Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XII, n.º 2 (1988), págs. 279-303

SOBRE EL ANALISIS DE LA ELASTICIDAD DE SUSTITUCION EN CONDICIONES DE EQUILIBRIO TEMPORAL*

Carlos MARTINEZ MONGAY
Nuria PASCUAL LAPEÑA
Universidad de Zaragoza

En este trabajo se analizan las consecuencias de estimar la elasticidad de sustitución en una tecnología tipo CES cuando la unidad productiva no se encuentra en equilibrio a largo. Haciendo uso de la teoría del equilibrio temporal y de la hipótesis de expectativas realizadas hemos demostrado que dada una combinación de precios y cantidades de equilibrio a corto es posible obtener una asociada a ella que cumple las condiciones de equilibrio a largo. El análisis realizado, así como el experimento de simulación llevado a cabo muestran que tan sólo la utilización de las cuasi-rentas marshallianas o de un índice de precios del capital proporcional o cuasi-proporcional a ella garantizan una estimación correcta de la elasticidad de sustitución.

1. Introducción

La hipótesis de mercados competitivos junto con la especificación de la tecnología como una función homogénea lineal con elasticidad de sustitución constante conduce a una relación logarítmica entre el output por unidad de input y el precio relativo de éste, siendo el coeficiente de la relación la elasticidad de sustitución. Si las hipótesis de partida son ciertas, este resultado permite estimar la elasticidad de sustitución utilizando técnicas de regresión simple, y desde el trabajo pionero de Arrow, Chenery, Minhas y Solow (1961) se han publicado un gran número de estudios econométricos que, basados en él, se han centrado en analizar las posibilidades de sustitución entre trabajo y capital. Sin embargo, como afirma Berndt (1976), la evidencia empírica disponible indica desacuerdos sustanciales en lo que respecta al valor de la elasticidad de sustitución. Así, existen claras divergencias entre los resultados basados en datos de corte transversal y los basados en series temporales. Por otra parte, e íntimamente relacionado con los objetivos de este trabajo, los resultados dependen claramente de la forma funcional elegida; las estimaciones obtenidas en las regresiones basadas en la productividad marginal del capital son diferentes a las obtenidas a partir de la productividad marginal del trabajo.

* Una versión muy preliminar de este trabajo, que se limitaba principalmente a la sección 2, fue presentada en el XII Simposio de Análisis Económico (Barcelona, septiembre de 1987). Los autores agradecen los comentarios y sugerencias del evaluador anónimo.

En la literatura encontramos una gran variedad de hipótesis que han sido avanzadas por los distintos autores para explicar esas fuertes divergencias. El lector interesado puede acudir al artículo ya citado de Berndt para encontrar una referencia exhaustiva de las mismas. No es propósito de este artículo volver a discutir todas ellas sino más bien dotar de una justificación teórica a la solución propuesta por el propio Berndt para lograr la «reconciliación» entre las estimaciones de la elasticidad de sustitución obtenidas a partir de distintas formas funcionales o productividades evaluadas en el equilibrio de la empresa.

Para Berndt estas divergencias surgen por utilizar series del coste de los servicios del capital incorrectas. Los índices de precios por él utilizados se basan en el bien conocido índice de Hall-Jorgenson, pero sustituyendo las tasas de imposición legales por las efectivas, las tasas de amortización teóricas por las reales y los tipos de interés de mercado por las tasas de rendimiento interno. En suma, Berndt propone sustituir los precios del capital de mercado por precios sombra que se aproximan a la retribución unitaria que efectivamente está obteniendo el capital. Así pues, para el citado autor el problema está en la medición de los precios y no en la medición de los inputs. Lo cual contrasta con la solución que con anterioridad había planteado Nerlove (1967). Este autor considera que las divergencias observadas son debidas, entre otras cosas, a variaciones cíclicas en el grado de utilización de los factores. En otras palabras: debidas a la existencia de inputs fijos (v. gr., el capital) que por no ser ajustables instantáneamente a corto plazo pueden impedir que el output e imputs observados, así como sus precios, constituyan un equilibrio a largo. Debido a esta imposibilidad de ajuste instantáneo, el stock de, digamos, capital existente en un instante del tiempo ha necesitado de un período de tiempo para ser operativo, durante el cual los precios han podido cambiar. Es decir, tal stock se ha establecido en base a expectativas sobre los precios. Si éstas han sido equivocadas, la dimensión de la unidad productiva no será la apropiada, o de equilibrio a largo, para los precios actuales. Ello se traducirá en la existencia de beneficios no nulos y, por tanto, en una sobreutilización o en una infrautilización del stock de capital, dependiendo de la divergencia entre los precios esperados y los actuales. Es decir, de la argumentación de Nerlove, se deduce que la solución pasa por utilizar medidas «correctas» de los inputs fijos. Se trata de utilizar para la estimación de la elasticidad de sustitución el flujo de servicios del capital en vez de su stock.

La cuestión es que la solución aportada por Berndt sólo está sustentada por una evidencia empírica extraordinariamente convincente, pero no aporta argumento teórico alguno. En cambio, como es bien sabido, la posibilidad de expresar la tecnología en términos del flujo de los servicios del capital sustentaría el enfoque de Nerlove. El problema que se plantea, sin embargo, parece insalvable empíricamente: nadie se pone de acuerdo sobre cuál es el mejor mecanismo de corrección de stock de capital para obtener su grado de utilización o su flujo asociado de servicios. Siempre se recurre a soluciones «ad-hoc», existiendo al menos una por cada investigador que ha trabajado en este campo.

En este artículo se utiliza la teoría del equilibrio temporal para dotar de contenido teórico a la solución de Berndt y se aporta evidencia empírica adicional. Nuestra aportación se basa en la solución establecida por Berndt y

Fuss (1986) al problema de la medición de la productividad multifactor, el cual, como es sabido, entronca directamente con el análisis de Nerlove y la polémica entre flujos de servicios y stock de capital.

Como veremos con cierto detalle en la sección siguiente, la estimación de la elasticidad de sustitución por métodos lineales exige que los niveles observados de los inputs y la cantidad de output así como sus precios respectivos constituyan un equilibrio a largo. Lo cual está presuponiendo a su vez que todos los inputs se ajustan instantáneamente a los precios. Es evidente que la mera existencia de inputs fijos en el proceso productivo contradice esta hipótesis básica del análisis y lo invalida. Lo que aquí proponemos es abandonar la hipótesis de equilibrio a largo y sustituirla por la de equilibrio temporal, reconociendo que un cambio inesperado en los precios ha conducido a una utilización relativa de los factores en el corto plazo, la cual es inapropiada en el largo plazo. Creemos que el abandono de la hipótesis de equilibrio a largo en favor de la hipótesis de equilibrio temporal presenta claras ventajas para el análisis empírico de las posibilidades de sustitución entre trabajo y capital. Por un lado, ya demostro Paroush (1964), que la hipótesis de mercados competitivos es innecesaria para la derivación de las CES. Por otro lado, como veremos en las páginas subsiguientes, la teoría del equilibrio temporal permite una estimación correcta de la elasticidad de sustitución en términos de stocks, sin necesidad de acudir al artificio más bien dudoso de medir el flujo de los servicios de capital. Más concretamente, demostraremos que dada una tecnología CES con rendimientos constantes y dada una combinación input-output y los precios respectivos de mercado que constituyen un equilibrio a corto plazo, existe una combinación cantidades-precios de equilibrio a largo, generada por la misma tecnología, que se obtiene a partir de la anterior sustituyendo los precios de mercado de los factores fijos por unos precios sombra que coinciden con la retribución unitaria que efectivamente están obteniendo estos factores.

En definitiva, la propuesta que aquí se plantea justifica en el marco de un modelo teórico la evidencia empírica aportada por Berndt (1976). Nuestro resultado, aunque aquí se enuncia para una tecnología CES, en realidad puede probarse para cualquier tecnología bien definida y con rendimientos constantes así como para sus formulaciones duales (véase Berndt y Fuss (1986) y Martínez y Pascual (1987) y (1988)). Este resultado básico, obtenido en la sección 2, es utilizado en la sección 3 para mostrar las consecuencias del uso de bases informativas alternativas a la aquí propuesta. Para ello llevamos a cabo un experimento de simulación basado en datos reales de doce países occidentales, que a su vez sirve para proporcionar evidencia empírica internacional sobre las posibilidades de sustitución entre trabajo y capital. Finalmente, en la sección 4 presentamos las conclusiones.

2. Equilibrio a largo y equilibrio a corto en la CES

Siguiendo a Paroush (1964) toda función de producción homogénea lineal y con elasticidad de sustitución constante es el valor medio de los inputs de orden

$\frac{\sigma - 1}{\sigma}$, donde σ es la elasticidad de sustitución. Así, la función de producción CES para el caso de un output, Q (valor añadido) y dos inputs, K y L (capital y trabajo) puede escribirse mediante:

$$Q = [\delta K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \delta)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad [1]$$

Supongamos que la naturaleza del stock de capital de la unidad productiva cuya tecnología viene representada por [1] es tal que son necesarios τ períodos de tiempo desde que se toma la decisión de invertir hasta que el nuevo stock de capital es operativo. Esto significa que si el empresario desea planificar su producción para el período t, la decisión de cuánto invertir deberá llevarla a cabo en la período $t - \tau$ en base a expectativas acerca de los precios que regirán en t.

