza igualmente

opciones sobre divisas, difiere del anterior en el planteamiento, puesto que estudia la consistencia entre la estructura temporal actual de las volatilidades con el comportamiento de las volatilidades futuras. Por último, Engle y Rosenberg (1998) plantean una estrategia alternativa a la de Heynen et al (1994) para la ordenación de modelos de volatilidad de acuerdo con los resultados de coberturas de opciones debido a los cambios en la estructura temporal de volatilidad. Esta alternativa presenta ciertas ventajas en la comparación y ordenación de modelos de volatilidad puesto que es menos sensible a la predicción de la volatilidad incondicional y evalúa la dinámica de la estructura temporal predicha en lugar de la proximidad del ajuste a los niveles, con lo que resulta posible evaluar modelos con variables explicativas distintas. Sin embargo, se encuentra menos orientada hacia el análisis del proceso de formación de expectativas y la capacidad de descubrimiento de sub o sobre-reacciones, que constituye el tema central que motiva el presente estudio.

En consecuencia, el objetivo del trabajo es analizar la estructura temporal de las volatilidades implícitas como vía de estudio de las expectativas que tienen los inversores sobre la volatilidad futura. Atendiendo a razones de liquidez, se ha creído conveniente analizar este hecho en el primer mercado de opciones sobre renta variable que se negoció en España que es la opción sobre el índice IBEX-35, cuya incorporación al mercado tuvo lugar en enero de 1992. El análisis de la estructura temporal se va a realizar suponiendo un comportamiento determinado para la volatilidad del subyacente. Para ello se ha optado por la utilización de modelos de volatilidad condicional y más concretamente el GARCH, EGARCH y GJR. Con ello se pretende determinar (para los modelos que se ha derivado la estructura temporal teórica) si la relación se mantiene en los modelos que ajustan mejor las series del subyacente o si las posibles sub o sobre-reacciones a la estructura temporal preestablecida son independientes de esta cuestión.

La existencia de una estructura temporal que se mantenga a lo largo del periodo de análisis aseguraría el equilibrio intertemporal entre los mercados así como, en cierta forma, su eficiencia. La aparición, por el contrario, de sub o sobre-reacciones a la estructura temporal preestablecida daría lugar a la existencia de errores en las expectativas de los segundos momentos de los activos subyacentes. Dichas sub o sobre-reacciones de los inversores a la llegada de información podrían provocar ineficiencias en el comportamiento del mercado.

Si bien en el mercado español se han analizado algunos aspectos relativos a las volatilidades implícitas, en particular, el denominado efecto apalancamiento, Lamothe (1993), el contenido informativo, Dewachter y León (1996) y Afonso y Lorenzo (1996) y el efecto sonrisa, Peña et al (1998), su estructura temporal no había sido estudiada. Por ello, la primera contribución de este trabajo es su análisis, así como la utilidad adicional que puede desprenderse de los resultados en comparación con lo que ocurre en mercados más líquidos y profundos tradicionalmente estudiados. La segunda aportación consiste en la consideración de un modelo de volatilidad condicional (GJR) que, además de incorporar los efectos asimétricos en la relación rentabilidad-riesgo, resulta menos sensible a la presencia de valores extremos (Engle y Ng, 1993).

Atendiendo al propósito planteado, el trabajo se ha dividido en las siguientes partes: La sección segunda describe de forma resumida el mercado español. La sección tercera presenta la base de datos utilizada. La sección cuarta describe la metodología empleada así como los resultados obtenidos. La sección quinta muestra la posible explotación económica de esos resultados y por último la sección sexta resume las principales conclusiones que se pueden extraer del trabajo.

## 2. Descripción del mercado español

La negociación de opciones sobre renta variable empezó en España el 14 de enero de 1992 con el contrato de la opción sobre el índice IBEX-35. El índice IBEX-35 es un índice ponderado por capitalización que engloba los treinta y cinco activos más líquidos negociados en el mercado español realizándose la negociación a través de un sistema continuo. El diseño del contrato de la opción sobre el índice durante el periodo analizado está basado en que el multiplicador del contrato de la opción es 100 veces el valor del índice<sup>1</sup>.

Todos los contratos son realizados a través de MEFF Renta Variable S.A. que es el mercado oficial de futuros y opciones financieras de renta variable en España. MEFF es considerado como uno de los principales mercados de derivados de Europa y en él se negocian tanto los contratos de opciones como los del futuro sobre el IBEX-35.

El contrato de la opción sobre el IBEX-35 es de tipo europeo con vencimiento fijado en el tercer viernes de cada mes, siendo el último día de negociación la fecha de vencimiento. El calendario de negociación

<sup>1</sup>Desde principios de 1997 dicho multiplicador ha pasado a ser de 1000.

son los tres meses consecutivos más cercanos y los otros tres del ciclo marzo-junio-setiembre-diciembre. Sin embargo, a nivel práctico, solamente poseen liquidez los dos vencimientos más cercanos.

### 3. Base de datos

Para este estudio se han utilizado dos bases de datos. Por un lado para analizar el comportamiento del subyacente y tomar los datos necesarios de la volatilidad de éste se han recogido los datos de cierre del IBEX-35. Por otro lado se han empleado volatilidades implícitas procedentes de la inversión del modelo de Black y Scholes (en adelante BS) de los precios de mercado con datos intradía de opciones sobre el IBEX-35. Estos datos han sido facilitados por MIS de MEF Renta Variable S.A<sup>2</sup>. El periodo analizado comprende desde el 14 de enero de 1992 hasta diciembre de 1995. Adicionalmente se utilizan los datos de 1996 para establecer una estrategia de negociación con los resultados obtenidos del periodo anterior.

En cuanto a las series de volatilidades implícitas hay que decir que es necesario distinguir para los análisis entre dos series diferentes de datos. Por un lado se necesitan las series de volatilidades implícitas de vencimiento más cercano que denominaremos de corto y por otro las de un vencimiento más alejado a las que asignaremos el calificativo de largo plazo.

Para la selección de las volatilidades implícitas se han seguido los criterios que se describen a continuación. En primer lugar se han eliminado aquellas opciones cuya volatilidad implícita es igual a cero y aquellas opciones cuya prima es cero, puesto que su inclusión podría distorsionar el cálculo final de las volatilidades implícitas. Igualmente se han eliminado tanto aquellas opciones que se negocian en el primer cuarto de hora de mercado como en el último cuarto de hora para evitar problemas de precios no simultáneos con el subyacente o cambios fuertes en los precios de esos últimos momentos del día<sup>3</sup>. También se

<sup>2</sup>Agradecemos a Manolo Andrade, Arturo Piñera y Remedios Romeo la aportación de las bases de datos utilizadas.

<sup>3</sup>Este criterio varía respecto del considerado por Peña et al (1998). La razón se encuentra en que al ser el objetivo del trabajo diferente es preciso contar el mayor número de días posible con parejas de opciones de corto y largo plazo. La restricción a la negociación solo en la franja horaria de las 16 horas a las 16 horas 45 minutos hace que aparezcan días en los que no se negocian opciones de largo especialmente en mayo de 1992. Sirva como ejemplo que de las 1 463 operaciones en opciones de largo plazo realizadas hasta septiembre de 1992 solamente 300 se hicieron en ese

excluyen aquellas opciones con tiempo hasta el vencimiento menor que cinco días puesto que en estas opciones pueden recogerse fenómenos asociados al denominado “efecto vencimiento”. Además se eliminan las opciones que se encuentran muy dentro del dinero y muy fuera del dinero. Los análisis se han hecho paralelamente con dos grupos de opciones, por un lado aquellas con  $X > 0.95$  y  $X < 1.05$  y por otro, aquellas con  $X > 0.98$  y  $X < 1.02$ , siendo  $X$  el ratio precio de ejercicio entre precio del subyacente en las opciones call y el inverso en las opciones put. Posteriormente se avalará esta decisión con los descriptivos sobre opciones negociadas según sus distintos valores intrínsecos.

Las razones por las que se toman las opciones *at the money*<sup>4</sup> (en adelante nos referiremos a ellas como ATM) son las siguientes:

- Los mercados son más líquidos en las opciones ATM que en el resto.
- La prima de la opción está cercana a ser lineal en volatilidad para estas opciones, al simplificar la relación entre volatilidades cotizadas y la prima de la opción, Stein (1989) y Campa y Chang (1995).
- El diferencial bid-ask es menor en términos porcentuales en dichas opciones y el efecto de la asincronía entre mercados de activos y de opciones también es menor (Day y Lewis, 1988).
- En el presente estudio, como comentaremos en el próximo epígrafe, resulta crucial la elección de opciones ATM para minimizar el sesgo incurrido para tomar las volatilidades implícitas procedentes de la inversión del modelo BS con los precios de mercado en lugar de las que se derivarían de la aplicación del modelo de valoración de opciones consistente con el proceso propuesto para el activo subyacente.

El Cuadro 1 muestra algunos descriptivos sobre la negociación de opciones en el periodo 1992-95 atendiendo a los criterios de tiempo hasta el vencimiento y valor intrínseco<sup>5</sup>. Los valores que se recogen avalan las

intervalo de hora. Por ello se cree más conveniente utilizar una banda horaria más amplia que represente en mayor medida la negociación de opciones a largo plazo. Por otro lado es preciso puntualizar que en marzo de 1996 la apertura del mercado pasa a ser a las 10 de la mañana ampliándose media hora el horario de negociación. Con objeto de mantener el mismo intervalo horario de análisis a lo largo de todo el año, el cuarto de hora que se elimina al principio del día se aumenta a tres cuartos de hora a partir de marzo

<sup>4</sup>Estas razones serían más correctas en las opciones estrictamente ATM como son las incluidas en el rango 0.98 – 1.02.

