

## PANORAMICA ACTUAL DE LA DECISION MULTICRITERIO DISCRETA

Sergio BARBA-ROMERO \*

*Universidad de Alcalá de Henares*

*La decisión multicriterio ha alcanzado un considerable grado de madurez y parece clara su potencial utilidad en el análisis y la gestión económicas. Este trabajo se centra en su vertiente de la Decisión Multidiscreta. Tras describir el paradigma dominante y analizar la problemática asociada a la determinación de sus elementos, pasa revista a los principales enfoques y métodos de ordenación de alternativas aparecidos en la literatura, incluyendo las aportaciones más recientes como la Decisión Difusa o las técnicas de Inteligencia Artificial. Concluye con una propuesta de soporte para la toma de decisiones multidiscretas actualmente en desarrollo.*

### 1. Introducción

La denominada Decisión Multicriterio (DMC) es un campo interdisciplinario de estudio tradicionalmente descuidado por el economista. Aparece situada entre otras dos grandes áreas que polarizan su atención: la Teoría del Consumidor desde un punto de vista unicriterio y la Teoría de la Elección Social y de las Decisiones de Grupo. Tan sólo ciertos enfoques, como el Análisis Coste-Beneficio, han abordado aunque sea en forma limitada la rica problemática que la DMC se plantea. Pero esta situación parece estar cambiando rápidamente, y tal vez sea oportuna una revisión del tema que permita valorar sus posibilidades en el análisis y la gestión económica. No otro es el objetivo de este trabajo.

El problema de la DMC es el de, utilizando terminología usual, una optimización con varias funciones objetivo simultáneas y un único agente decisor. Es por tanto un problema esencialmente normativo y en la línea, marcada por Simon (1976), de desplazar la racionalidad substantiva hacia la racionalidad del procedimiento. Son muy abundantes ya sus aportaciones teóricas y sus aplicaciones prácticas hacia muy diversos campos del conocimiento, y entre las de ambiente económico merecen destacarse las que se refieren a la Planificación Regional y Urbana y a la Toma de Decisiones en contextos del Sector Público, con una abundante gama de casos en ambos temas (véanse referencias en Rietveld (1980) y en Barba-Romero (1984)). Pero nuevas y atrayentes líneas de aplicación aparecen continuamente, como en Wallenius *et. al.* (1978) y en

\* Este trabajo se ha realizado en el marco del proyecto CAICYT 499/84. Agradezco los comentarios y sugerencias que a una versión preliminar aportaron Carmen Herrero, Luis Toharia, Diego Azqueta y un evaluador anónimo.

Despontin, Nijkamp y Spronk (1984) (política macroeconómica) o en Despontin *et. al.* (1986) (evaluación de productos por las asociaciones de consumidores). Por último, y como argumento adicional a los dichos, un importante porcentaje de los autores actualmente más activos de la DMC provienen o trabajan de/en instituciones o facultades de economía (Zions, Pekelman, Morse y Steuer en USA; Korhonen y Wallenius en Finlandia; Rietveld, Nijkamp, Van Delft y Paelinck en Holanda; Levine y Pomerol en Francia; Mareschal en Bélgica; Rajkovic y Bohanec en Yugoslavia; Boyssou en Canadá, etc.), lo cual es una novedad respecto de los ambientes clásicos de la DMC: Matemáticas, Ingeniería Industrial y de Sistemas, Investigación Operativa, etc.

De las dos grandes ramas en que, por bien fundadas razones de tipo teórico y práctico, es habitual y aceptado dividir el campo de la Decisión Multicriterio, nos interesa aquí aquélla que denominaremos Decisión MultiDiscreta (DMD en lo sucesivo)<sup>1</sup>. Una razón básica para esta selección, si es que es preciso añadir alguna a la de la mera preferencia, es la de que la DMD aborda los problemas prácticos más frecuentes: los de *selección* por el decisor de entre varias alternativas, pocas y concretas, posibles. La otra gran rama, la Decisión MultiObjetivo (MODM en sus siglas anglosajonas), más enfocada a problemas de *diseño* multicriterio, y con técnicas tan poderosas y respetables como la Programación Multicriterio o los diversos Métodos Interactivos propuestos por varios autores, no será considerada en lo sucesivo. (En Duesing (1981) puede encontrarse una revisión del tema desde una perspectiva económica.)

El problema de la DMD es ya paradigmático y posee incluso una notación y una representación gráfica casi prácticamente normalizadas, justificándose el casi por eventuales transgresiones al estándar y/o por transposiciones de la matriz de decisión. El gráfico 1, que será comentado en la próxima sección, recoge este paradigma.