Denotemos por P, P_L y P_K^*, respectivamente, las expectativas del precio del output, del trabajo y del capital. Puesto que cuenta con tiempo suficiente para ajustar el stock de capital a su precio esperado P_K^*, el empresario maximizará la función:

$$B_L^* = P[\delta K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \delta)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - P_K^* K - P_L L \qquad [2]$$

obteniendo:

$$\left.\begin{aligned} \delta\left(\frac{Q}{K}\right)^{1/\sigma} &= \frac{P_K^*}{P} \\ (1 - \delta)\left(\frac{Q}{L}\right)^{1/\sigma} &= \frac{P_L}{P} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\delta}{1 - \delta}\left(\frac{L}{K}\right)^{1/\sigma} = \frac{P_K^*}{P_L} \qquad [3]$$

Directamente se comprueba que la función de costes a largo adoptará la expresión:

$$C_L^* = Q[\delta^\sigma P_K^{*1-\sigma} + (1 - \delta)^\sigma P_L^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \qquad [4]$$

y si introducimos la condición de equilibrio a largo, precio igual a coste marginal (C'_{L*}), obtenemos la función precio (véase Jorgenson (1986)):

$$P = [\delta^\sigma P_K^{*1-\sigma} + (1 - \delta)P_L^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \qquad [5]$$

Debido a la homogeneidad lineal de B_L^*, su optimización no conducirá a una única combinación (Q, K, L) de máximo beneficio (nulo), sino que a lo sumo el sistema [3] junto con [1] permiten obtener una relación capital-trabajo y output-trabajo de máximo beneficio, simultáneamente compatibles con infinitas combinaciones input-output. En base a las condiciones previstas en el

mercado el empresario establecerá un volumen de producción deseado, Q^*, el cual, sustituido en [3] determinará el stock de capital o dimensión deseada de la empresa, K_0, así como el trabajo necesario.

Dado el stock de capital K_0, es fácil comprobar que la oferta de output y la demanda de trabajo vendrán dadas por:

$$Q = K_0 \delta^{-\sigma} (P_K^*/P)^\sigma \qquad [6]$$

y

$$L = K_0 \left(\frac{1 - \delta}{\delta}\right)^\sigma \left(\frac{P_K^*}{P_L}\right)^\sigma \qquad [7]$$

y en ambos casos se cumple [5].

Transcurridos τ períodos, al principio del período t el empresario dispone de un stock de capital K_0 que no puede variar a corto plazo. Si los precios vigentes en este período fuesen los esperados τ períodos antes, el empresario empleará una cantidad de trabajo dada por [7] lanzando un volumen de producción igual a [6]. Sin embargo, en general los precios vigentes en t diferirán de los esperados. Supongamos por simplicidad que el empresario ha anticipado correctamente P y P_L equivocándose en el precio del capital[1]. Sea P_K el precio actual del capital. En estas condiciones, es claro que [6] y [7] dejan de ser óptimos; asimismo [5], evaluada en P, P_L y P_K ya no se cumple. Para determinar la nueva combinación input-output óptima, el empresario debe resolver un nuevo problema de optimización:

$$B_c = P[\delta^\sigma K_0^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \delta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} - P_L L - P_K K_0 \qquad [8]$$

en el que a diferencia de [2] el stock de capital es un dato. Es decir, a comienzos del período t el empresario llevará a cabo un ajuste a corto plazo en el cual se dejarán de cumplir las expresiones equivalentes (en términos de P_K) a [3]. Y ello tiene graves consecuencias para la estimación de la elasticidad de sustitución para lo cual tomaríamos, por ejemplo, el empleo, el stock de capital, P_L y P_K observados en t y los sustituiríamos en [3]. Tras tomar logaritmos obtendríamos:

$$\log \frac{K}{L} = \sigma \log \frac{\delta}{1 - \delta} - \sigma \log \frac{P_K}{P_L} \qquad [9]$$

Si dispusiéramos de series suficientemente largas de las cuatro variables, podríamos estimar σ mediante una regresión simple:

$$\log \frac{K}{L} = \sigma \log \frac{\delta}{1 - \delta} - \sigma \log \frac{P_K}{P_L} + u \qquad [10]$$

[1] Aunque esta hipótesis pueda parecer restrictiva, para nuestros fines, como veremos, es totalmente aceptable.

La cuestión, evidentemente, es que las expresiones que figuran en [3] sólo son válidas si en cada instante del tiempo el sistema está en equilibrio. Lo cual es obvio que no se cumple si existe alguna diferencia entre precios esperados y precios actuales. La consecuencia de ello es que la elasticidad calculada en [9] (estimada en [10]) diferirá del σ que figura en [3]. Es más, como veremos, las elasticidades de sustitución estimadas a partir de las transformaciones logarítmicas de las expresiones en [3] diferirán entre sí.

Así pues, el problema que se nos plantea es claro. Por un lado, las condiciones de equilibrio a largo nos permiten estimar por métodos de regresión simple la elasticidad de sustitución. Sin embargo, la existencia de inputs fijos impedirá aplicarlas a las series actualmente observadas.

La solución a este problema parece también clara: debemos encontrar algún método que nos permita reconstruir el equilibrio a largo asociable a cada observación actual o equilibrio a corto. La hipótesis de expectativas realizadas es un artificio que nos va a permitir establecer esa asociación de una forma relativamente sencilla.

Resolviendo el problema de optimización en [8] obtenemos las funciones de oferta del output y demanda de trabajo a corto plazo:

$$Q = K_0 \delta^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \left[1 - (1 - \delta)^{\sigma} \left(\frac{P_L}{P} \right)^{1-\sigma} \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \qquad [11]$$

y

$$L = K_0 \left(\frac{\delta}{1 - \delta} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \left[\left(\frac{1}{1 - \delta} \right)^{\sigma} \left(\frac{P}{P_L} \right)^{1-\sigma} - 1 \right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \qquad [12]$$

Sin embargo, puesto que bajo el sistema de precios esperado en $t - \tau$, la expresión [5] sigue siendo cierta, puede comprobarse directamente que el sistema [11] y [12] es idéntico al [6] y [7]. Es decir, que el empresario en el período t opera con una combinación output-trabajo idéntica a la que esperaba. La diferencia es que el sistema [6] y [7] definía un equilibrio a largo mientras que el [11] y [12] definen tan sólo un equilibrio a corto o equilibrio temporal (véase Berndt y Fuss (1986)) en tanto que un cambio no esperado en los precios (el del capital en nuestro caso) ha conducido a una utilización relativa de los factores en el corto plazo la cual es inapropiada en el equilibrio a largo plazo. En suma, se da una situación de sobreutilización o infrautilización de la capacidad productiva. Como diría algún investigador, el flujo de servicios que proporciona el stock de capital es mayor o menor que el que debería proporcionar si la unidad productiva estuviera en equilibrio a largo. Diría que por ser el capital un input cuasi-fijo, es decir, que tiene la propiedad de que el flujo de servicios que proporciona varía directamente con la cantidad aplicada de los inputs variables, el empresario, si bien a corto plazo no puede ajustar el stock de capital a su precio, sí que puede ajustar el flujo de los servicios de

capital. En este contexto, bastaría con reformular las expresiones anteriores sustituyendo K, el stock de capital, por otra variable $\mathcal{J}$, el flujo de los servicios de capital, y los posibles sesgos producidos por las diferencias entre los equilibrios a corto y a largo desaparecerían.

Sin embargo, nosotros no creemos que ésta sea una solución razonable en tanto que nadie ha encontrado hasta la fecha (ni nadie sabe cómo hacerlo) una medida indiscutible e indiscutida del flujo de servicios del capital. La solución que aquí proponemos está relacionada con la propuesta por Berndt y Fuss (1986) para la medición de la productividad multifactor. Para comprender esta solución y sus consecuencias vamos a hacer uso del enfoque dual de la producción, el coste, analizando qué similitudes y diferencias existen entre las diferentes funciones esperadas en el período $t - \tau$ y los actuales del período. Los resultados se ilustran en el gráfico 1 para el caso $P_K^* > P_K$.