<sup>5</sup>En la elaboración de los descriptivos se ha considerado las opciones negociadas desde la apertura hasta el cierre del mercado siempre que su prima o volatilidad

CUADRO 1  
 Descriptivos de la negociación de opciones según distintos valores intrínsecos  
 y distintos vencimientos

	VT	V1	V2	V3	V4	V5
(a)	83	76	71	64	53	36
% s/total operaciones	0,83	0,80	0,75	0,67	0,56	0,38
(b)	17	14	13	11	9	7
% s/total operaciones	0,17	0,15	0,13	0,12	0,10	0,07
Núm. oper. corto	66 858	61 474	57.647	51.704	42.858	29.524
% s/total operaciones	0,85	0,78	0,73	0,65	0,54	0,37
Núm. oper. largo	12 105	10.168	9.242	8 086	6.698	4.858
% s/total operaciones	0,15	0,13	0,12	0,10	0,08	0,06
Días sin volatilidad de largo		158	162	172	197	232
%		0,18	0,19	0,20	0,23	0,27

Los datos se han calculado considerando las opciones negociadas desde la apertura hasta el cierre del mercado siempre que su prima o volatilidad implícita sea no nula y cuyos vencimientos se encuentren entre 5 y 70 días (a) Número de operaciones medio diario en opciones de corto plazo (b) Número de operaciones medio diario en opciones de largo plazo VT. todas las operaciones, V1 0 95-1.05, V2 0 96-1.04, V3 0.97-1.03, V4.0.98-1 02, V5 0 99-1.01

decisiones tomadas en la selección de datos. Puede observarse que el número de operaciones que hemos denominado de largo apenas supone un 15% del total de transacciones realizadas, aspecto que queda refrenado con el cálculo del porcentaje de operaciones medias diarias (17%). Igualmente se observa como este porcentaje va descendiendo paulatinamente conforme el precio de ejercicio se acerca al precio de mercado del subyacente. Queriendo ser estrictos en la denominación ATM se toman aquellas opciones dentro del ratio 0.98 – 1.02<sup>6</sup>. Adicionalmente se realiza el análisis con las opciones dentro del rango 0.95 – 1.05, éstas son un buen reflejo del conjunto total de todas las opciones negociadas y su análisis puede permitirnos establecer comparaciones en los resultados que se obtengan en función de los posibles sesgos que se cometan con su empleo. La selección de las opciones dentro del rango 0.98-1.02 se fundamenta en la intencionalidad de restringir al máximo el intervalo de denominación ATM pero recogiendo un número de operaciones aceptable para poder generalizar sus resultados. Así, en el intervalo 0.98 – 1.02 se contiene el 64% de las operaciones a corto

implícita sea no nula y cuyos vencimientos se encuentren entre 5 y 70 días (lo que incluye los dos primeros vencimientos y, en ocasiones, el tercero, si el primero está próximo a la extinción).

<sup>6</sup>Esta exigencia se plantea en la medida en que se pretende aprovechar la condición ATM para hacer uso de las volatilidades implícitas procedentes de la inversión del BS empleando precios de transacción, como se ha apuntado previamente.

sobre el total de las operaciones a corto y el 55% de las de largo sobre el total de las operaciones de largo. En cambio restringir el intervalo a  $0.99 - 1.01$  reduce drásticamente estas proporciones. En particular, este rango contiene el 44% de las operaciones a corto y el 40% de las de largo. A ello hay que sumar que conforme se va aproximando el ratio precio de ejercicio entre precio del subyacente a 1 el número de días en los que no se negocian opciones de largo plazo con esas condiciones va incrementando. Así por ejemplo, cuando se toma el ratio más amplio ( $0.95 - 1.05$ ) el número de días en los que no se negocian opciones de largo representa un 18% del total negociado y sin embargo cuando el ratio es el  $0.98 - 1.02$  el porcentaje de no negociación asciende a un 23% (y el 27% para el intervalo  $0.99 - 1.01$ ).

La última elección se refiere a la asignación de volatilidades a los subconjuntos de corto y largo plazo. Se han tomado como volatilidades implícitas de corto aquellas con vencimiento hasta 35 días (aproximadamente un mes hasta el vencimiento) y como de largo aquellas con vencimiento entre 36 y 70 días (alrededor de dos meses).

Somos conscientes que lo ideal sería disponer de una mayor separación entre las volatilidades de corto y largo, lo que ocurre es que en el mercado español esto no es posible ya que, aunque de forma teórica existen vencimientos a más largo plazo, en la realidad éstos apenas son negociados. Por tanto, si existe alguna estructura temporal en nuestro mercado debería aparecer entre los dos vencimientos más negociados que son a uno y dos meses.

Finalmente una vez aplicados todos los criterios mencionados se han calculado las medias de las volatilidades implícitas de corto y largo plazo. La literatura financiera ofrece abundantes referencias sobre el cálculo de las volatilidades medias diarias. Latané y Rendleman (1976), Chiras y Manaster (1978) o Beckers (1981) encuentran problemas en el cálculo de las volatilidades implícitas con la media de todas ellas sin tener en cuenta su posición en el dinero. Algunos autores ofrecen como solución alternativa la utilización en la media aritmética únicamente de las opciones ATM como Beckers (1981) o Brookfield (1993). Esta razón unida a las anteriormente expuestas, es lo que nos ha llevado a considerar en nuestro trabajo solamente la media de las opciones ATM.

#### 4. Metodología y Resultados

En este apartado se presenta una formalización del equilibrio que se debería establecer entre las volatilidades esperadas medias del activo subyacente con distinto horizonte temporal para distintos modelos de volatilidad del subyacente, así como los resultados obtenidos empíricamente al aplicarlo a las muestras de datos del IBEX-35.

En primer lugar, aún habiendo relajado el supuesto de volatilidad constante, podemos relacionar la volatilidad esperada en promedio del subyacente durante la vida de la opción con la volatilidad implícita. En este sentido, Fleming (1993) ofrece argumentos teóricos y empíricos para sostener que la volatilidad implícita<sup>7</sup> es una previsión racional de la volatilidad promedio durante la vida de la opción. Más específicamente para nuestros propósitos, Heynen *et al* (1994) muestran que las volatilidades esperadas promedio del subyacente durante la vida de la opción y las volatilidades implícitas derivadas de los precios teóricos del modelo de Duan (1995) resultan muy próximas, especialmente en opciones ATM. Ello nos permite que las relaciones para volatilidades esperadas promedio para modelos de volatilidad condicional que se presentan en los apartados 4.1, 4.2 y 4.3 puedan interpretarse como restricciones para las volatilidades implícitas a corto y largo plazo en opciones ATM.

Pero el estudio de la estructura temporal entre volatilidades implícitas necesita de dos fuentes teóricas para su contrastación. Por un lado el modelo de comportamiento de la volatilidad del subyacente y por otro lado modelos sobre el comportamiento de los precios de las opciones que admitan que la volatilidad del subyacente sigue el modelo propuesto. Ambas fuentes se encuentran íntimamente relacionadas en la medida en que los modelos de precios de las opciones incorporan un supuesto determinado sobre el comportamiento temporal de la volatilidad del subyacente. Este hecho plantea la exigencia de que las volatilidades implícitas que se utilicen sean las conceptualmente correctas, es decir, aquellas que se derivarían de la inversión de los modelos teóricos de valoración de opciones consistentes con el proceso supuesto a la volatilidad del subyacente.

Sin embargo, son varios los aspectos que entendemos que permiten justificar la utilización de las volatilidades implícitas procedentes de la

<sup>7</sup>Más concretamente hace referencia a las volatilidades implícitas procedentes de la inversión del modelo BS

inversión del modelo BS en lugar de la obtención de las conceptualmente correctas.

En primer lugar puede utilizarse un argumento de índole práctica y es que las implícitas procedentes del modelo de BS se encuentran disponibles fácilmente en el mercado (por lo que pueden ser una importante fuente potencial de generación de expectativas para los agentes). Además, como señala Fleming (1993) en opciones a corto plazo y ATM (como es nuestro caso) el modelo BS se encuentra muy próximo a ser lineal en la volatilidad media y produce estimaciones virtualmente idénticas a otros modelos de volatilidad estocástica. En cambio, las procedentes de modelos teóricos que suponen un comportamiento GARCH en el subyacente (Duan, 1995) requieren simulaciones numéricas muy costosas. Además, como afirma Jorion (1995), en este tipo de modelos suele ser necesaria la estimación de parámetros adicionales que podrían estar mal especificados, lo que introduciría una fuente adicional de error, por lo que el BS “ofrece una buena aproximación de trabajo a modelos de volatilidad estocástica más complicados” (Jorion, 1995, pág 514). Sin embargo, estos argumentos no resultan muy sólidos desde un punto de vista teórico.

Para presentar un cierto aval teórico<sup>8</sup> a la utilización de las volatilidades implícitas procedentes de la inversión del BS necesitamos mostrar que este modelo de valoración de opciones, bajo determinados supuestos, puede ser razonablemente consistente con modelos de volatilidad condicional y, de esta forma, mantener la coherencia entre el modelo de valoración de opciones y el proceso de volatilidad del subyacente.

Ello puede realizarse a través de las aproximaciones de los procesos de volatilidad condicional al proceso de difusión bivalente de Hull y White (1987) (en adelante  $H - W$ ) y, posteriormente el aprovechamiento de que en este caso las volatilidades esperadas en promedio pueden aproximarse por las volatilidades implícitas procedentes del BS.

En este sentido, siguiendo el trabajo de Nelson (1990) se puede afirmar que el modelo GARCH es una aproximación en tiempo discreto a un proceso de difusión y, por lo tanto, es consistente con el modelo de  $H - W$ . En éste, el proceso que sigue el subyacente en tiempo continuo

<sup>8</sup>También podemos hacer uso de la afirmación de Fleming (1993) que ofrece un argumento teórico para usar las volatilidades implícitas del modelo BS como previsiones racionales de la volatilidad promedio del subyacente durante la vida de la opción

atiende al esquema:

$$\begin{aligned} dS &= \phi S dt + \sqrt{V} S dv \\ dV &= \mu V dt + \xi V dz \end{aligned} \quad (a)$$

donde  $S$  es el precio del activo subyacente y  $dv$  y  $dz$  son movimientos brownianos con correlación instantánea  $\rho$ .

Suponemos un modelo GARCH(1,1) de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} R_t &= a_0 + u_t \\ &\quad u_t/u_{t-1}, u_{t-2}, \dots N(0, h_t) \\ h_t &= \beta_0 + \beta_1 u_{t-1}^2 + \beta_2 h_{t-1} \end{aligned}$$

Si a esta expresión le restamos  $h_{t-1}$  a ambos lados nos quedaría:

$$h_t - h_{t-1} = [\beta_0/h_{t-1} - (1 - \beta_1 - \beta_2)]h_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}(\theta_{t-1}^2 - 1) \quad (b)$$

siendo  $\theta$  una variable aleatoria normal estandarizada i.i.d.