Así planteada la DMD es relativamente joven, datando de principios de los años 70 las primeras revisiones panorámicas del tema, pero ya ha generado una voluminosa literatura. Sin embargo, su problema de fondo es evidentemente más antiguo y aparece en diversas disciplinas a veces próximas, a veces separadas: Optimos Paretianos y Eficiencia Económica, Teoría de la Elección Social, Análisis Coste-Beneficio, Medida Conjunta (Conjoint Measurement), ciertas teorías del Análisis Multivariante como el Escalado Multidimensional (Multidimensional Scaling o MDS), ciertas teorías de la Demanda del Consumidor como la de Lancaster, los Modelos de Elección Discreta (Discrete Choice), etc. Precisemos brevemente las relaciones de la DMD con algunas de ellas.

La conexión entre los conceptos de Óptimo Paretiano y Eficiencia Económica, por un lado, y la Decisión Multicriterio por otro se hace explícita en el ya

<sup>1</sup> Esta denominación de DMD no es más que una traducción libre, pero creo que sugestiva, del término estándar anglosajón MADM (MultiAttribute Decision Making). Se elude así el uso del vocablo «atributo» en orden a evitar frecuentes confusiones con la muy conocida Teoría de la Utilidad Multiatributo (MAUT, en inglés), la cual puede verse como un enfoque particular de la DMD. Esta última, como resultará obvio al que lea este trabajo, es algo más global que aquélla.

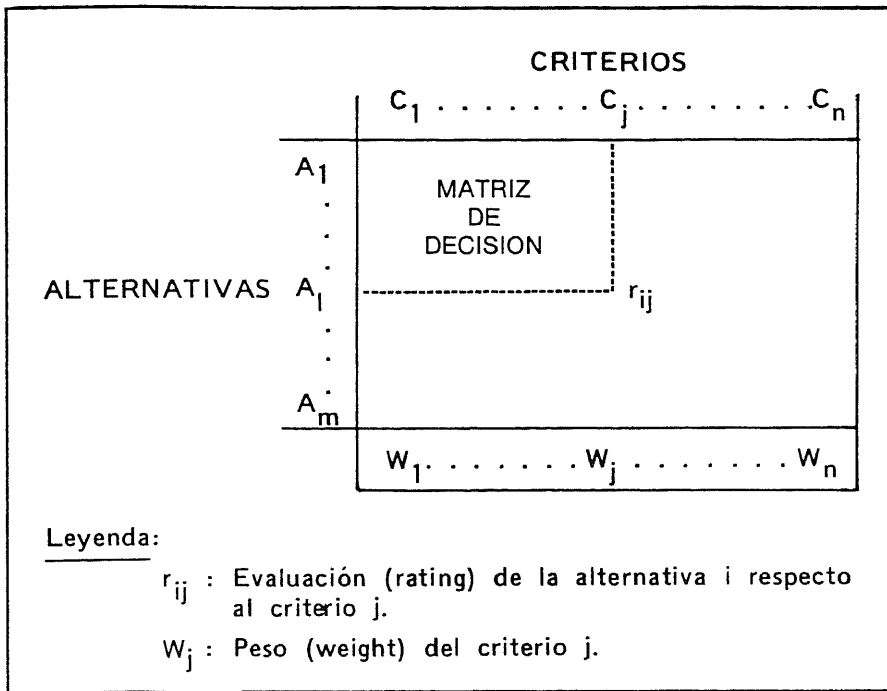


Gráfico 1. Paradigma del problema de la Decisión MultiDiscreta (DMD).

clásico trabajo de Koopmans (1951). Desde entonces la DMC ha investigado a fondo estas ideas y existe hoy en día un potente arsenal teórico a nuestra disposición (véanse White (1982) y, especialmente, Gal (1986)). Esta problemática tiene más sentido en el ámbito de la Decisión Multiobjetivo que en el de la DMD que nos ocupa, por lo que no abundaremos más en ella.

En cuanto al Análisis Coste Beneficio ya se ha hecho alusión a que afronta las mismas preocupaciones que la DMC, y en particular que la DMD, aunque con un carácter más limitado. Limitación que le viene dada por su exigencia de traducción a unidades monetarias de todos los impactos que intervienen en el problema, construyendo así la función de utilidad de cada proyecto (alternativa) en estudio. Estas son condiciones excesivamente constrictivas y, como veremos, cabe abordar tales situaciones de otras muchas maneras. (En Nijkamp (1977b) puede encontrarse una crítica más extensa.)