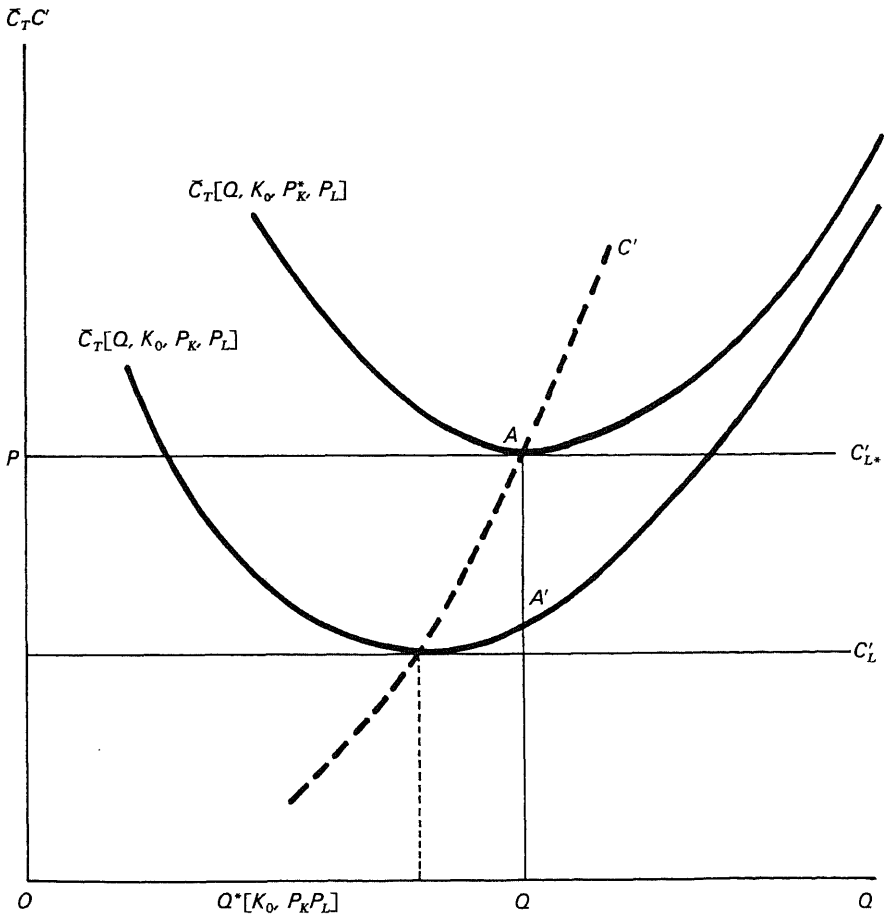

Gráfico 1.

2.1. *Costes a largo*

Esperado:

$$C_{L*} = Q[\delta^{\sigma} P_K^{*\,1-\sigma} + (1 - \delta)^{\sigma} P_L^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \qquad [13]$$

Actual:

$$C_L = Q[\delta^{\sigma} P_K^{1-\sigma} + (1 - \delta)^{\sigma} P_L^{1-\sigma}]^{\frac{1}{1-\sigma}} \qquad [14]$$

Puesto que la función precio es creciente respecto de los precios de los inputs es clara la relación entre los costes marginales a largo (C'):

$$P_K^* \gtreqless P_K \rightarrow C'_{L*} \gtreqless C'_L \qquad [15]$$

2.2. *Costes a corto*

De forma bastante directa puede comprobarse que los costes totales esperado y actual son:

Esperado:

$$C_T^*(Q, K_0, P_K^*, P_L) = P_L\left(\frac{1}{1 - \delta}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} [Q^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - \delta K_0^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} + P_K^* K_0 \qquad [16]$$

Actual:

$$C_T(Q, K_0, P_K, P_L) = C_T(Q, K_0, P_K^*, P_L) - (P_K^* - P_K) K_0 \qquad [17]$$

De donde:

$$P_K^* \gtreqless P_K \rightarrow C_T^*(Q, K_0, P_K^*, P_L) \gtreqless C_T(Q, K_0, P_K, P_L) \qquad [18]$$

Además es obvio que representando por $\bar{C}_T$ los costes totales medios la siguiente relación es cierta:

$$\bar{C}_T^*(Q, K_0, P_K^*, P_L) - \bar{C}_T(Q, K_0, P_K, P_L) = (P_K^* - P_K) K_0 Q^{-1} > 0 \qquad [19]$$

Finalmente, es evidente que los costes marginales esperados y actuales son iguales.

2.3. *Output de capacidad*

Definimos el output de capacidad como el volumen de output para el cual, dado un stock de capital, se iguala el coste total con el coste a largo (el coste

marginal a corto con el coste marginal a largo). En el caso de rendimientos constantes, es el volumen de producción que minimiza el coste total medio.

Así pues, tenemos que los output de capacidad son:

Esperado

$$Q_*^* = (K_0, P_K^*, P_L) = K_0\delta^{-\sigma}\left(\frac{P_K^*}{P}\right)^{\sigma} \qquad [20]$$

Actual

$$Q^* = (K_0, P_K, P_L) = K_0\delta^{-\sigma}\left(\frac{P_K}{P}\right)^{\sigma} \qquad [21]$$

además operando en [11] se comprueba que el output de capacidad esperado se iguala al output actual de equilibrio a corto. Es directo que:

$$P_K^* \gtreqless P_K \rightarrow Q^*(K_0, P_K, P_L) \gtreqless Q_*^*(K_0, P_K^*, P_L) = Q \qquad [22]$$

Es decir, si, digamos, $P_K^* > P_K$, el output actual, Q, es mayor que el output de capacidad actual. El empresario opera con una dimensión pequeña en relación al output que lanza. Podría reducir su corte unitario si incrementase el stock de capital.

O, equivalentemente, está sobreutilizando el stock de capital obteniendo un flujo de servicios superior al óptimo en el equilibrio a largo. En el caso $P_K^* < P_K$ existiría una infrautilización del stock o exceso de capacidad, mientras que si $P_K^* = P_K$ el equilibrio actual sería un equilibrio a largo.

2.4. *Beneficios*

Es evidente que el beneficio esperado en $t - \tau$ era nulo. Se cumplía que:

$$PQ = P_L L + P_K^* K_0 \qquad [23]$$

Para el caso $P_K^* > P_K$ esto equivale a que en el gráfico 1 el ingreso esperado $OP \times OQ$ se iguale al coste esperado $QA \times OQ$. Por otro lado el ingreso actual es igual al esperado $I = PQ = OP \times OQ$, pero el coste actual es:

$$C_T = P_L + P_K K = QA' \times OQ \qquad [24]$$

Inmediatamente se sigue que la cuasi-renta marshaliana actual por unidad de capital es:

$$Z_K = \frac{PQ - P_L L}{K} = P_K^* \qquad [25]$$

Es decir, la retribución actual del capital es exactamente igual a la esperada. En este caso podemos decir que las expectativas precio y cantidad se han realizado.

Abandonemos ahora cualquier supuesto acerca del proceso de generación de expectativas así como su grado de cumplimiento y consideremos el siguiente caso: la unidad productiva produce el bien Q con un input variable, L, ajustable instantáneamente a corto plazo, y un input fijo, K, cuya cantidad, K_0, es invariable durante el período y sean P, P_L y P_K los precios de mercado. En esta situación es evidente que si la unidad maximiza beneficios tomando los precios como datos, se cumplirá que: *a*) los niveles de Q y L vendrán dados por [11] y [12], respectivamente, *b*) el coste total a corto es [24], y *c*) el valor de la producción es [23]. Es decir, la retribución total que está obteniendo el capital es $PQ - P_L L$ y, por tanto, la cuasi-renta unitaria coincide con [25]. En otros términos, dada la observación de equilibrio a corto (Q, L, K, P, P_L, P_K), independientemente de cómo sea el proceso de generación de expectativas y su grado de cumplimiento la combinación cantidades-precio (Q, L, K, P, P_L, Z_K), donde Z_K es la cuasi-renta unitaria efectiva, constituye una combinación de equilibrio a largo generada por la misma CES que ha generado el equilibrio temporal observado.

Así pues, la norma que se deduce de este resultado es que si desea estimar la elasticidad de sustitución mediante modelos lineales (basados en la CES) utilizando series del output, capital, empleo y precios, sustituya el precio observado del capital por el calculado restando al valor de la producción el coste salarial y dividiendo el resultado por el stock de capital.

Es evidente que esta «receta» es válida sólo bajo los supuestos que subyacen en la discusión llevada a cabo en esta sección. En primer lugar sólo hay un input fijo y otro variable, y éste, por supuesto, debe ser ajustable instantáneamente a corto plazo. Si hay más de un input fijo o si realmente existen graves problemas de ajuste instantáneo para el input supuestamente variable, como hace notar Hulten (1986), el cálculo de sus retribuciones efectivas no es ni tan directo ni unívoco. Sin embargo, supuesta la existencia de un agregado de los inputs fijos, el cálculo de su retribución efectiva es el ingreso total menos el coste variable. Finalmente aunque también es obvio, la validez del resultado depende de que no existan errores de medida en las distintas varibles que forman parte de las regresiones. Pero éste no es un problema exclusivo de estos modelos, sino que afecta por igual a toda aplicación econométrica, por lo cual el analista tal vez deba tan sólo preocuparse de que ha medido las variables lo más correctamente que le permite la información estadística disponible, e interpretar los resultados en términos de las variables realmente observadas.