Nelson (1990) mostró que cuando el intervalo temporal tiende a cero esta última expresión (b) se aproxima al proceso de difusión de la ecuación (a), especialmente cuando la frecuencia de los datos es alta. Donde  $((\beta_0/h_{t-1}) - (1 - \beta_1 - \beta_2))$  se aproxima a  $\mu dt$  y  $\beta_1$  se aproxima a  $\xi\sqrt{dt}/2$ . En cuanto a las ecuaciones de la media  $\alpha_0$  se aproxima en tiempo continuo al parámetro  $\phi$  del modelo de  $H - W$ . Igualmente mostró que el resto de modelos ARCH tienden a distintos procesos de difusión. Como argumentan Lamoreux y Lastrapes (1993) la aproximación no es única, pero es consistente con nuestra utilización de los modelos GARCH en el análisis siguiente. Esta aproximación también ha sido empleada en sus trabajos por autores como Lamoreux y Lastrapes (1993) y Dewachter y León (1996). Con posterioridad Duan (1997) demuestra que los modelos GJR y NGARCH convergen al modelo bivalente de difusión de  $H - W$  y el modelo EGARCH al modelo de difusión bivalente de Wiggins (1987)<sup>9</sup>.

Por otro lado, en el modelo de volatilidad estocástica de  $H - W$  se puede demostrar que el valor de una opción ATM es aproximadamente

<sup>9</sup>El modelo GARCH (1,1) converge al modelo de volatilidad estocástica definido en Hull y White (1987) cuando el coeficiente de correlación entre los shocks al subyacente y shocks a la varianza es cero. Por otro lado, los modelos GJR y NGARCH convergen también al modelo de Hull y White con reversión a la media en la varianza pero con correlación distinta de cero. Para mayor información puede consultarse el trabajo de Sentana y León (1998).

igual al valor de BS con una volatilidad igual a la volatilidad esperada promedio (del subyacente) durante la vida de la opción. Este argumento viene avalado por el trabajo de Cox y Rubinstein (1985) que muestran que la fórmula de BS es una función lineal de la desviación estándar en las opciones ATM por lo que  $E [BS(\tilde{V}_t/I_t)] = BS [E(\tilde{V}/I_t)]$ , lo que implica que se puede aproximar la volatilidad esperada promedio mediante la volatilidad implícita de la fórmula BS para opciones ATM. Bien es cierto que este planteamiento es correcto si se supone que la correlación entre los shocks al subyacente y shocks a la varianza es cero y que la prima de riesgo de la volatilidad también es cero, supuestos que podrían tener cierto aval empírico para el IBEX-35 en el trabajo de Fiorentini, León y Rubio (1998)<sup>10</sup>.

Estos argumentos no pretenden ser, en modo alguno, concluyentes, pero creemos que permiten una sólida base para justificar la utilización de las volatilidades implícitas procedentes de la inversión del BS sin esperar que por ello se produzca un nivel de sesgo relevante que pueda ser la causa última de los resultados que se obtengan.

Antes de adentrarnos en el análisis de la estructura temporal, conocida la utilidad de los modelos de volatilidad condicional para ajustar las series financieras, se van a calcular las estimaciones de los diferentes modelos de esta familia objeto de consideración en el presente trabajo. Inicialmente el modelo GARCH (1,1)<sup>11</sup> y posteriormente el EGARCH y el GJR son los modelos estimados. Por tanto el Cuadro 2 ofrece las estimaciones de las tres propuestas para el periodo global. Igualmente se muestran las estimaciones considerando dos submuestras a las que posteriormente se hará referencia. Además se aportan los estadísticos descriptivos de los residuos estandarizados, el logaritmo de la función de verosimilitud así como los valores de los coeficientes de dos modelos de regresión con los residuos y con los residuos al cuadrado que pueden orientarnos en la adecuación de los distintos modelos a las series.

La información que se recoge en el cuadro permite decir que en el periodo 1992-95, así como en el 1992-93, ninguno de los tres modelos captura completamente el comportamiento de las series. Sin embargo,

<sup>10</sup> Deseamos agradecer a los evaluadores anónimos las distintas puntualizaciones realizadas sobre algunos de estos aspectos en la versión anterior del trabajo y la aportación de luz sobre muchos de ellos.

<sup>11</sup> Se han calculado diferentes alternativas de modelos GARCH para los órdenes  $p = 1, 2, 3$  y  $q = 1, 2, 3$  observando los estadísticos correspondientes de los residuos estandarizados y el logaritmo de la función de verosimilitud. A nivel global se puede decir que el modelo que mejor ratio de verosimilitud mostraba era el GARCH(1,1).

en el periodo 1994-95 en el contraste de normalidad se obtienen valores que no permiten rechazar la normalidad (1,55 para el EGARCH y 2,72 para el GJR). Los valores del estadístico t del coeficiente  $c_1$  en el primer modelo de regresión de los residuos son 1,84 para el EGARCH y 1,89 para el GJR que no son significativos a un nivel del 5%. El trabajo de León y Mora (1996) proporciona una extensa comparación entre el ajuste que proporcionan distintos modelos de volatilidad para el índice IBEX-35 en el periodo 1990-95. Sus resultados, restringiéndonos a los modelos aquí estudiados, parecen avalar los obtenidos en nuestro intervalo temporal.

CUADRO 2  
Coeficientes estimación GARCH, EGARCH y GJR

	1992-95			1992-93			1994-95		
	Garch	Egarch	GJR	Garch	Egarch	GJR	Garch	Egarch	GJR
$\beta_0$	*0.89	-0.41	*0.97	*0.96	-0.56	*1.25	*0.17	-0.10	*0.12
(t-student)	(2.41)	(-3.42)	(2.99)	(2.13)	(-2.20)	(2.55)	(1.32)	(-2.46)	(2.50)
$\beta_1$	0.09	0.96	0.03	0.11	0.95	0.06	0.03	0.98	-0.02
(t-student)	(3.58)	(83.11)	(1.67)	(2.94)	(39.25)	(1.99)	(2.32)	(227.88)	(-1.59)
$\beta_2$	0.82	-0.04	0.82	0.80	-0.03	0.77	0.94	-0.07	0.97
(t-student)	(16.26)	(4.13)	(17.55)	(11.57)	(-1.64)	(10.88)	(37.62)	(-4.46)	(85.39)
$\beta_3$		0.11	0.10		0.17	0.09		-0.00	0.06
(t-student)		(4.13)	(3.19)		(3.11)	(1.96)		(-0.62)	(3.54)
Asimetría	0.12	0.18	0.18	0.42	0.43	0.43	-0.15	-0.12	-0.13
Curtosis	4.26	4.14	4.12	5.00	4.74	4.73	3.47	3.10	3.25
J-B	67.92	59.07	57.56	98.19	79.12	78.45	6.43	1.55	2.72
L-V	3110	3118	3117	1570	1573	1572	1544	1556	1554
$c_1$	0.15	0.15	0.15	0.20	0.20	0.20	0.09	0.08	0.08
t	(4.78)	(4.90)	(4.88)	(4.52)	(4.57)	(4.70)	(2.14)	(1.84)	(1.89)
$c_2$	0.06	0.25	0.16	-0.06	0.04	0.01	0.31	0.21	0.11
t	(0.21)	(0.79)	(0.52)	(-0.14)	(0.10)	(0.04)	(0.69)	(0.46)	(0.25)

El coeficiente  $*b_0$  se encuentra multiplicado por  $10^5$ . J-B: Contraste de Jarque-Bera, bajo la hipótesis nula se distribuye como una  $\chi^2$  con 2 g.l L-V: Logaritmo de la función de verosimilitud de la estimación de los modelos.

$c_1$ : coeficiente del modelo:  $u_t^2 = c_0 + c_1 u_{t-1}^2 + e_t$

$c_2$ : coeficiente del modelo:  $u_t = c_0 + c_1 u_{t-1} + e_t$   $c_2$  está multiplicado por 10,  $u_t$  es el residuo estandarizado del correspondiente modelo (GARCH, EGARCH o GJR)

La confluencia de estos aspectos, unido al ánimo de obtener resultados en la línea de los del trabajo de Heynen *et al.* (1994) quienes demuestran la alteración de las conclusiones derivada de la elección de uno u otro modelo de volatilidad condicional, nos hacen mantener los tres modelos propuestos. En consecuencia, el empleo de este conjunto de modelos no pretende mostrar una batería de procesos sino ofrecer, en el caso de que todos ellos den los mismos resultados, un mayor refuerzo a las conclusiones y en el caso de que esto no sea así, una contrasta-

ción de si los modelos que mejor recogen la volatilidad del subyacente ofrecen resultados acordes con los de otros mercados.

#### 4.1 Proceso GARCH(1,1)

Como ya se ha comentado, se va a analizar la estructura temporal entre las volatilidades implícitas de distintos vencimientos cuando el proceso seguido es un modelo de volatilidad condicional. Inicialmente se parte del modelo GARCH(1,1), propuesto por Bollerslev (1986), ya que es uno de los más utilizados en la literatura financiera.

Cuando el proceso que siguen las rentabilidades del subyacente es un GARCH(1,1) las ecuaciones respecto a la media y a la volatilidad de esas rentabilidades son las siguientes:

$$\begin{aligned} R_t &= \alpha_0 + u_t \text{ donde } u_t \text{ sigue una } N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \beta_0 + \beta_1 u_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned}$$

donde la volatilidad condicional de la rentabilidad es una función de la volatilidad y de las innovaciones al cuadrado de un periodo anterior.

Por otro lado la volatilidad esperada media para un periodo de tiempo se define como:

$$\sigma_{AV}^2(t, T) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} E_t(\sigma_s^2) ds$$

siendo  $t$  el momento actual,  $T$  el final del periodo considerado y  $E_t$  el operador de expectativas en el momento  $t$ .