Por último, los llamados Modelos de Elección Discreta (MED), en creciente auge (véanse Gallástegui (1985) o Ben-Akriva y Lerman (1985) para unas revisiones recientes), no deben confundirse con la DMD pese a la similitud de sus nombres. En realidad los MED son de tipo positivo (cómo elige el consumidor/decisor), mientras que la DMD tiene, como ya se ha dicho, carácter normativo. Por otra parte, las variables explicativas en los MED son las características del consumidor, mientras que en la DMD las variables (criterios)

relevantes son las de los productos (alternativas) a seleccionar. (En este último sentido es por lo que se ha citado la Teoría de la Demanda del Consumidor de Lancaster (1971) como próxima a la DMC, tema que merecería un estudio más amplio). Por todo ello las técnicas de los MED (análisis probit, logit, etc.), son bien distintas a las de la DMD, aun cuando ambos tengan comunes preocupaciones y raíces en el área del Marketing.

La estructura de lo que sigue es la siguiente: En la próxima sección 2 definiré con mayor precisión los conceptos básicos del paradigma de la DMD y su terminología correspondiente, repasando las principales y las más recientes aportaciones realizadas para construir adecuadamente los datos de la matriz de decisión. En la sección 3, núcleo central de este trabajo, pasaremos revista ordenadamente a los diferentes enfoques y métodos propuestos para afrontar el problema de la DMD. La sección 4 analizará brevemente la irrupción del concepto de conjunto difuso en el ámbito de la DMD, describiendo algunas de las aportaciones en este sentido y apuntando una valoración crítica. La sección 5 recoge una propuesta operativa para implementar un soporte para la toma de DMD, desarrollado por el autor y un equipo de colaboradores. Finalizaremos con una última sección dedicada a las conclusiones.

## 2. Conceptos y problemas previos en la DMD

### 2.1. *El paradigma de la DMD*

El gráfico 1 recoge, como se ha dicho, el paradigma dominante en la DMD. Tan sólo algunos enfoques por el momento parcos en resultados pero ya prometedores utilizan otros paradigmas, los cuales serán puestos de manifiesto en el momento de describirlos en la próxima sección 3. La persistencia y utilidad del paradigma dominante debe explicarse indudablemente por su llamativa sencillez. En efecto, consta básicamente de dos tipos de datos que constituyen el punto de partida de los diversos métodos de DMD, los cuales habrán de ser proporcionados, estimados o bien extraídos indirectamente del decisor.

Debe partirse de una enumeración de las *alternativas* (o soluciones, o proyectos, o candidatos, ...)  $A_i (i = 1, m)$  en consideración. Tales alternativas son completamente disjuntas y exhaustivas. Es decir, no cabe concebir alternativas «intermedias» a las enumeradas (si tales alternativas quisieran considerarse añádanse simplemente con carácter individual a la lista anterior). En definitiva el conjunto ( $A_i$ ) es discreto y universal a nuestros efectos.

Por otra parte, los *criterios* (o atributos, o características...), sobre los cuales se basará la decisión también constituyen un conjunto discreto  $\{C_j\} (j = 1, n)$ . Aquí sí pueden tener mucho sentido, aunque no los consideraremos por el momento, importantes matices sobre solapamiento y/o subordinación de tales criterios. Tales cuestiones, agrupadas bajo la denominación de jerarquía de criterios están siendo muy estudiadas recientemente y aún parece prematuro su inclusión directa en el paradigma. Volveremos sobre ello más adelante.

Descritos los conceptos y dimensiones de las alternativas y los criterios sólo resta estructurar adecuadamente la información que les relaciona y define. Estos son los dos tipos de datos más arriba aludidos y que aparecen en el gráfico 1. En primer lugar las evaluaciones  $r_{ij}$  de cada alternativa  $i$  respecto a cada criterio  $j$ , constituyendo la llamada *matriz de decisión*, las cuales describen cada alternativa considerada en función de los criterios. Por otro lado los pesos  $w_j$ , agrupados en el llamado *vector de pesos*, los cuales representan la estructura de preferencias del decisor.

El problema general de la DMD, independientemente de la forma concreta en que se midan los  $r_{ij}$  y los  $w_j$ , es el de seleccionar aquella alternativa que «mejor» satisfaga las preferencias del decisor. Descartada en la DMD la posibilidad de alcanzar una solución óptima (el mismo concepto de óptimo carece de sentido en todo el ámbito de la Decisión MultiCriterio; véase Keen (1977) y Roy (1981) a este respecto), hemos de contentarnos con ese «mejor» entrecomillado para significar que su definición está abierta a diversas interpretaciones más o menos racionales. De ahí los diferentes enfoques y métodos propuestos y las diversas soluciones en principio posibles al problema.