3. Alguna evidencia empírica

Con el fin de ilustrar empíricamente la discusión teórica precedente, vamos a utilizar información sobre la economía global de doce países. Antes de pasar a analizar la base informativa, es conveniente establecer las hipótesis mantenidas

del modelo econométrico. Para cada país supondremos que existe una función de producción agregada $V = V(K, L, X, A)$ homogénea lineal en la que V es el output agregado, K es el stock de capital, L es el trabajo, X es un vector que incluye los demás inputs del proceso productivo y A es el índice de progreso tecnológico. Supondremos que el cambio técnico es Hicks-neutral y que K y L son débilmente separables de los demás inputs. Esto significa que (véase Solow (1957) y Berndt (1976)) existe una función $Q = F(K, L)$ que define un índice agregado del trabajo y capital mediante una relación tecnológica[2] entre estos dos factores. Finalmente, supondremos que una tecnología CES es una buena representación del índice $F(.)$. Así pues,

$$Q = [\delta K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1 - \delta)L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \qquad [26]$$

y reescribiendo en términos logarítmicos las expresiones en [3], obtenemos:

$$\log (Q/L) = -\sigma \log (1 - \delta) + \sigma \log (P_L/P) \qquad [26.A]$$

$$\log (Q/K) = -\sigma \log \delta + \sigma \log (P_K/P) \qquad [26.B]$$

$$\log (K/L) = \sigma \log (\delta/1 - \delta) + \sigma \log (P_L/P_K) \qquad [26.C]$$

Expresiones que completadas con la correspondiente perturbación aleatoria conducirán a otros tantos modelos econométricos:

$$\log (Q/L) = \alpha_A + \sigma \log (P_L/P) + U_A \qquad [27.A]$$

$$\log (Q/K) = \alpha_B + \sigma \log (P_K/P) + U_B \qquad [27.B]$$

$$\log (K/L) = \alpha_C + \sigma \log (P_L/P_K) + U_C \qquad [27.C]$$

en los cuales σ, la elasticidad de sustitución entre trabajo y capital, puede ser estimada por métodos lineales de una forma consistente siempre y cuando P, P_L y P_K se consideren exógenos. Si los precios son endógenos las estimaciones de σ serán inconsistentes y la dirección del sesgo no puede determinarse (véase Maddala y Kadane (1966)). Por otro lado, cuando cantidades y precios son endógenos, Berndt (1976) aconseja estimar σ a partir de las regresiones inversas de [27]:

$$\log (P_L/P) = \beta_A + \frac{1}{\sigma} \log (Q/L) + v_A \qquad [28.A]$$

$$\log (P_K/P) = \beta_B + \frac{1}{\sigma} \log (Q/K) + v_B \qquad [28.B]$$

$$\log (P_L/P_K) = \beta_C + \frac{1}{\sigma} \log (K/L) + v_C \qquad [28.C]$$

[2] Esta relación es puramente tecnológica en tanto que las hipótesis establecidas permiten reescribir $V = V(.)$ como $V = AH[F(K, L), X]$.

Así pues, en una aplicación empírica, una vez aceptadas las hipótesis mantenidas establecidas anteriormente, disponemos en principio de seis modelos alternativos para estimar la elasticidad de sustitución. Sin embargo, puesto que una regresión lineal simple y su inversa poseen el mismo R^2 y que éste es el producto de los coeficientes estimados en la regresión y en su inversa, es claro que conocido el σ estimado y el R^2 en, digamos, [27.A], el cálculo del σ estimado por métodos lineales en [28.A] es directo. Por esta razón, en lo que sigue nos centraremos en las regresiones tipo [27].

La cuestión ahora es cómo obtener la información necesaria para el análisis. Supongamos, en principio, que conocemos las series K, L, P_L y Z_K, la cuasi-renta unitaria del capital. Es claro, entonces, que a la luz de los resultados obtenidos en la sección anterior P, el precio del índice agregado Q, debe satisfacer la función precio (equilibrio a largo). Puesto que tal función no se conoce, el precio puede ser aproximado mediante el índice de Tornqvist:

$$\begin{aligned} \log P(t) - \log P(t-1) = \bar{W}_L(\log P_L(t) - \\ - \log P_L(t-1)) + \bar{W}_K(\log Z_K(t) - \log Z_K(t-1)) \end{aligned} \qquad [29]$$

siendo $\bar{W}_L$ y $\bar{W}_K$ las participaciones medias entre t y $t-1$ de, respectivamente, el trabajo y el capital en el valor total del índice agregado $(P_L L + Z_K K)$ y $P(1) = 1$, de forma que el sistema de precios se define en base $t = 1$. Una vez calculada la serie P, es claro que el índice agregado de equilibrio a largo satisface:

$$Q = \frac{P_L L + Z_K K}{P} \qquad [30]$$

De esta forma habremos obtenido una buena aproximación a la combinación de equilibrio a largo (Q, K, L, P, Z_K, P_L) la cual habrá sido generada por la misma tecnología que las observaciones correspondientes al equilibrio a corto actualmente observado. Desde luego, los problemas de obtención de datos no acabarán con la aplicación de [29] y [30]. Es bien sabido que la obtención de información referente al stock de capital, al trabajo, al precio de éste y a la cuasi-renta puede llegar a ser realmente compleja. Sin embargo, por simplificar las cosas, supongamos que hemos podido lograr un acuerdo acerca de cómo medir K y L, de forma que la interpretación de la elasticidad de sustitución se circunscribirá a esa forma de medir el trabajo y el capital. Una vez logrado este acuerdo, la obtención de la serie de costes salariales no es muy compleja a según qué niveles de agregación y, por tanto, el cálculo de P_L puede considerarse directo. En el marco de ese acuerdo el problema se «reduce» al cálculo de la cuasi-renta. En este punto nos encontraremos con que el logro de un acuerdo puede ser más problemático que lo era respecto a K y/o L. Pero los resultados de la sección 2 muestran que en este caso no valen los acuerdos: el precio a utilizar para el capital no puede ser uno cualquiera, pues podría resultar un precio actual o de equilibrio a corto; más aún, el precio del acuerdo podría no ser ni siquiera eso. Nuestros resultados muestran que de no conocer el proceso

de generación de expectativas ni su grado de cumplimiento, el precio de equilibrio a largo compatible con la tecnología subyacente ha de ser la cuasi-renta. La cuestión es que dada la forma en que hemos definido Q y el modo en que hemos calculado P y el propio Q, todo índice que elijamos para Z_K se convierte automáticamente en una cuasi-renta.

En el contexto de la sección 2 el índice de precios del capital apropiado en el equilibrio a largo es (caso de dos inputs) lo que el empresario está obteniendo efectivamente por unidad de capital tras retribuir al otro input. Es decir, la cuasi-renta incluye lo que la empresa entendería por excedente bruto. Incluiría, por tanto, el rendimiento neto después de impuestos, los impuestos sobre sociedades, los impuestos sobre la propiedad de las empresas y la parte que la empresa destina a depreciación. Incluye, en suma, el excedente neto antes de impuestos y las amortizaciones.

La consideración de otro índice para medir la cuasi-renta no garantiza el cumplimiento de las condiciones de equilibrio a largo. En consecuencia, en este caso la combinación de precios y cantidades no tiene por qué corresponder con la que sería generada por una tecnología CES en una serie de equilibrios a largo. Combinando este resultado que, por otra parte, está acorde con la evidencia empírica que puede deducirse a partir de Berndt (1976) debemos esperar que la consideración de la cuasi-renta calculada correctamente debe traducirse en estimaciones de σ muy similares (estadísticamente idénticas) en los tres tipos de ecuaciones [27]. Asimismo, las regresiones deberán mostrar R^2's elevados; lo cual estará garantizando estimaciones de σ en los modelos [28] muy similares entre sí y con las obtenidas en [27]. Por otro lado, la utilización de índices de precios del capital diferentes a la cuasi-renta unitaria que efectivamente está obteniendo la unidad productiva deberá traducirse en escasa o nula significatividad de las estimaciones, signos incorrectos y bajos R^2. Por supuesto, que la adopción de precios del capital proporcionales o cuasi-proporcionales a la cuasi-renta, o muy similares a ella, conducirán a estimaciones aceptables de σ, con similares propiedades a las de la cuasi-renta.

Para corroborar estas afirmaciones vamos a llevar a cabo un experimento de simulación en el cual la mayoría de los datos básicos son reales y corresponden a datos publicados de fácil acceso para el analista. Actuando así conseguimos, por un lado, que el número de casos sea suficientemente grande como para que el experimento tenga alguna validez general y, por otro lado, que los resultados empíricos mantengan una relación al menos parcial con la realidad. Los países considerados en nuestro experimento son: Bélgica (BE), Dinamarca (DEN), Francia (FR), Gran Bretaña (GB), República Federal Alemana (GER), Grecia (GR), Italia (IT), Japón (JAP), Luxemburgo (LUX), Holanda (NED), España (SP) y Estados Unidos (USA); la periodificación es anual y las series utilizadas abarcan desde 1966 hasta 1984.

Todos los datos necesarios para el experimento se han obtenido directamente de tres fuentes estadísticas. En primer lugar, en la publicación del Fondo Monetario Internacional «International Financial Statistics. Yearbook 1986» está disponible para todos los países y años las series del «discount rate», que en

nuestra simulación será considerado como tipo de interés para el cálculo de los precios incorrectos del capital. En segundo lugar, a partir de la publicación de la OCDE «Revenue Statistics of the OECD Member Countries» se puede calcular para cada país y año la tasa de imposición efectiva del impuesto sobre sociedades, la cual se utiliza en el cálculo del índice de Hall-Jorgenson. Finalmente en la publicación del EUROSTAT «National Accounts ESA. Aggregates» de 1980 y 1984 aparecen las partidas de la contabilidad nacional de cada país, en moneda corriente, necesarias para completar nuestro análisis: los costes salariales, las amortizaciones, el excedente neto antes de impuestos, la formación bruta de capital fijo y su deflactor con base 1966 así como las series de empleo medidas en miles de personas año. Desafortunadamente, no ha sido posible conseguir para todos los países y años una proxy del empleo que cumpla mejor el requisito, establecido en la sección 2, de posibilidad de ajuste instantáneo. Hubiera sido mejor, evidentemente, poder disponer de las horas totales trabajadas en el año. Esta es una deficiencia de nuestro análisis y una de las razones por la cual preferimos hablar de simulaciones más que de aplicación empírica. En lo que sigue, operaremos e interpretaremos nuestros resultados como si el empleo medido en personas fuese realmente ajustable a corto plazo.