De este modo, la volatilidad esperada para un periodo temporal  $T$  bajo el supuesto de que la volatilidad del subyacente sigue un proceso GARCH(1,1) queda expresada como:

$$\sigma_{av}^2(t, T) = \bar{\sigma}^2 + (\sigma_{t+1}^2 - \bar{\sigma}^2) \frac{1}{T} \frac{1 - \gamma^T}{1 - \gamma} \quad [1]$$

Como muestran Heynen *et al* (1994) se puede derivar una relación entre las volatilidades esperadas para distintos periodos de tiempo ( $T_1$  y  $T_2$ ).

$$\begin{aligned} \sigma_{AV}^2(t, T_1) - \bar{\sigma}^2 &= \frac{T_2 \gamma^{T_1} - 1}{T_1 \gamma^{T_2} - 1} [\sigma_{AV}^2(t, T_2) - \bar{\sigma}^2] \\ \text{con } \bar{\sigma}^2 &= \frac{\beta_0}{1 - \beta_1 - \beta_2} \text{ y } \gamma = \beta_1 + \beta_2 \end{aligned} \quad [2]$$

$T_1$  es el tiempo que queda hasta el vencimiento de la opción más lejana y  $T_2$  es el tiempo que queda hasta el vencimiento de la opción más cercana al momento actual por tanto  $T_1 > T_2$  y  $\overline{\sigma^2}$  es la volatilidad incondicional.

El examen de la estructura temporal consiste en observar si la diferencia entre el lado de la izquierda y el de la derecha de la ecuación [2], propuesta en el caso de que el subyacente siga un GARCH(1,1), es un ruido blanco. Es decir:

$$\left[ \sigma_{AV}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} \right] - \frac{T_2 \gamma^{T_1} - 1}{T_1 \gamma^{T_2} - 1} \left[ \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2} \right] = e_t \quad [3]$$

Donde observamos si  $e_t$  se comporta como un ruido blanco a través de los contrastes de correlación serial.

Para contrastar la ausencia de correlación serial se propone la utilización del contraste Ratio-Varianza,  $R - V$ ; (Lo y Mackinlay, 1988) que mide la correlación serial de las series pero permitiendo formas generales de heteroscedasticidad, incluso las de tipo ARCH, y la no normalidad. El estadístico  $M(q)$ , bajo la hipótesis nula de ausencia de correlación se distribuye como una Normal. (Ver Apéndice 1).

En dicho estadístico hay que determinar  $q$  (el orden de retardo de la serie). Lo y Mackinlay (1988) utilizan 2, 4, 8 y 16 con datos semanales, pero en realidad no existe una guía precisa de cuántos son los más adecuados. En este trabajo se van a utilizar de 2 a 22 retardos.

Los resultados de los contrastes de correlación serial de dichos residuos cuando el proceso de las volatilidades del subyacente es un GARCH(1,1) se muestran en el Cuadro 3, en el que se presentan los resultados del Ratio Varianza para los órdenes  $q$  empleados por otros autores como Lo y Mackinlay (1988), y para algunos valores adicionales de  $q$  superiores. Dicho contraste muestra evidencia en favor de correlación serial. Por tanto parece que el contraste robusto a heteroscedasticidad rechaza la hipótesis de ruido blanco de los residuos obtenidos por la diferencia entre volatilidad a largo y corto plazo. Este hecho quizá puede ser debido a que el modelo GARCH, como ya hemos comentado, no ajuste perfectamente la varianza de la serie analizada al no contemplar la existencia de asimetrías en el comportamiento de las volatilidades. Por este motivo cobra mayor interés el estudio de modelos que incluyan estas asimetrías.

CUADRO 3

Contraste del Ratio Varianza para los residuos obtenidos durante el período 1992-95

q	(1)				(2)				(3)			
	(a)		(b)		(a)		(b)		(a)		(b)	
	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)
2	9.66	0.64	10.54	0.71	8.48	0.36	10.83	0.53	9.67	0.66	10.49	0.72
3	13.10	1.29	13.91	1.40	12.10	0.77	14.35	1.05	13.10	1.32	13.85	1.42
4	15.63	1.93	16.39	2.07	14.70	1.16	17.04	1.54	15.61	1.97	16.32	2.10
5	17.74	2.55	18.49	2.72	16.89	1.55	19.31	2.02	17.71	2.61	18.41	2.76
6	19.56	3.16	20.28	3.34	18.70	1.93	21.15	2.48	19.53	3.22	20.20	3.40
7	21.19	3.74	21.88	3.95	20.27	2.29	22.73	2.93	21.16	3.82	21.80	4.02
8	22.64	4.31	23.32	4.54	21.61	2.63	24.11	3.35	22.61	4.40	23.24	4.62
9	23.96	4.86	24.64	5.12	22.76	2.96	25.36	3.76	23.93	4.96	24.57	5.21
10	25.18	5.40	25.87	5.68	23.84	3.28	26.50	4.16	25.16	5.51	25.81	5.78
11	26.32	5.92	27.02	6.23	24.83	3.59	27.54	4.54	26.30	6.04	26.96	6.33
12	27.38	6.43	28.10	6.76	25.74	3.89	28.52	4.91	27.37	6.56	28.04	6.88
13	28.39	6.93	29.14	7.29	26.61	4.19	29.46	5.29	28.39	7.07	29.08	7.42
14	29.35	7.43	30.10	7.81	27.39	4.48	30.30	5.65	29.35	7.57	30.05	7.94
15	30.25	7.91	31.00	8.31	28.12	4.76	31.04	6.00	30.25	8.06	30.96	8.45
16	31.09	8.37	31.85	8.80	28.78	5.03	31.72	6.34	31.11	8.54	31.81	8.94
17	31.90	8.83	32.64	9.27	29.42	5.30	32.33	6.67	31.92	9.00	32.61	9.42
18	32.65	9.27	33.38	9.72	29.98	5.56	32.89	6.98	32.68	9.45	33.36	9.88
19	33.37	9.70	34.09	10.16	30.50	5.82	33.41	7.29	33.40	9.89	34.08	10.34
20	34.05	10.12	34.77	10.59	30.97	6.06	33.89	7.58	34.09	10.32	34.76	10.77
21	34.71	10.53	35.41	10.01	31.42	6.30	34.33	7.87	34.76	10.74	35.41	11.20
22	35.35	10.93	36.04	11.42	31.86	6.53	34.75	8.14	35.40	11.15	36.04	11.62

(1) Garch. (2) Egarch (3) GJR. (a) Opciones dentro del ratio 0.95-1.05. (b) Opciones dentro del ratio 0.98-1.02

#### 4.2 Proceso EGARCH

Algunos autores han criticado el anterior modelo porque no incorpora las conocidas asimetrías que se producen en el comportamiento de la varianza ante innovaciones positivas o negativas. Un modelo que incorpora esta característica de los activos dentro de los modelos de volatilidad condicional es el EGARCH desarrollado por Nelson (1991).

La especificación de la media y la varianza es la siguiente:

$$R_t = \alpha_0 + u_t \text{ donde } u_t \text{ sigue una } N(0, \sigma_t^2)$$

$$Ln\sigma_t^2 = \beta_0 + \beta_1 Ln\sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \xi_{t-1} + \beta_3 (|\xi_{t-1}| - \sqrt{2/\pi})$$

donde  $\xi_t$  es un ruido blanco  $N(0, 1)$ . El término que recoge las asimetrías es  $\beta_2$ .

En este caso la volatilidad esperada media para un periodo de tiempo

viene dada en logaritmos:

$$Ln\sigma_{AV}^2(t, T) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T LnE_t(\sigma_{t+k}^2)$$

De dicha expresión unida a la especificación del EGARCH de la misma forma que para el modelo GARCH se obtiene la relación entre volatilidades a corto y largo plazo aportada por Heynen *et al* (1994):

$$Ln\sigma_{AV}^2(t, T_1) - Ln\overline{\sigma^2} = \frac{T_2}{T_1} \frac{1 - \beta_1^{T_1}}{1 - \beta_1^{T_2}} \left[ Ln\sigma_{AV}^2(t, T_2) - Ln\overline{\sigma^2} \right] + R \quad [4]$$

El término  $R$  es una constante cuyos efectos sobre la estimación posterior son despreciables por lo que al igual que los autores anteriormente citados obviaremos su inclusión en la estimación. No obstante, es preciso apuntar que estrictamente el término  $R$  es despreciable en vencimientos que difieran por lo menos 6 meses. Puesto que en nuestro caso la separación de vencimientos es únicamente de 1 mes es posible que esta decisión pueda causar algún sesgo en los resultados, produciendo en el límite correlación serial y que podría atribuirse a sobre-reacción. Este problema pensamos que puede aliviarse en la medida en que con el empleo del proceso GJR (que incluye al igual que el EGARCH la respuesta asimétrica de la volatilidad a *shocks* positivos y negativos) se obtengan similares resultados, en caso contrario las diferencias podrían asociarse al sesgo comentado.

De forma similar al caso anterior se trata de contrastar que la diferencia entre un lado y otro en este caso de la ecuación [4] es un ruido blanco. Así la expresión para calcular el residuo sería:

$$\left[ Ln\sigma_{AV}^2(t, T_1) - Ln\overline{\sigma^2} \right] - \frac{T_2}{T_1} \frac{1 - \beta_1^{T_1}}{1 - \beta_1^{T_2}} \left[ Ln\sigma_{AV}^2(t, T_2) - Ln\overline{\sigma^2} \right] = e_t \quad [5]$$

El Cuadro 3 recoge las estimaciones de los contrastes de correlación serial. En este caso se puede observar como los valores del estadístico  $Z$  del Ratio Varianza son algo inferiores a los obtenidos cuando la modelización era un GARCH(1,1). Así por ejemplo, en las opciones dentro del rango 0.95-1.05, el Ratio Varianza para un  $q = 2$  es 8,48 frente a 9,66 o cuando  $q = 5$  es 16,89 frente a 17,74. Sin embargo estos resultados siguen siendo lo suficientemente altos como para rechazar a niveles de significación convencionales el que los residuos obtenidos de la estructura temporal establecida sean ruido blanco.

El modelo EGARCH sí que incorpora las asimetrías, por lo que el anterior problema citado no debe ser la causa de que aparezcan estas correlaciones seriales. No obstante, suponer que la volatilidad se entiende descrita por el modelo GJR, menos sensible a la presencia de observaciones extremas, podría ofrecernos alguna luz sobre los resultados.

### 4.3 Proceso GJR

La tercera alternativa que se va a mostrar como posible proceso de la volatilidad del subyacente dentro de la familia ARCH es el GJR propuesto por Glosten *et al* (1993). La especificación del modelo es la siguiente:

$$\begin{aligned} R_t &= \alpha_0 + u_t \text{ donde } u_t \text{ sigue una } N(0, \sigma_t^2) \\ \sigma_t^2 &= \beta_0 + \beta_1 u_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 + \beta_3 S_{t-1} u_{t-1}^2 \end{aligned}$$

Donde  $S_{t-1}$  es uno cuando  $u_{t-1}$  es negativo y cero cuando  $u_{t-1}$  es positivo.