Para el cálculo del stock de capital, el cual no estaba disponible en todos los países[3], hemos utilizado cuatro hipótesis alternativas. La primera consiste en suponer que en una economía las amortizaciones son la décima parte del stock. Obtenemos así la serie:

$$K_1(t) = 10_* A(t)$$

donde A son las amortizaciones deflactadas por el índice de precios de la inversión bruta. La segunda hipótesis consiste en suponer que las amortizaciones coinciden con la depreciación real; así el stock de capital es:

$$K_2(t) = IN(t - 1) + K_2(t - 1)$$

donde IN es la serie de inversión neta deflactada por el índice de precios de la inversión. Como valor inicial del stock de capital, puesto que las series de inversión neta no eran muy largas, hemos tomado diez veces las amortizaciones en 1966. Finalmente, hemos considerado el modelo del inventario perpetuo. Puesto que para su aplicación es necesario establecer la tasa de depreciación y nuestra información era insuficiente en este punto, hemos optado por considerar dos valores alternativos que han dado lugar a otras dos nuevas series del capital:

$$K_3(t) = IB(t - 1) + (1 - 0{,}1)K_3(t - 1)$$

y

$$K_4(t) = IB(t - 1) + (1 - 0{,}12)K_4(t - 1)$$

donde IB es la serie de inversión bruta.

[3] Por supuesto, no figura en ninguna de las publicaciones referenciadas y para algunos países como, por ejemplo, España no existen estadísticas fiables suficientemente largas.

En ambos casos el stock de capital inicial se ha calculado como en K_2. Es evidente que estas hipótesis simplificadoras en ningún caso pueden conducir a un cálculo exacto del stock de capital en cada país. Seguramente, ni siquiera será una aproximación aceptable en la mayoría de ellos. Con todo, el abanico es suficientemente amplio como para que la medida correcta pueda encuadrarse entre sus límites para algunos países.

Como precios del capital o cuasi-rentas alternativas hemos definido tres. Los dos primeros, que nosotros consideramos erróneos, son variantes del índice Hall-Jorgenson. El primero fue utilizado, entre otros, por Coen (1968) y viene dado por:

$$P_K{}^1{}_t = q_t(r_t + \delta)$$

donde q_t es el precio de los nuevos bienes de capital, r_t es la tasa de descuento y δ es la tasa de depreciación que vale 0,12 cuando se considera $K_4(t)$ y 0,1 en los demás casos. El segundo es el índice de Hall-Jorgenson, en el que q_t, r_t y δ se definen como en $P_K{}^1$ y la imposición se introduce en términos de tasas efectivas y no en términos de tasas legales. Para el cálculo del valor presente de las deducciones por amortización se ha utilizado la fórmula de los números índices considerando un período de diez años y la media de r_t como tasa de descuento para el período. Se obtiene, así, el índice $P_K{}^2$ en el que, al igual que en $P_K{}^1$, las ganancias de capital han sido ignoradas intencionadamente.

El cálculo de la cuasi-renta que nosotros consideramos más próxima al valor ideal se ha obtenido directamente de la publicación citada del EUROSTAT. A partir de ella conocemos el excedente neto de la explotación antes de impuestos, la cual excluye los impuestos indirectos. También conocemos el valor de las amortizaciones. La suma de ambos conceptos será la retribución que le queda al capital tras remunerar todos los demás factores. Ese monto total dividido por el stock de capital proporciona la cuasi-renta unitaria, $P_K{}^3$.

Dados L y P_L (el cual se ha definido como el coste salarial total partido por L), para cada combinación (L, P_L, $K.$, $P_K.$) obtenemos una serie de precios del output así como una serie del output real. En resumen, para cada país disponemos de cuatro series del stock de capital y para cada una de ellas de tres series de precios del capital, lo que proporciona doce casos por país. Por cada caso se han estimado las tres regresiones comprendidas en las fórmulas [27]. Los resultados para el stock de capital K_2 figuran en el cuadro 1, y para los stocks K_1, K_3 y K_4 en los cuadros $A1$, $A2$ y $A3$ del apéndice, respectivamente. Por filas se ofrece la información de cada país que consiste en nueve casillas. Las tres primeras recogen la información cuando se considera $P_K{}^1$, las tres siguientes utilizan la serie $P_K{}^2$ y las tres últimas, $P_K{}^3$. El código de la regresión (A, B o C) coincide con el establecido en [27]. Para cada regresión se proporciona la siguiente información: el primer número es la estimación de σ y el «*» indica que es significativa el 5 por 100; el segundo es el R^2 y el tercero es el Durbin-Watson.

CUADRO 1

$K_2(t) = IN(t-1) + k_2(t-1)$

	*A*1	*B*1	*C*1	*A*2	*B*2	*C*2	*A*3	*B*3	*C*3
BEL	−0,76* 0,22 0,46	−0,75* 0,25 0,52	−0,77* 0,22 0,46	−0,83* 0,28 0,57	−0,91* 0,33 0,66	−0,84* 0,28 0,58	0,70* 0,99 0,44	0,71* 0,98 0,37	0,70* 0,98 0,40
DEN	−0,34 0,02 0,80	−0,55 0,04 0,20	−0,35 0,02 0,08	−0,51 0,04 0,12	−0,68 0,06 0,26	−0,52 0,04 0,12	0,89* 0,98 0,73	0,89* 0,98 0,71	0,89* 0,98 0,72
FR	0,01 0,00 0,04	−0,61* 0,23 0,21	−0,03 0,00 0,04	−0,11 0,00 0,04	−0,64* 0,27 0,25	−0,15 0,00 0,04	0,73* 0,98 0,62	0,73* 0,99 0,65	0,73* 0,99 0,64
GB	−0,26 0,05 0,12	−0,27 0,05 0,18	−0,26 0,05 0,13	−0,39 0,11 0,20	−0,37 0,09 0,26	−0,38 0,11 0,21	1,03* 0,96 1,10	1,02* 0,96 1,13	1,02* 0,96 1,12
GER	0,29 0,07 0,10	0,14 0,02 0,07	0,28 0,06 0,10	0,27 0,06 0,09	0,13 0,01 0,06	0,26 0,06 0,09	0,82* 0,98 0,49	0,83* 0,98 0,48	0,83* 0,98 0,48
GR	−1,21* 0,81 0,54	−1.93* 0,86 0,80	−1,23* 0,81 0,54	−1,20* 0,82 0,53	−1,91* 0,86 0,88	−1,21* 0,82 0,53	0,80* 0,98 0,20	0,78* 0,97 0,23	0,79* 0,97 0,28
IT	−0,63* 0,80 1,43	−0,75* 0,69 1,06	−0,63* 0,80 1,40	−0,60* 0,82 1,40	−0,73* 0,70 1,03	−0,61* 0,82 1,37	0,73* 0,99 1,03	0,73* 0,99 1,02	0,73* 0,99 1,02
JAP	0,88* 0,66 0,94	0,87* 0,66 0,96	0,88* 0,66 0,94	0,91* 0,59 0,82	0,91* 0,61 0,85	0,91* 0,59 0,82	0,67* 0,99 0,81	0,67* 0,99 0,67	0,67* 0,99 0,73
LUX	−0,51* 0,42 0,86	−0,41* 0,37 0,73	−0,51* 0,42 0,85	−0,40* 0,68 0,84	−0,31* 0,74 1,01	−0,39* 0,69 0,85	0,33* 0,90 0,91	0,37* 0,88 0,75	0,36* 0,88 0,79
NED	0,45 0,07 0,14	0,74 0,13 0,28	0,46 0,07 0,14	0,39 0,05 0,11	0,67 0,10 0,23	0,40 0,05 0,11	0,93* 0,87 0,41	0,93* 0,87 0,42	0,93* 0,97 0,42
SP	2,28 0,19 0,32	1,77 0,19 0,32	2,25 0,19 0,32	2,35 0,20 0,34	1,79 0,19 0,33	2,31 0,20 0,34	0,87* 0,97 0,32	0,88* 0,97 0,30	0,88* 0,97 0,31
USA	−0,32* 0,37 0,39	−0,36* 0,37 0,46	−0,32* 0,37 0,40	−0,29* 0,30 0,33	−0,35* 0,33 0,42	−0,29* 0,31 0,33	0,93* 0,95 0,90	0,93* 0,96 0,93	0,93* 0,96 0,92

Estos cuadros muestran que, sea cual sea el stock de capital utilizado, el R^2 es siempre mayor en las regresiones tipo 3 que en cualquier otra. Además, las estimaciones de σ cuando se utiliza la cuasi-renta basada en datos contables siempre es significativa y no sufre variaciones apreciables (en muchos países es idéntica) cuando cambia la forma funcional. Esto se verifica para cualquier país y stock de capital, aunque todo parece indicar que $K_2(t)$ es una serie que se aproxima mejor al hipotético stock de capital en cada país, en tanto que los R^2 son mayores y asimismo se obtienen estimaciones de σ más alejadas de cero. Cualitativamente, sin embargo, las diferencias existentes entre países, cuando se consideran diferentes stocks de capital, respecto del valor estimado de la elasticidad de sustitución son inapreciables. Por un lado, Luxemburgo, Bélgica y Japón forman un grupo de países con muy baja elasticidad de sustitución y, por otro, Alemania, España, Dinamarca, Holanda, Estados Unidos y Gran Bretaña mostrarían las elasticidades de sustitución más altas.

Si exceptuamos Luxemburgo y Japón, cuyo comportamiento es muy atípico, en todos los países y para cualquier serie del stock de capital, las regresiones realizadas con $P_K{}^1$ y $P_K{}^2$ proporcionan estimaciones de la elasticidad de sustitución no significativas, o con signos incorrectos cuando son significativos. A la vez, los R^2 son en la mayoría de los casos muy bajos, y cuando son moderados o altos conducen a estimaciones de la elasticidad de sustitución con signo erróneo. Aún para aquellos dos países atípicos, los R^2 siempre son más bajos en las regresiones tipo 1 y 2 que en la tipo 3. Asimismo, excepto, obviamente, cuando la estimación de σ es no significativa, las diferencias existentes entre las σ's estimadas por cada forma funcional son mayores (o a lo sumo iguales) en $P_K{}^1$ y $P_K{}^2$ que en $P_K{}^3$ y ello es aplicable incluso a Luxemburgo.

Por otra parte, para todos los países y en todos los casos los valores del Durbin-Watson indican la presencia de una fuerte correlación serial. Esto no es sorprendente en absoluto si tenemos en cuenta las características de las series aquí utilizadas[4]. Sea cual sea la causa de la autocorrelación, es claro que el Durbin-Watson está indicando que las perturbaciones poseen una matriz de covarianzas no escalar y que, por tanto, la aplicación de algún método que tenga en cuenta la correlación serial proporcionaría estimadores de σ asintomáticamente más eficientes.

Ello requiere, obviamente, establecer alguna hipótesis sobre el proceso de generación de las perturbaciones en cada modelo y caso, bien de una forma totalmente a priori, bien en base a algún contraste estadístico basado en el análisis de los residuos en cada regresión. Nosotros vamos a elegir la primera alternativa asumiendo que un proceso $AR[1]$ puede ser al menos una buena aproximación. La razón es que no nos parece el tamaño muestral disponible suficientemente elevado como para llevar a cabo un análisis de residuos que proporcione información fiable sobre el proceso que genera las perturbaciones, sobre todo si tenemos en cuenta (véase Theil (1971)) que los residuos m.c.o. convergen tan sólo asintóticamente a las perturbaciones mientras que para muestras finitas la distribución de los residuos y de la perturbación puede ser totalmente diferente.

[4] El mismo problema se puede encontrar en los resultados empíricos de Berndt (1976).

Una vez establecida la hipótesis $AR[1]$ para las perturbaciones es bien conocido (véase Judge *et al.* (1985), cap. 8) que existe una gran variedad de métodos y todos ellos proporcionan estimadores del vector de coeficientes de la regresión con idéntica distribución asintótica y con propiedades para muestra finitas desconocidas en muchas ocasiones. La elección del método de estimación debe realizarse en base a estudios de Monte Carlo, los cuales no son concluyentes dependiendo fundamentalmente de la estructura de los regresores[5]. Por esta razón, porque el tamaño muestral es reducido y porque el objetivo central de este trabajo es presentar evidencia empírica que sustente los resultados de la sección 2 vamos a utilizar un método bietápico que une a su sencillez de aplicación un coste de cálculo muy reducido. Además, nuestro ánimo en esta fase es despejar la duda de si la estructura de las perturbaciones puede ser la causante de los pobres resultados obtenidos con P_{K^1} y P_{K^2}. Si realmente es así, un primer intento, aún no ortodoxo, de corregir la correlación serial se traducirá en una mejora apreciable.

El estimador bietápico se basa en el estadístico Durbin-Watson (d). Tras realizar la regresión m.c.o. utilizando el paquete RATS, el valor del coeficiente de autocorrelación:

$$\hat{\rho} = 1 - \frac{1}{2} d$$

se utiliza para definir dos nuevas variables:

$$Z_t = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1}$$
$$W_t = X_t - \hat{\rho} X_{t-1}$$

donde Y_t y X_t simbolizan, respectivamente, la variable endógena y el regresor del modelo en cuestión. El paso siguiente consiste en estimar el modelo:

$$Z_t = \alpha + \beta W_t + U_t$$

y la estimación de β es la estimación mínimo cuadrática generalizada, dado $\hat{\rho}$, de la elasticidad de sustitución.

Los resultados de este proceso se presentan en la tabla A4 del apéndice y se circunscriben a la serie del capital denominada $K_2(t)$, la cual tiene la ventaja de que no requiere hipótesis alguna sobre la tasa de depreciación. La información que aparece en esta tabla es la misma que en las anteriores, aunque, obviamente, el R^2 y el estadístico Durbin-Watson no son directamente comparables con los del cuadro 1 puesto que aquí están referidos a las variables Z y W. También es claro que el Durbin-Watson en este caso sólo tiene sentido referido a esas variables sin considerar su relación con las variables Y_t y X_t y tomando $\hat{\rho}$ como el verdadero ρ. En caso contrario es bien sabido que se quiebran las

[5] Ver Taylor (1981).

hipótesis estocásticas que permiten la aplicación del estadístico. Aun con todas estas salvedades, los resultados de esta tabla son concluyentes. En ningún caso la corrección de la autocorrelación avala la utilización de P_K^1 y P_K^2 frente a la cuasi-renta calculada en base a la información contable. Más bien estos resultados sustentan todo lo contrario.

4. Conclusiones

En este trabajo hemos aplicado la teoría del equilibrio temporal al problema de la elasticidad de sustitución cuando la tecnología subyacente es tipo CES y existe algún input fijo en el proceso productivo. Partiendo de la hipótesis de expectativas realizadas, hemos demostrado que dada una observación de precios y cantidades que representa un equilibrio a corto plazo, es posible obtener otra combinación de equilibrio a largo plazo, generada por la misma tecnología que la anterior, en base a la información contable de la unidad productiva.

Con el fin de ilustrar empíricamente el resultado teórico, hemos llevado a cabo un experimento de simulación basado en datos reales de diez países europeos, incluido España, junto con Japón y Estados Unidos. Las estimaciones empíricas muestran que tan sólo la cuasi-renta obtenida a partir de la información contable está de acuerdo con las propiedades teóricamente exigibles para la estimación de la elasticidad de sustitución. Asimismo, hemos comprobado que las deficiencias observadas cuando se utilizan índices de precios del capital basados en información extra-contable no son achacables a la estructura estocástica de las perturbaciones en los modelos econométricos.

En principio, las estimaciones aquí obtenidas sólo pueden interpretarse correctamente en el marco del experimento de simulación. Su validez empírica es, obviamente, limitada. No obstante, estas estimaciones pueden utilizarse para llevar a cabo una primera aproximación para la comparación internacional de las posibilidades de sustitución entre trabajo y capital. Por un lado nuestros resultados son coherentes en tanto que muestran diferencias significativas entre los distintos países. No hay que olvidar que estamos comparando naciones con estructuras económicas diferentes que se traducen en una distribución sectorial muy desigual del Valor Añadido Bruto y del Empleo y que han llevado a cabo procesos de ajuste muy diferentes para hacer frente a la crisis de los setenta (véase, entre otros, Martínez, Sanso y Trivez (1985)). En tanto que las posibilidades de sustitución en distintos sectores sean diferentes, los países en los que, por ejemplo, la agricultura tenga un mayor peso relativo mostrarán distinta elasticidad de sustitución que aquellos países relativamente más especializados en los servicios o en otros sectores energéticos o manufactureros.

Pero, por otro lado, estas diferencias en la especialización sectorial se traducirán forzosamente en la composición del stock del capital así como en la tasa de depreciación tanto contable (Amortizaciones) como teórica. Sin embargo, en este experimento hemos utilizado el mismo criterio para todos los países a la hora de calcular el stock de capital inicial. Asimismo, las series de empleo aquí

utilizadas, definidas en términos de trabajadores/año, no es la medida idónea para el trabajo. Todo ello podría explicar el comportamiento atípico de Luxemburgo y Japón, así como de Bélgica, Francia e Italia, con elasticidades de sustitución anormalmente bajas. Sin embargo, las estimaciones en el resto de los países parecen estar de acuerdo con la evidencia empírica disponible. Dinamarca, Gran Bretaña, Holanda y Estados Unidos, principalmente, muestran elasticidades de sustitución en torno a la unidad, lo cual se corresponde con la discusión llevada a cabo en Berndt (1976). Con todo, un juicio más exacto debería sustentarse en un cálculo más preciso del stock de capital para cada país. Cálculo que supera con creces los objetivos y posibilidades de este trabajo.