Partiendo de las expectativas sobre la volatilidad media para un periodo determinado, como en el GARCH, y con la especificación concreta del GJR se puede establecer una relación entre volatilidades de distinto tiempo hasta el vencimiento, (para una presentación más detallada ver Apéndice 2). La relación entre volatilidades quedaría de la siguiente forma:

$$\left[ \sigma_{AV}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} \right] = \frac{T_2 \varphi^{T_1} - 1}{T_1 \varphi^{T_2} - 1} \left[ \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2} \right] \quad [6]$$

$T_1$  y  $T_2$  tienen el mismo significado que en los anteriores modelos.

En el caso de que la volatilidad del subyacente siga un proceso GJR el residuo que se debe contrastar para determinar la estructura temporal se obtendría de la ecuación [6] cuya expresión vendría dada por:

$$\left[ \sigma_{AV}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} \right] - \frac{T_2 \varphi^{T_1} - 1}{T_1 \varphi^{T_2} - 1} \left[ \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2} \right] = e_t \quad [7]$$

Nuevamente se realiza el contraste de correlación serial sobre los residuos y nos encontramos con unos resultados que evidencian un rechazo del ruido blanco como lo muestra el Cuadro 3. La unanimidad de los contrastes, independientemente del modelo y del ratio tomado, avala

la idea de la existencia de sub o sobre-reacciones en el mercado ante movimientos en las volatilidades a corto plazo.

Adicionalmente el Cuadro 4 muestra la media, desviación y t-student de los residuos obtenidos con los tres modelos planteados. En todos los casos podemos decir que la media es significativamente distinta de cero lo que refuerza los resultados obtenidos en la correlación serial. El signo en todos ellos es positivo, ofreciendo evidencia en favor de la presencia de sobre-reacciones en los movimientos de la volatilidad de largo plazo al variar las volatilidades de corto plazo.

CUADRO 4  
Contraste de la media de los residuos obtenidos en el periodo 1992-95

	(1)		(2)		(3)	
	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
Media	2.37	2.35	0.08	0.08	2.50	2.48
Desv. Típ	2.43	2.35	0.09	0.07	2.50	2.42
t-student	24.65	24.71	23.09	25.76	25.32	25.93

(1) Garch (2) Egarch. (3) GJR (a) Opciones dentro del ratio 0.95-1.05. (b) Opciones dentro del ratio 0.98-1.02

Sin embargo, estos resultados se deben examinar con cierta cautela puesto que, como se ha puesto de manifiesto, los modelos tomados no permiten capturar totalmente el proceso del subyacente. Ello puede favorecer la aparición de correlación motivada por el sesgo inducido por esta circunstancia y no por la presencia de sub o sobre-reacción. Más adelante analizaremos con un poco más de detalle esta cuestión.

Un problema que hasta ahora no hemos considerado es el de la estabilidad de los datos. Dado que el mercado analizado es un mercado nuevo, no es extraño suponer que el comportamiento de los inversores en los primeros años de funcionamiento sea distinto del que pueden tener cuando el mercado es más conocido, y por este hecho el efecto del aprendizaje puede ser un factor crucial en nuestros datos. Además quizá esto provoque que no se capture bien la modelización del subyacente cuando se analiza el periodo global y sería más correcto observar cómo se comporta la volatilidad en distintos periodos temporales. Por tanto, nos parece oportuno realizar una subdivisión del periodo global en la que incluyamos dos submuestras, la primera que comprenda los dos primeros años de funcionamiento 1992 y 1993 y la segunda que englobe los dos últimos años de la muestra 1994 y 1995.

Los resultados del contraste Ratio Varianza para el periodo 1992-93 se muestran en el Cuadro 5. Se ha optado por incluir todos los resultados de los modelos propuestos en un sólo cuadro, al igual que en el periodo completo, con el objetivo de establecer similitudes o diferencias entre los diferentes resultados. En este periodo el dato común a todos los modelos es el rechazo del ruido blanco para cualquiera de ellos y con cualquiera de los retardos tomados.

CUADRO 5  
Contraste del Ratio Varianza para los residuos obtenidos durante el período 1992-93

	(1)		(2)				(3)					
	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)				
q	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)
2	7.89	0.73	8.56	0.76	8.35	0.66	9.39	0.73	7.80	0.76	8.37	0.79
3	10.62	1.46	11.22	1.50	11.40	1.33	12.29	1.42	10.48	1.51	10.98	1.55
4	12.65	2.18	13.17	2.21	13.65	1.99	14.47	2.09	12.47	2.25	12.90	2.29
5	14.30	2.86	14.82	2.91	15.47	2.62	16.35	2.74	14.09	2.96	14.53	3.00
6	15.74	3.53	16.25	3.58	17.04	3.23	17.98	3.38	15.51	3.64	15.93	3.69
7	17.02	4.18	17.53	4.23	18.44	3.83	19.42	4.00	16.78	4.31	17.19	4.35
8	18.17	4.80	18.68	4.86	19.68	4.40	20.72	4.59	17.92	4.95	18.33	5.00
9	19.22	5.41	19.73	5.47	20.80	4.96	21.90	5.17	18.96	5.57	19.37	5.63
10	20.17	5.99	20.70	6.06	21.82	5.49	22.96	5.73	19.91	6.18	20.34	6.23
11	21.05	6.56	21.59	6.64	22.75	6.01	23.94	6.27	20.78	6.76	21.23	6.82
12	21.86	7.11	22.42	7.19	23.60	6.51	24.83	6.79	21.59	7.32	22.05	7.39
13	22.61	7.64	23.19	7.73	24.38	6.98	25.66	7.29	22.35	7.87	22.82	7.95
14	23.32	8.15	23.90	8.25	25.11	7.45	26.42	7.78	23.06	8.40	23.54	8.48
15	23.98	8.66	24.57	8.75	25.79	7.90	27.12	8.24	23.72	8.92	24.20	9.00
16	24.60	9.14	25.18	9.24	26.42	8.34	27.76	8.69	24.34	9.41	24.82	9.49
17	25.18	9.60	25.75	9.70	27.02	8.76	28.36	9.13	24.92	9.89	25.38	9.97
18	25.72	10.05	26.27	10.14	27.58	9.17	28.91	9.54	25.46	10.36	25.91	10.42
19	26.22	10.49	26.76	10.57	28.10	9.57	29.42	9.94	25.97	10.80	26.40	10.86
20	26.70	10.91	27.22	10.98	28.59	9.95	29.89	10.32	26.45	11.23	26.86	11.28
21	27.15	11.31	27.65	11.37	29.05	10.32	30.33	10.69	26.90	11.65	27.30	11.68
22	27.58	11.70	28.07	11.75	29.49	10.68	30.75	11.04	27.33	12.05	27.72	12.08

(1) Garch (2) Egarch. (3) GJR. (a) Opciones dentro del ratio 0.95-1.05. (b) Opciones dentro del ratio 0.98-1.02.

El período que engloba el tiempo en el que se supone un mayor conocimiento del mercado es el que se incluye en la segunda submuestra. Si en alguno de los dos subperiodos se espera que, habiendo encontrado un modelo que recoja satisfactoriamente el comportamiento del subyacente, el residuo obtenido de la ecuación de la estructura temporal correspondiente sea un ruido blanco es el segundo. Dicha expectativa se fundamenta en que tanto los valores de la bondad del ajuste de los residuos estandarizados a la Normal como los valores de los coeficientes de la regresión de los residuos y residuos al cuadrado están próximos

a la aceptación de esta hipótesis especialmente con el EGARCH y el GJR.

CUADRO 6  
Contraste del Ratio Varianza para los residuos obtenidos durante el período 1994-95

q	(1)				(2)				(3)			
	(a)		(b)		(a)		(b)		(a)		(b)	
	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)	Z	M(q)
2	1.10	0.00	2.86	0.15	0.86	0.00	3.35	0.18	0.85	0.00	2.57	0.13
3	2.48	0.17	4.37	0.33	2.14	0.13	4.72	0.38	2.13	0.15	3.96	0.30
4	3.39	0.29	5.42	0.50	3.04	0.23	5.76	0.56	2.97	0.25	4.92	0.46
5	4.37	0.42	6.12	0.65	3.93	0.34	6.43	0.73	3.88	0.37	5.53	0.60
6	5.07	0.55	6.42	0.78	4.58	0.43	6.74	0.86	4.53	0.48	5.77	0.70
7	5.58	0.65	6.59	0.89	5.03	0.52	6.91	0.98	4.97	0.57	5.89	0.80
8	5.95	0.75	6.66	0.98	5.31	0.60	6.93	1.07	5.28	0.65	5.90	0.87
9	6.13	0.83	6.71	1.06	5.42	0.65	6.93	1.15	5.40	0.72	5.889	0.94
10	6.33	0.91	6.77	1.14	5.52	0.70	6.90	1.21	5.55	0.78	5.89	1.00
11	6.50	0.99	6.80	1.21	5.60	0.75	6.84	1.26	5.67	0.85	5.86	1.04
12	6.64	1.06	6.85	1.28	5.62	0.79	6.76	1.30	5.75	0.90	5.83	1.09
13	6.76	1.13	6.91	1.35	5.60	0.82	6.69	1.35	5.81	0.95	5.82	1.13
14	6.88	1.20	7.05	1.43	5.57	0.86	6.68	1.39	5.86	1.00	5.89	1.19
15	7.02	1.27	7.19	1.51	5.56	0.89	6.66	1.44	5.94	1.06	5.96	1.25
16	7.14	1.34	7.30	1.58	5.54	0.92	6.60	1.48	6.00	1.11	6.00	1.30
17	7.27	1.41	7.40	1.66	5.53	0.95	6.53	1.51	6.06	1.16	6.03	1.35
18	7.32	1.46	7.49	1.72	5.44	0.97	6.44	1.53	6.06	1.19	6.04	1.39
19	7.39	1.52	7.58	1.79	5.34	0.98	6.35	1.55	6.06	1.23	6.06	1.43
20	7.44	1.57	7.65	1.86	5.24	1.00	6.26	1.57	6.05	1.27	6.07	1.47
21	7.50	1.63	7.71	1.92	5.14	1.01	6.16	1.58	6.06	1.30	6.06	1.50
22	7.55	1.68	7.75	1.97	5.04	1.02	6.04	1.59	6.05	1.33	6.03	1.53

(1) Garch. (2) Egarch (3) GJR (a) Opciones dentro del ratio 0.95-1.05. (b) Opciones dentro del ratio 0.98-1.02

Los resultados del contraste Ratio Varianza para esta submuestra se encuentran recogidos en el Cuadro 6. Del análisis de dichos resultados surge una primera diferencia con respecto a los obtenidos en el periodo global y en el primer subperiodo, ya que con los tres modelos de volatilidad condicional cuando se estudian las opciones dentro del ratio 0.95-1.05, los residuos no poseen correlación de primer orden. Sin embargo, al igual que con las anteriores submuestras, considerando el resto de retardos la hipótesis de ruido blanco también se rechaza en este subperiodo con cualquiera de los modelos considerados. Para el caso de opciones dentro del rango 0.98-1.02 el rechazo de la hipótesis se da en todos los retardos. Por tanto, puede decirse que la subdivisión de la muestra en dos subperiodos no nos ha reportado resultados significativamente diferentes, aunque sí nos ofrece mayor claridad y comprensión de los datos al observar que los resultados no parecen causados direc-

tamente por circunstancias como el aprendizaje del mercado, ajenas a la sobre-reacción propiamente dicha.