Apéndice

CUADRO A1

$K_1(t) = 10 \times AN(t)$

	A1	*B1*	*C1*	*A2*	*B2*	*C2*	*A3*	*B3*	*C3*
BEL	−0,22 0,18 0,47	−0,20* 0,20 0,57	−0,21 0,19 0,48	−0,23* 0,23 0,56	−0,22* 0,26 0,69	−0,23* 0,23 0,56	0,39* 0,86 0,55	0,41* 0,85 0,47	0,41* 0,86 0,50
DEN	−0,15 0,03 0,09	−0,15 0,02 0,10	−0,15 0,03 0,09	−0,21 0,05 0,14	−0,21 0,05 0,17	−0,21 0,05 0,14	0,69* 0,92 0,69	0,69* 0,91 0,67	0,69* 0,92 0,68
FR	0,13 0,01 0,06	−0,16 0,03 0,06	0,11 0,01 0,06	0,05 0,00 0,05	−0,20 0,05 0,08	0,03 0,00 0,04	0,62* 0,99 0,76	0,62* 0,99 0,70	0,62* 0,99 0,72
GB	−0,11 0,02 0,09	−0,14 0,03 0,15	−0,11 0,02 0,09	−0,19 0,06 0,15	−0,22 0,08 0,23	−0,20 0,06 0,15	1,04* 0,93 1,13	1,03* 0,93 1,16	1,04* 0,93 1,15
GER	0,19 0,10 0,11	0,18 0,11 0,09	0,19 0,10 0,11	0,18 0,09 0,10	0,17 0,10 0,09	0,18 0,09 0,10	0,71* 0,94 0,43	0,73* 0,94 0,43	0,72* 0,94 0,43
GR	−0,47* 0,79 0,59	−0,62* 0,81 0,72	−0,48* 0,79 0,59	−0,46* 0,80 0,58	−0,61* 0,81 0,72	−0,47* 0,80 0,58	0,58* 0,91 0,31	0,55* 0,92 0,29	0,59* 0,92 0,30
IT	−0,26* 0,82 1,72	−0,23* 0,75 1,66	−0,26* 0,82 1,73	−0,25* 0,85 1,78	−0,22* 0,75 1,64	−0,25* 0,84 1,78	0,51* 0,97 1,05	0,52* 0,97 0,95	0,52* 0,97 1,98
JAP	0,39* 0,65 0,95	0,40* 0,67 0,86	0,39* 0,65 0,94	0,41* 0,59 0,85	0,42* 0,62 0,77	0,41* 0,59 0,85	0,47* 0,91 0,60	0,46* 0,90 0,62	0,46* 0,91 0,66
LUX	0,23* 0,20 0,80	0,15 0,11 0,66	0,23* 0,19 0,79	0,25* 0,61 1,48	0,21* 0,51 1,45	0,25* 0,61 1,48	−0,55* 0,68 2,31	−0,48* 0,72 2,17	−0,51* 0,71 2,26
NED	0,24 0,10 0,18	0,27 0,12 0,22	0,24 0,10 0,18	0,22 0,08 0,15	0,24 0,10 0,18	0,22 0,08 0,15	0,82* 0,85 0,38	0,82* 0,86 0,40	0,82* 0,86 0,39
SP	1,03 0,17 0,29	0,79 0,14 0,23	1,01 0,17 0,29	1,07 0,18 0,31	0,82 0,14 0,24	1,04 0,18 0,31	0,75* 0,88 0,31	0,77* 0,89 0,30	0,76* 0,88 0,28
USA	−0,20* 0,29 0,36	−0,20* 0,35 0,53	−0,21* 0,30 0,37	−0,18* 0,21 0,29	−0,19* 0,29 0,46	−0,18* 0,22 0,30	0,92* 0,91 0,88	0,93* 0,91 0,91	0,93* 0,91 0,90

CUADRO A2

$K_3(t) = IB(t-1) + (1-0{,}1)K_3(t-1)$

	*A*1	*B*1	*C*1	*A*2	*B*2	*C*2	*A*3	*B*3	*C*3
BEL	−0,52* 0,22 0,46	−0,54* 0,25 0,52	−0,52* 0,22 0,47	−0,57* 0,28 0,59	−0,59* 0,32 0,70	−0,57* 0,28 0,59	0,61* 0,98 0,53	0,61* 0,98 0,45	0,62* 0,98 0,48
DEN	−0,30 0,03 0,12	−0,36 0,03 0,20	−0,30 0,03 0,13	−0,40 0,05 0,17	−0,45 0,05 0,26	−0,41 0,05 0,17	0,83* 0,97 0,74	0,83* 0,97 0,72	0,83* 0,97 0,73
FR	−0,05 0,00 0,04	−0,49 0,21 0,19	−0,09 0,00 0,04	−0,14 0,01 0,05	−0,52 0,25 0,23	−0,17 0,01 0,05	0,68* 0,99 0,54	0,67* 0,99 0,58	0,67* 0,99 0,57
GB	−0,21 0,06 0,14	−0,19 0,04 0,17	−0,21 0,06 0,14	−0,30 0,11 0,22	−0,28 0,08 0,25	−0,30 0,11 0,22	1,01* 0,94 1,05	1,00* 0,94 1,08	1,00* 0,94 1,07
GER	0,21 0,07 0,11	0,11 0,02 0,08	0,20 0,06 0,10	0,20 0,06 0,10	0,11 0,02 0,07	0,19 0,05 0,10	0,77* 0,98 0,56	0,78* 0,97 0,53	0,77* 0,98 0,54
GR	−0,36* 0,74 0,41	−1.49* 0,82 0,67	−0,88* 0,74 0,41	−0,85* 0,75 0,40	−1,47* 0,82 0,66	−0,86* 0,75 0,40	0,75* 0,95 0,26	0,72* 0,94 0,24	0,74* 0,95 0,25
IT	−0,43* 0,76 1,22	−0,53* 0,65 0,93	−0,43* 0,76 1.19	−0,41* 0,77 1,16	−0,52* 0,65 0,89	−0,41* 0,77 1,13	0,65* 0,99 1,20	0,65* 0,99 1,22	0,65* 0,99 1,22
JAP	0,70* 0,64 0,91	0,69* 0,65 0,95	0,70* 0,64 0,91	0,73* 0,57 0,81	0,74* 0,60 0,86	0,73* 0,57 0,81	0,62* 0,99 0,92	0,61* 0,99 0,87	0,62* 0,99 0,90
LUX	−0,26* 0,42 0,91	−0,24* 0,38 0,86	−0,26* 0,41 0,91	−0,21* 0,78 1,11	−0,21* 0,77 1,29	−0,21* 0,78 1,12	0,22* 0,87 0,99	0,22* 0,86 0,84	0,22* 0,87 0,90
NED	0,33 0,07 0,15	0,51 0,12 0,26	0,34 0,07 0,16	0,28 0,05 0,12	0,46 0,10 0,22	0,29 0,05 0,13	0,88* 0,95 0,41	0,98* 0,95 0,42	0,98* 0,95 0,42
SP	1,76 0,20 0,34	1,42 0,19 0,31	1,73 0,20 0,34	1,80 0,21 0,36	1,44 0,18 0,32	1,77 0,21 0,36	0,83* 0,96 0,33	0,88* 0,96 0,31	0,88* 0,96 0,32
USA	−0,21* 0,33 0,38	−0,23* 0,31 0,41	−0,21* 0,33 0,38	−0,19* 0,26 0,32	−0,22* 0,27 0,38	−0,20* 0,26 0,33	0,86* 0,92 0,85	0,87* 0,93 0,88	0,87* 0,92 0,87