Es preciso destacar que en los dos rangos analizados 0.98-1.02 y 0.95-1.05 no se observan diferencias apreciables en los resultados obtenidos. Ello resulta de singular importancia dado que las primeras, aquellas en las que puede imputarse a priori un menor sesgo en las aproximaciones que se han considerado para su utilización, representan un porcentaje del mercado muy inferior a las segundas. Esta coincidencia dota de mayor generalidad a las conclusiones presentadas en el trabajo.

Estos resultados no son consistentes con las conclusiones del trabajo de Heynen *et al* (1994) en el que se subraya que parte de las posibles sub o sobre-reacciones que se le suponen a los mercados son realmente debidas a una mala especificación del modelo. En nuestro caso, especialmente en el segundo subperiodo, parece haberse capturado adecuadamente el comportamiento del subyacente<sup>12</sup> y, sin embargo, los fenómenos de sobre-reacción siguen estando presentes, tal como nos muestra la significatividad de las medias de los residuos y su signo en el Cuadro 7.

CUADRO 7  
Media de los residuos obtenidos en los periodos 1992-93 y 1994-95

	1992-1993				1994-1995			
	(a)		(b)		(a)		(b)	
	Media	t	Media	t	Media	t	Media	t
(1)	2.46	13.68	2.42	13.80	1.07	14.51	1.11	16.88
(2)	0.08	12.92	0.08	13.24	0.05	13.67	0.06	18.60
(3)	2.84	14.63	2.79	14.74	1.24	16.84	1.29	19.53

(1) Garch. (2) Egarch. (3) GJR. (a) Opciones dentro del ratio 0.95-1.05. (b) Opciones dentro del ratio 0.98-1.02

No obstante, como hemos señalado anteriormente, en el análisis realizado hasta aquí existe una fuente potencial de sesgo que podría producir la correlación serial detectada por el Ratio Varianza. Así, si alguna de las volatilidades analizadas (corto o largo plazo) o ambas se desvían del valor esperado podrían surgir diferencias entre ambos lados de la ecuación que fuesen las causantes de los resultados obtenidos. De existir este sesgo la correlación serial no sería inducida justamente por la existencia de sobre-reacciones en las volatilidades implícitas, sino por desviaciones de las volatilidades implícitas consideradas. Por

<sup>12</sup>Tanto la especificación con el EGARCH como con el GJR parecen recoger adecuadamente el comportamiento de las series.

este motivo, para intentar solventar esta cuestión, se propone una forma alternativa de observar la sobre-reacción a través de la técnica de regresión. Siguiendo esta propuesta se estimará el siguiente modelo:

$$\sigma_{AV}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} = \beta^* C^* \left[ \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2} \right] + u_t$$

En el que  $C$  varía según el modelo de que se trate.

$$\begin{aligned} GARCH \quad C &= \frac{T_2 \gamma^{T_1} - 1}{T_1 \gamma^{T_2} - 1} \\ EGARCH \quad C &= \frac{T_2 (1 - \beta_1^{T_1})}{T_1 (1 - \beta_1^{T_2})} \\ GJR \quad C &= \frac{T_2 \varphi^{T_1} - 1}{T_1 \varphi^{T_2} - 1} \end{aligned}$$

donde  $\gamma$ ,  $\beta_1$ , y  $\varphi$  toman los mismos valores que se han descrito anteriormente.

En el modelo se estima el parámetro  $\beta$ , esperando que su valor no difiera significativamente de la unidad. La estimación de este modelo se realiza utilizando la matriz de varianzas y covarianzas de Newey y West (1987) consistente a autocorrelación y formas generales de heteroscedasticidad. Los resultados obtenidos en el periodo global con los distintos modelos de volatilidad condicional y con los dos rangos de valores intrínsecos de las opciones (0.95-1.05 y 0.98-1.02) se muestran en el Cuadro 8. Los resultados de las dos submuestras 1992-93 y 1994-95 aparecen también en el mismo cuadro. Se incluye además la  $\chi^2$  correspondiente a la hipótesis nula  $\beta = 1$ . A nivel global tanto en el periodo completo como en los dos subperiodos puede decirse que los resultados avalan los obtenidos con el Ratio Varianza puesto que en todos los casos  $\beta$  es significativamente distinto de uno y en todas las ocasiones mayor que la unidad. Por tanto, una vez controlados los distintos aspectos que podrían dar lugar a resultados erróneos, puede afirmarse con mayor garantía que se observa una sobre-reacción de las volatilidades implícitas de largo plazo con respecto a los movimientos de las volatilidades implícitas de corto plazo.

La explicación a estos resultados se puede encontrar en el tipo de mercado en el que se está analizando la estructura temporal. El tamaño y estrechez del mercado de opciones sobre el IBEX-35 en España pueden ser las causas directas de la existencia de sobre-reacciones aún cuando el modelo de volatilidad considerado para el subyacente pueda ser el

adecuado. Por otro lado, no hay que olvidar la naturaleza de los datos con los que se ha llevado a cabo el estudio, puesto que en el mercado español las opciones negociadas no pueden ser consideradas de corto y largo plazo en sentido estricto, sino que en realidad son de muy corto y corto plazo, cuestión que podría afectar de forma significativa a nuestras conclusiones. Por último, señalar que una cuestión no exenta de interés es despejar la incógnita sobre el modelo real que sigue la volatilidad, puesto que podría ser la causa final de estos resultados.

CUADRO 8  
Resultados de la estimación de los siguientes modelos.

		1992-1995		1992-1993		1994-1995	
		(a)	(b)	(a)	(b)	(a)	(b)
GARCH	$\beta$	2,01	2,00	2,05	2,02	1,20	1,20
	t	(59,12)	(52,81)	(42,62)	(34,03)	(68,88)	(69,20)
	$\chi^2$	889,95	701,71	480,84	297,60	137,87	144,17
EGARCH	$\beta$	5,20	1,46	1,63	1,62	1,14	1,15
	t	(12,03)	(80,70)	(59,43)	(51,80)	(85,35)	(90,93)
	$\chi^2$	94,54	654,59	530,32	396,49	116,10	145,45
GJR	$\beta$	2,09	2,08	2,28	2,25	1,18	1,19
	t	(56,48)	(52,01)	(36,13)	(32,13)	(81,52)	(80,33)
	$\chi^2$	870,18	730,18	413,73	319,12	161,37	165,22

$\chi^2$ . Contraste de la hipótesis nula  $b=1$ . (a) Opciones dentro del ratio 0.95-1.05 (b) Opciones dentro del ratio 0.98-1.02.

*GARCH*

$$\sigma_{AV}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} = \beta^* \left\{ \frac{T_2}{T_1} \frac{\gamma^{T_1-1}}{\gamma^{T_2-1}} \left[ \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2} \right] \right\} + u_t$$

*EGARCH*

$$\ln \sigma_{AV}^2(t, T_1) - \ln \overline{\sigma^2} = \beta^* \left\{ \frac{T_2}{T_1} \frac{1-\beta_1^{T_1}}{1-\beta_1^{T_2}} \left[ \ln \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \ln \overline{\sigma^2} \right] \right\} + u_t$$

*GJR*

$$\sigma_{AV}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} = \beta^* \left\{ \frac{T_2}{T_1} \frac{\varphi^{T_1-1}}{\varphi^{T_2-1}} \left[ \sigma_{AV}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2} \right] \right\} + u_t$$

## 5. Significación económica de los resultados

En el anterior epígrafe se ha encontrado evidencia de sobre-reacciones en el mercado de opciones. En esta parte del trabajo se va a observar si esta evidencia es lo suficientemente importante como para producir efectos significativos económicamente, incluso una vez tenidos en cuenta los costes de transacción.

Dado que el nivel de volatilidad a largo plazo parece ser más elevado que el que le correspondería siguiendo el modelo teórico planteado, se ha pensado en establecer una estrategia de negociación que intente aprovechar esta diferencia entre el valor de mercado y el valor "teórico"

de la opción de largo plazo. Si el mercado de opciones sobre-reacciona a los movimientos de la volatilidad se podrían obtener beneficios realizando estrategias en función de la volatilidad. De esta forma si la volatilidad a largo plazo sobre-reacciona, cuando la volatilidad implícita a corto esté por encima del valor de la volatilidad media, la volatilidad a largo tendrá un valor superior al valor que debería tener; por el contrario, si la volatilidad a corto se encuentra por debajo del valor de la volatilidad media, la volatilidad a largo tendrá un valor inferior al valor que teóricamente le correspondería.

Con el objetivo de explotar esta sobre-reacción en volatilidad calculamos la volatilidad media que se va a considerar como referencia, en este sentido se piensa que la volatilidad incondicional del modelo GJR puede ser una buena aproximación a dicha variable. Estableciendo dicha elección, se va a plantear una estrategia de negociación que intente aprovechar las diferencias de precios de las volatilidades a largo plazo. Para ello, cuando una opción a largo plazo tenga una volatilidad superior a la volatilidad incondicional se venderá y cuando la opción a largo plazo tenga una volatilidad inferior a la volatilidad incondicional se comprará, en ambos casos esperando que los valores de dichas opciones tiendan al valor de equilibrio.