CUADRO A3

$$K_4(t) = IB(t-1) + (1-0{,}12)K_4(t-1)$$

	*A*1	*B*1	*C*1	*A*2	*B*2	*C*2	*A*3	*B*3	*C*3
BEL	−0,45* 0,22 0,46	−0,45* 0,23 0,54	−0,45* 0,22 0,47	−0,49* 0,28 0,59	−0,50* 0,31 0,69	−0,49* 0,28 0,59	0,58* 0,98 0,55	0,58* 0,98 0,46	0,58* 0,98 0,49
DEN	−0,28 0,03 0,14	−0,32 0,03 0,21	−0,29 0,03 0,14	−0,37 0,06 0,19	−0,40 0,05 0,26	−0,37 0,06 0,19	0,81* 0,97 0,74	0,80* 0,96 0,72	0,80* 0,96 0,73
FR	−0,05 0,00 0,04	−0,42 0,18 0,17	−0,08 0,00 0,05	−0,13 0,01 0,05	−0,45* 0,22 0,21	−0,15 0,01 0,06	0,65* 0,99 0,53	0,64* 0,99 0,57	0,65* 0,99 0,58
GB	−0,18 0,06 0,15	−0,16 0,04 0,17	−0,18 0,06 0,15	−0,26 0,12 0,23	−0,23 0,08 0,25	−0,26 0,12 0,23	1,00* 0,92 1,02	0,99* 0,92 1,05	0,99* 0,92 1,04
GER	0,18 0,07 0,11	0,11 0,03 0,08	0,18 0,06 0,11	0,17 0,06 0,10	0,10 0,02 0,07	0,17 0,06 0,10	0,74* 0,97 0,56	0,75* 0,97 0,53	0,74* 0,97 0,54
GR	−0,79* 0,72 0,38	−1,37* 0,81 0,63	−0,80* 0,72 0,38	−0,78* 0,73 0,38	−1,36* 0,81 0,62	−0,79* 0,73 0,38	0,74* 0,94 0,25	0,70* 0,93 0,24	0,73* 0,94 0,25
IT	−0,37* 0,75 1,19	−0,45* 0,64 0,91	−0,37* 0,74 1,16	−0,35* 0,76 1,13	−0,44* 0,64 0,87	−0,36* 0,76 1,10	0,62* 0,99 1,20	0,61* 0,99 1,24	0,62* 0,99 1,23
JAP	0,65* 0,63 0,90	0,63* 0,64 0,93	0,65* 0,63 0,90	0,67* 0,57 0,81	0,68* 0,59 0,84	0,67* 0,57 0,81	0,60* 0,99 0,93	0,59* 0,99 0,89	0,80* 0,99 0,91
LUX	−0,18* 0,38 0,91	−0,16* 0,32 0,83	−0,18* 0,38 0,90	−0,14* 0,68 1,10	−0,14* 0,70 1,16	−0,14* 0,68 1,08	0,16* 0,86 1,09	0,17* 0,88 0,79	0,16* 0,85 0,88
NED	0,29 0,07 0,15	0,45 0,12 0,26	0,30 0,07 0,16	0,25 0,05 0,12	0,41 0,10 0,21	0,26 0,05 0,13	0,86* 0,94 0,41	0,86* 0,94 0,42	0,86* 0,94 0,42
SP	1,60 0,20 0,34	1,29 0,19 0,30	1,58 0,20 0,34	1,65 0,21 0,36	1,30 0,18 0,31	1,62 0,21 0,36	0,81* 0,95 0,33	0,82* 0,95 0,31	0,81* 0,95 0,32
USA	−0,15* 0,29 0,40	−0,15* 0,25 0,41	−0,15* 0,29 0,40	−0,13* 0,24 0,35	−0,14* 0,22 0,38	−0,13* 0,24 0,35	0,79* 0,87 0,78	0,80* 0,88 0,81	0,79* 0,88 0,80

CUADRO A4
Estimación bietápica
$K(t) = IN(t-1) + K(t-1)$

	*A*1	*B*1	*C*1	*A*2	*B*2	*C*2	*A*3	*B*3	*C*3
BEL	0,00 0,00 0,06	0,06 0,03 0,08	0,00 0,00 0,06	−0,02 0,00 0,06	0,05 0,01 0,02	−0,02 0,00 0,06	0,66* 0,95 0,58	0,68 0,93 0,55	0,67* 0,94 0,56
DEN	0,02 0,00 0,23	0,00 0,00 0,12	0,02 0,01 0,23	0,01 0,00 0,18	−0,03 0,01 0,13	0,01 0,00 0,17	0,86* 0,93 0,97	0,85* 0,93 0,95	0,86* 0,93 0,96
FR	0,09 0,20 0,33	0,00 0,00 1,55	0,09 0,20 0,33	0,08 0,19 0,32	0,31 0,00 1,29	0,08 0,20 0,33	0,71* 0,98 0,94	0,72* 0,98 0,89	0,72* 0,98 0,81
GB	−0,02 0,01 0,11	0,01 0,00 0,25	0,02 0,01 0,11	0,01 0,00 0,09	−0,01 0,00 0,22	0,01 0,00 0,09	0,99* 0,88 1,40	0,98* 0,89 1,42	0,98* 0,88 1,42
GER	0,05 0,08 0,15	0,06 0,26 0,25	0,05 0,09 0,15	0,05 0,08 0,15	0,64* 0,26 0,26	0,05 0,09 0,15	0,81* 0,91 0,77	0,83* 0,91 0,79	0,82* 0,91 0,78
GR	−0,54* 0,42 0,88	−0,66* 0,27 0,68	−0,54* 0,41 0,87	−0,54* 0,42 0,87	−0,65* 0,27 0,69	−0,53* 0,42 0,87	0,51* 0,71 1,01	0,52* 0,78 1,06	0,51* 0,74 1,02
IT	−0,54* 0,74 1,65	−0,45* 0,55 1,26	−0,53* 0,73 1,64	−0,51* 0,76 1,71	−0,43* 0,55 1,26	−0,51* 0,75 1,70	0,70* 0,98 1,58	0,71* 0,97 1,67	0,71* 0,98 1,63
JAP	0,33 0,23 0,52	0,32 0,23 0,49	0,33 0,23 0,52	0,23 0,13 0,34	0,24 0,14 0,33	0,23 0,13 0,34	0,63* 0,97 1,38	0,64* 0,95 1,30	0,63* 0,96 1,32
LUX	−0,11 0,06 0,31	0,00 0,00 0,28	−0,11 0,05 0,31	−0,28* 0,36 0,80	−0,23* 0,35 0,99	−0,28* 0,36 0,81	0,30* 0,79 1,15	0,32* 0,72 1,08	0,31* 0,75 1,08
NED	0,03 0,03 0,13	0,08 0,07 0,15	0,04 0,03 0,13	0,03 0,03 0,14	0,07 0,08 0,17	0,03 0,04 0,14	0,93* 0,86 0,85	0,93* 0,87 0,94	0,92* 0,86 0,90
SP	0,05 0,00 0,06	0,00 0,00 0,06	0,05 0,00 0,06	0,07 0,00 0,06	0,00 0,00 0,06	0,06 0,00 0,06	0,89* 0,89 0,53	0,91* 0,89 0,56	0,90* 0,89 0,54
USA	−0,00 0,00 0,35	0,02 0,01 0,33	−0,00 0,00 0,32	0,01 0,01 0,36	0,03 0,03 0,34	0,01 0,00 0,36	0,97* 0,88 1,70	0,97* 0,88 1,74	0,97* 0,88 1,73

Referencias

Arrow, K. J.; Chenery, H. B.; Minhas, B. S., y Solow, R. M. (1961): «Capital labour substitution and economic efficiency», *The Review of Economics and Statistics, 43,* págs. 225-250.

Berndt, E. R. (1976): «Reconciling alternative estimates of the elasticity of substitution», *The Review of Economics and Statistics, 58,* págs. 59-67.

Berndt, E. R., y Fuss, M. A. (1986): «Productivity measurement with adjustments for variations in capacity utilization and other forms of temporary equilibrium», *Journal of Econometrics Annals,* 1986-2, págs. 7-29.

Coen, R. M. (1968): «Effects of tax policy on investment in manufacturing», *American Economic Review, 58,* págs. 200-211.

Hulten, C. R. (1986): «Productivity change, capacity utilization, and the sources of efficiency growth», *Journal of Econometric, 33,* págs. 31-50.

Judge, G. G.; Griffiths, W. E.; Hill, R. C.; Lutkepohl, H., y Lee, T. (1985): *The Theory and Practice of Econometrics,* 2.ª ed., Wiley, Nueva York.

Maddala, G. S., y Kadane, J. B. (1966): «Some notes on the estimation of the constant elasticity of substitution production function», *The Review of Economics and Statistics, 48,* págs. 340-344.

Martínez, C.; Sanso, M., y Trivez, J. (1985): «La industria aragonesa ante la integración: análisis comparativo y estudio de impacto», en *Libro blanco sobre las repercusiones en Aragón de la Integración de España en la CEE. Parte II,* D.G.A. ISBN: 84-505-1797-4.

Martínez, C., y Pascual, N. (1987): «Productividad multifactor y efecto capacidad en la industria española 1971-1981», Comunicación presentada en las III Jornadas de Economía Industrial, Madrid.

Martínez, C., y Pascual, N. (1988): «Una nota sobre la estimación de formas funcionales flexibles en condiciones de equilibrio temporal», mimeografiado Departamento de Análisis Económico, Universidad de Zaragoza.

Nerlove, M. (1967): «Recent empirical studies of the CES and related production functions», en *The Theory and Empirical Analysis of Producción,* M. Brown (ed.), Studies in Income and Wealth, 32, 55-122.

Paroush, J. (1984): «A note on the CES production function», *Econometrica, 32,* págs. 213-214.

Solow, R. M. (1957): «Technical change and the aggregate production function», *The Review of Economics and Statistics, 39,* págs. 312-320.

Taylor, W. E. (1981): «On the efficiency of the Cochrane-Orcutt estimator», *Journal of Econometrics, 17,* págs. 67-82.

Theil, H. (1971): *Principles of Econometrics,* North-Holland, Amsterdam.

Abstract

In this paper we analyze the consequences of the estimation of the elasticity of substitution in a CES technology when the productive unit is not in long-run equilibrium. Making use of the temporary equilibrium theory and the realized expectations hypothesis we have proved that, given a certain short-run equilibrium bundle of prices and inputs, it is possible to obtain a long-run equilibrium one. The analysis and the simulation procedure that have been carried out show that only the utilization of the marshallian quasi-rent or a price index proportional or quasi-proportional to it assure the correct estimation of the elasticity of substitution.

Recepción del original, diciembre de 1987.
Versión final, marzo, 1988.