Inicialmente por tanto se establece una estrategia de compra (venta) de las opciones a largo plazo observando su diferencia con respecto a la volatilidad incondicional. Con objeto de fijar una separación distinguible de dicha volatilidad incondicional se propone un filtro de un 10%. De esta forma se comprará (venderá) el primer contrato de opción a largo plazo que se negocie en un día  $t$ , cuya volatilidad se encuentre un 10% por debajo (encima) del nivel de volatilidad incondicional. Hay que destacar que la estrategia se realiza con las opciones call ATM (0.95-1.05)<sup>13</sup>, eliminando el primer y último cuarto de hora de negociación del día. Esta estrategia se realizó durante el primer y último trimestre del año 1996. La estrategia se deshace el día siguiente o, si esto no es posible, el primer día que cotice la opción a largo plazo correspondiente.

Los resultados obtenidos sin tener en cuenta los costes de transacción

<sup>13</sup>Se ha elegido este ratio porque además de ser representativo de la negociación total, ratios más restrictivos suponían no poder deshacer posiciones al día siguiente por falta de negociación e incluso en algunas ocasiones no poder deshacer la posición hasta el vencimiento con el consiguiente aumento del riesgo y trastorno para nuestro propósito.

son los que se muestran en la parte superior izquierda del Cuadro 9. Como puede observarse, la estrategia conjunta en cada trimestre aporta beneficios al inversor. Por ejemplo, en el último trimestre, 30 de las 45 operaciones realizadas obtienen beneficios. No obstante, la realización de este tipo de estrategias no se encuentra exenta de riesgos, lo cual puede inducir a que los resultados puedan ser aprovechados exclusivamente por inversores especuladores. Por ello se ha pensado en realizar una segunda estrategia<sup>14</sup> que elimine básicamente el riesgo en precios, formando una cartera que sea delta neutral, cubriendo la posición tomada en la opción a largo plazo con una posición opuesta en el futuro sobre el IBEX-35. El número de opciones que se va a contratar será el inverso de la delta de cada opción. La delta de las opciones se calculará utilizando como dato de la volatilidad la volatilidad implícita de las opciones ATM negociadas el día anterior<sup>15</sup>. Las restricciones que se consideran para la toma de posición en opciones de largo son las mismas que las descritas para el primer caso. Igualmente se deshacen las posiciones en el día siguiente que se negocie la opción de largo. Los resultados que se obtengan de dicha estrategia podrían ser mejores indicadores del posible aprovechamiento por el mercado en general de la sobre-reacción encontrada. Estos resultados se recogen en la parte superior derecha del Cuadro 9. En este caso aún cuando el resultado final es positivo se observa como el beneficio es inferior al obtenido con la simple estrategia de actuación sobre opciones a largo plazo, ya que éste es minorado por las pérdidas que se recogen con la compra (venta) del futuro que nos sirve de cobertura.

Los resultados obtenidos con ambas estrategias teniendo en cuenta los costes de transacción se muestran en la parte inferior del Cuadro 9. La parte izquierda presenta los resultados obtenidos con la negociación exclusiva de opciones a largo plazo incorporando unos costes de 25 pesetas por contrato más un 0,5% de la prima de la opción<sup>16</sup>. Tanto en el primer trimestre como en el cuarto trimestre se han obtenido beneficios que superan dichos costes. La parte derecha muestra los

<sup>14</sup>Dadas las características del mercado español, emplear otro tipo de estrategias con cobertura como los straddles utilizados en mercados americanos, supondría no contar con un número suficiente de operaciones con las que realizar la estrategia por lo que se ha optado por mantener una cobertura con el futuro con más posibilidad de ejecución en nuestro mercado.

<sup>15</sup>No obstante, la posición calculada de esta forma podría no estar completamente cubierta ya que los ratios de cobertura óptimos no se pueden calcular fácilmente con volatilidades que varían en el tiempo, como argumentan Noh *et al* (1994).

<sup>16</sup>Estos costes se han recogido de la Circular 1/96 de MEFF

resultados de la estrategia con cobertura en la que se incorporan además de los costes mencionados antes, los relativos a la negociación del futuro que eran en aquel momento 50 pesetas por contrato negociado. En este caso los resultados ya no permiten cubrir los costes puesto que en ambos trimestres se obtienen pérdidas.

CUADRO 9  
Resultados de las estrategias de negociación

Estrategias sin costes de transacción				
	(1)		(2)	
	Media Diaria	Rdo Trimestre	Media Diaria	Rdo Trimestre
1º Trim.	92 918	1 579.600	29.094	494 600
4º Trim.	174 950	8.047.700	4.950	227 700
Estrategias incorporando costes de transacción				
	(1)		(2)	
	Media Diaria	Rdo Trimestre	Media Diaria	Rdo Trimestre
1º Trim.	65.925	1.120.721	-7.899	-134.279
4º Trim.	150 965	6 944 404	-29.035	-1.335 597

(1) Estrategia negociando únicamente volatilidades a largo plazo. (2) Estrategia de negociación con delta neutral.

Por tanto, puede decirse que se ha detectado una sobre-valoración de las opciones a largo plazo con un potencial aprovechamiento económico en un mercado ficticio sin costes y sin riesgo. Sin embargo, la operativa normal del mercado con costes de transacción incluidos y la cobertura del riesgo asociado a la posición, conducen a que ese aprovechamiento no sea económicamente significativo. En consecuencia, estos resultados implican la consideración de que el mercado de opciones funciona de forma razonablemente eficiente a tenor de las simples estrategias planteadas. Por último destacar que la cobertura delta neutral solamente es una cobertura sin riesgo en un único instante del tiempo, por lo que tanto el paso del tiempo desde cuando se tomá la posición hasta cuando se deshace como los movimientos del precio del subyacente conllevarían algún riesgo en la posición (además de los ineludibles riesgos de ejecución). A esto habría que añadir la problemática de cálculo de la delta óptima en un contexto de volatilidad estocástica apuntada anteriormente. Estos aspectos, lejos de poner en duda los resultados, reafirman más las conclusiones extraídas, puesto que coberturas del riesgo más completas, aunque no exentas de riesgos, como la cober-

tura delta-gamma y delta-vega (Roon *et al*,1998), podrían conllevar a reducciones de la rentabilidad todavía mayores y por lo tanto se incurriría en unas pérdidas próximas o superiores a las ya obtenidas.

## 6. Conclusiones

El presente trabajo ha abordado el tema de la estructura temporal entre volatilidades implícitas de distinto vencimiento en el mercado de opciones sobre el IBEX-35 en el periodo 1992-1995. Además, con objeto de detallar más los resultados y explorar su estabilidad, se ha subdividido la muestra completa en dos subperiodos 1992-1993 y 1994-1995.

Utilizando distintos modelos de volatilidad condicional como base de los movimientos del activo subyacente se han establecido relaciones entre las volatilidades de corto y largo plazo. A través del contraste del Ratio Varianza y la técnica de regresión se ha determinado si dichas relaciones se mantienen o si, por el contrario, existen sub o sobre-reacciones en el mercado.

Los resultados obtenidos, tanto en el periodo global como en las dos submuestras consideradas, avalan la existencia de comportamientos anómalos en los movimientos de las volatilidades implícitas de las opciones con vencimiento más lejano, orientados a sobre-reaccionar a los movimientos de las volatilidades implícitas a corto plazo. Este hecho, en contra de lo que cabría esperar, se mantiene incluso en el caso de haber encontrado modelos como el EGARCH o el GJR que, en el segundo subperiodo, parecen recoger razonablemente el comportamiento de la serie. La subdivisión realizada nos reafirma que los resultados no pueden atribuirse al posible efecto aprendizaje durante en el primer y segundo año de funcionamiento del mercado de opciones sobre el IBEX-35. Sin embargo, los resultados sí que pueden estar unidos a las características del mercado español, en relación a su liquidez y profundidad, las características temporales de las volatilidades implícitas negociadas y el desconocimiento sobre el auténtico proceso que gobierna la volatilidad en dicho mercado.

El último análisis que se ha presentado en relación a la posible explotación económica de los resultados obtenidos aporta una interesante visión sobre la existencia de sobre-reacción en el mercado de opciones a largo plazo, ya que se observa que su trascendencia real a efectos prácticos tomando posiciones sin riesgo no se ha revelado importante para

los operadores del mercado. No obstante, investigaciones futuras en esa línea podrían resultar de utilidad en aras a una mejor comprensión del comportamiento de las volatilidades implícitas.

**Apéndice 1. Contraste Ratio-Varianza (Véase Campbell Y., Lo A. y Mackinlay A.C., 1997)**

El estadístico  $M(q)$  asintóticamente puede expresarse bajo condiciones muy generales como:

$$M(q)^a = 1 + 2 \sum_{k=1}^{q-1} \left(1 - \frac{k}{q}\right) \widehat{\rho}(k)$$

Siendo  $\widehat{\rho}(k)$  los estimadores de los coeficientes de autocorrelación. Llamando  $\delta_k$  y  $\theta(q)$  a las varianzas asintóticas de  $\widehat{\rho}(k)$  y  $M(q)$ , respectivamente Lo y Mackinlay (1988) muestran que:

- El estadístico  $M(q) - 1$  converge a cero para todo  $q$  conforme  $n$  tiende a  $\infty$ .
- El estimador consistente a heteroscedasticidad de  $\delta_k$  se calcula como:

$$\widehat{\delta}_k = \frac{nq \sum_{j=k+1}^{nq} (P_j - P_{j-1} - \widehat{\mu})^2 (P_{j-k} - P_{j-k-1} - \widehat{\mu})^2}{\left[\sum_{j=1}^{nq} (P_j - P_{j-1} - \widehat{\mu})^2\right]^2}$$

Siendo  $P_j$  el logaritmo del precio,  $\widehat{\mu}$  la media muestral de las rentabilidades y  $nq + 1$  el número de observaciones.

- El estimador consistente a heteroscedasticidad de  $\theta(q)$  se obtiene como:

$$\widehat{\theta}(q) = 4 \sum_{k=1}^{q-1} \left(1 - \frac{k}{q}\right)^2 \widehat{\delta}_k$$

Finalmente el estadístico  $z(q)$  estandarizado sería:

$$z(q) = \frac{\sqrt{nq}(M(q) - 1)}{\sqrt{\widehat{\theta}}}$$

De modo que  $M(q)$ , bajo la hipótesis nula de no autocorrelación, se distribuye asintóticamente como una  $N(0, \theta(q))$  y el estadístico  $z(q)$ , por tanto, como una  $N(0, 1)$ .

**Apéndice 2. Derivación de la relación para la volatilidad esperada media en el caso de que la volatilidad de las rentabilidades siga un proceso GJR**

$$\begin{aligned} A - 1 \quad R_t &= \alpha_0 + u_t \text{ donde } u_t \text{ sigue una } N(0, \sigma_t^2) \\ A - 2 \quad \sigma_t^2 &= \beta_0 + \beta_1 u_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-1}^2 + \beta_3 S_{t-1} u_{t-1}^2 \end{aligned}$$

Donde  $S_{t-1}$  es uno cuando  $u_{t-1}$  es negativo y cero cuando  $u_{t-1}$  es positivo.  $R_t$  es la rentabilidad del activo en el momento  $t$ ,  $\sigma_t$  es la volatilidad de esa rentabilidad,  $u_t = \sigma_t * \xi_t$  donde  $\xi_t$  es un ruido blanco y sigue una  $N(0, 1)$ .

La volatilidad esperada media durante un tiempo  $T$  se define como:

$$A - 3 \quad \sigma_{av}^2(t, T) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T E_t \left[ \sigma_{t+k}^2 \right]$$

donde  $T$  es el número de periodos desde  $t$  hasta el vencimiento.

La expresión de  $\sigma_{t+k}^2$  en función de  $\sigma_t^2$  se obtiene de:

$$\sigma_{t+k}^2 = \beta_0 + \left( \beta_1 \xi_{t+k-1}^2 + \beta_2 + \beta_3 S_{t+k-1} \xi_{t+k-1}^2 \right) \sigma_{t+k-1}^2$$

Por inducción se llega a:

$$\begin{aligned} \sigma_{t+k}^2 &= \beta_0 + \beta_0 \sum_{m=1}^{k-1} \prod_{n=1}^m \left[ (\beta_1 + \beta_3 S_{t+k-n}) \xi_{t+k-n}^2 + \beta_2 \right] + \\ &\quad \sigma_t^2 \prod_{n=1}^k \left[ (\beta_1 + \beta_3 S_{t+k-n}) \xi_{t+k-n}^2 + \beta_2 \right] \end{aligned}$$

Aplicando la independencia de  $\xi_k$ :

$$\begin{aligned} E_t \left[ \sigma_{t+k}^2 \right] &= \beta_0 + \beta_0 \sum_{m=1}^{k-1} \left( \beta_1 + \beta_2 + \frac{\beta_3}{2} \right)^m \\ &\quad + \left( \beta_1 + \beta_2 + \frac{\beta_3}{2} \right)^{k-1} \left( \beta_1 \xi_t^2 + \beta_2 + \beta_3 S_t \xi_t^2 \right) \sigma_t^2 \end{aligned}$$

donde  $E_t$  es el operador de expectativas condicional en  $t$ .

Operando adecuadamente:

$$E_t \left( \sigma_{t+k}^2 \right) = \beta_0 + \beta_0 \frac{\varphi - \varphi^k}{1 - \varphi} + \varphi^{k-1} \left[ (\beta_1 + \beta_3 S_t) \xi_t^2 + \beta_2 \right] \sigma_t^2$$

Sustituyendo en la ecuación A-3 el valor de  $E_t(\sigma_{t+k}^2)$  se tiene:

$$\sigma_{av}^2(t, T) = \overline{\sigma^2} + (\sigma_{t+1}^2 - \overline{\sigma^2}) \frac{1}{T} \frac{1 - \varphi^T}{1 - \varphi}$$

donde  $\overline{\sigma^2} = \beta_0 / (1 - \varphi)$

y  $\varphi = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 / 2$

Por lo que la relación entre volatilidades en dos tiempos distintos  $T_1$  y  $T_2$  queda formulada como:

$$\sigma_{av}^2(t, T_1) - \overline{\sigma^2} = \frac{T_2 \varphi^{T_1} - 1}{T_1 \varphi^{T_2} - 1} (\sigma_{av}^2(t, T_2) - \overline{\sigma^2}).$$

## Referencias

- Afonso J. y R. Lorenzo (1996): "Predicción de volatilidad: Una aplicación al mercado español de opciones sobre el Ibex-35", Documento de Trabajo Universidad de la Laguna 96-97/04.
- Black, F. y M. Scholes (1973): "The pricing of options and corporate liabilities", *Journal of Political Economy* 81, pp. 637-654.
- Beckers S. (1981): "Standard deviations implied in option prices as predictors of future stock price variability", *Journal of Banking and Finance* 5, pp. 363-381.
- Bollerslev T. (1986): "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics* 31, pp. 307-327.
- Brookfiel D. (1993): "Traded options, capital gains and the term structure of implied volatilities", *Applied Financial Economics* 3, pp. 1-13.
- Campbell J.Y., A. Lo y A.C. Mackinlay (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton.
- Campa J. M. y P.H.K. Chang (1995): "Testing the expectations hypothesis on the term structure of volatilities in foreign exchange options", *The Journal of Finance* 50, pp. 529-547.
- Chiras D. P. y S. Manaster (1978): "The information content of option prices and a test of market efficiency", *Journal of Financial Economics* 6, pp. 213-234.
- Cox J. C. y M. Rubinstein (1985), *Options Markets*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J..
- Day T. E. y C.M. Lewis (1988): "The behavior of the volatility implicit in the prices of stock index options", *Journal of Financial Economics* 22, pp. 103-122.
- Dewachter H. y A. León (1996): "The information content of options on the Ibex-35", *Revista Española de Economía* 13, pp. 159-180.

- Diz F. y T.J. Finucane (1993): "Do the options markets really overreact", *The Journal of Futures Markets* 13, pp. 299-312.
- Duan J-C. (1995): "The Garch option pricing model", *Mathematical Finance* 5, pp. 13-32.
- Duan J-C. (1997): "Augmented GARCH(p,q) process and its diffusion limit", *Journal of Econometrics* 79, pp. 97-127.
- Engle R. F. y V.K. Ng (1993): "Measuring and testing the impact of news on volatility", *The Journal of Finance* 48, pp. 1749-1778.
- Engle R.F. y J.V. Rosenberg (1998): "Testing the volatility term structure using option hedging criteria", Mimeo.
- Fiorentini G., A. León y G. Rubio (1998): "Short-term options with stochastic volatility: Estimation and empirical performance", Mimeo.
- Fleming J. (1993): "The quality of market volatility forecast implied by S&P 100 index option prices", Mimeo. Rice University.
- Glosten L. R., R. Jagannathan y D.E. Runkle (1993): "On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks", *The Journal of Finance* 48, pp. 1779-1801.
- Heynen R., A. Kemna y T. Vorst (1994): "Analysis of the term structure of implied volatilities", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 29, pp. 31-56.
- Hull J. y A. White (1987): "The pricing of options on assets with stochastic volatility", *The Journal of Finance* 42, pp. 281-300.
- Jorion P. (1995): "Predicting volatility in the foreign exchange market", *The Journal of Finance* 50, pp. 507-528.
- Lamothe P. (1993): "Efecto apalancamiento y efectos día en el mercado español de opciones sobre índices bursátiles. Una primera aproximación", *I Jornadas de Economía Financiera* (BBV).
- Lamoreux C. G. y W.D. Lastrapes (1993): "Forecasting stock-return variance: toward an understanding of stochastic implied volatilities", *The Review of Financial Studies* 6, pp. 293-326.
- Latané H. A. y R.J. Rendleman (1976): "Standard deviations of stock price ratios implied in option prices", *The Journal of Finance* 31 pp. 369-381.
- León A. y J. Mora (1996): "Modelling conditional heteroskedasticity: Application to stock return index Ibex-35", *IVIE WP-AD* 96-11.
- Lo A.W. y A.C. Mackinlay (1988): "Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test", *The Review of Financial Studies* 1, pp. 41-66.
- Lo A.W., A.C. Mackinlay y J.Y. Campbell (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.
- Nelson D.B. (1990): "ARCH models as diffusion approximations", *Journal of Econometrics* 45, pp. 7-38.
- Nelson D.B. (1991): "Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach", *Econometrica* 59, pp. 347-370.
- Newey W. y K. West (1987): "A simple, positive definite, heteroscedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix", *Econometrica* 55, pp. 703-708.

- Noh J., R.F. Engle y A. Kane (1994): "Forecasting volatility and option prices of the S&P 500 Index", *The Journal of Derivatives* fall, pp. 17-30.
- Peña I., G. Serna y G. Rubio (1998): "Why do we smile? On the determinants of the implied volatility function", *Journal of Banking and Finance* forthcoming.
- Poterba J.M. y L.H. Summers (1986): "The persistence of volatility and stock market fluctuations", *American Economic Review* 76, pp. 1142-1151.
- Roon F., C. Veld y J. Wei (1998): "A study on the efficiency of the market for Dutch long-term call options", *The European Journal of Finance* 4, pp. 93-111.
- Sentana E. y A. León (1998): "From discrete to continuous time and back again", Mimeo.
- Stein J. (1989): "Overreactions in the options market", *The Journal of Finance* 44, pp.1011-1023.
- Wiggins J. (1987): "Option values under stochastic volatility: theory and empirical estimates", *Journal of Financial Economics* 19, pp. 351-372.
- Xu X. y S.J. Taylor (1994): "The term structure of volatility implied by foreign exchange options", *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 29, pp. 57-74.

## Abstract

*This paper examines the term structure of implied volatilities using the IBEX-35 index options. The period analysed covers from 1992 (when the options were introduced) to 1995. We construct models for the relation between implied volatilities of different maturities. These models are based on the conditional volatility process of the volatility of the underlying market. GARCH, EGARCH and GJR are the models used. The results suggest that long-term volatilities overreact to changes in short-volatilities in a manner that is inconsistent with the models. However, the overreaction has not economical significance.*

*Keywords: Options, term structure, implied volatility*

*Recepción del original, octubre de 1998  
Versión final, enero de 1999*