## 2.2. *El problema de las evaluaciones y su normalización*

Abordamos ahora, en esta subsección y en la siguiente, dos problemas prácticos de gran importancia que de no tenerse detalladamente en consideración pueden distorsionar gravemente los resultados (véanse en este aspecto el, por otra parte flojo, Gershon (1984)). Las medidas  $r_{ij}$  de las evaluaciones, independientemente de los problemas prácticos para obtenerlas que no nos interesan aquí, pueden venir en cualquiera de las diferentes escalas conocidas. De mayor a menor precisión: cardinal ratio, cardinal intervalo, ordinal, nominal e incluso difusa y/o probabilística. Releaguemos a la sección 4 la consideración de las complicaciones adicionales que la presencia de incertidumbre o de imprecisión en los datos del problema nos plantea, y centrémonos en el caso determinista.

Y así ocurre que hay métodos de DMD específicamente adaptados a medidas  $r_{ij}$  en una escala ordinal (lo que también acoge a una nominal codificada) e incluso a un simple preorden en las  $r_{ij}$ , para cada  $j$ . Tales métodos son los llamados cualitativos y son evidentes sus ventajas prácticas en cuanto a su baja exigencia de información por parte del decisor. Otros métodos, sin embargo, requieren una escala cardinal.

Por otra parte, aunque evidentemente relacionado con lo dicho, algunos métodos que utilizan el concepto de compensatoriedad (el cual discutiremos en la próxima subsección) precisan que las evaluaciones  $r_{ij}$  de una alternativa concreta  $i$ , correspondientes a cada criterio  $j$  sean comparables no ya en tipo de escala, sino en magnitud, unidad de medida, posición del cero, dispersión de medida, etc. Es el problema de la normalización de las evaluaciones sobre el cual, sin entrar por supuesto en toda su complejidad, sí daremos aquí unas ideas necesarias (Torgerson (1958) es una referencia clásica).

Con la normalización buscamos, cuando sea necesario hacerlo porque el método lo exija, que las evaluaciones  $r_{ij}$  de cada alternativa  $i$  correspondientes a un cierto criterio  $j$  sean comparables con las correspondientes a los otros criterios. Para simplificar notación llamemos  $(V_1, \dots, V_i, \dots, V_m)^T$  al vector de evaluaciones de las alternativas correspondientes a un cierto criterio genérico, el cual queremos transformar en el vector normalizado  $(v_1, \dots, v_i, \dots, v_m)^T$ .

CUADRO 1  
Procedimientos de normalización de evaluaciones

	Procedimiento 1	Procedimiento 2	Procedimiento 3	Procedimiento 4
Definición*	$v_i = \frac{V_i}{\max V_i}$	$v_i = \frac{V_i - \min V_i}{\max V_i - \min V_i}$	$v_i = \frac{V_i}{\sum V_i}$	$v_i = \frac{V_i}{(\sum V_i^2)^{1/2}}$
Escala normalizada	$0 < v_i \leq 1$	$0 \leq v_i \leq 1$	$0 < v_i < 1$	$0 < v_i < 1$
Módulo $ v $	variable	variable	variable	1
Mantiene proporcionalidad (pre y post-normalizar)	sí	no	sí	sí
Interpretación de $v_i$	% del máximo $V_i$	% del rango ( $\max V_i - \min V_i$ )	% del total $\sum V_i$	componente $i$ -ésima de un vector unitario

\* Partiendo del vector original  $V = (V_1, \dots, V_i, \dots, V_m)^T$ , se obtendrá el vector normalizado  $v = (v_1, \dots, v_i, \dots, v_m)^T$ . Se supone  $V_i \geq 0$ , para todo  $i$ , y objetivo maximización.

El cuadro 1 recoge sintetizadamente las definiciones y propiedades más relevantes de cuatro de los procedimientos de normalización más utilizados<sup>2</sup>. El procedimiento 1, muy habitual, tiene como evidentes ventajas su intuitiva interpretación y el hecho de mantener la proporcionalidad (es decir, que  $V_i/V_k = v_i/v_k$ , para todo  $i, k$ ). El procedimiento 2 perfecciona el anterior a fin de que la escala normalizada cubra exactamente el intervalo  $[0, 1]$ , pero el precio es el de no mantener la proporcionalidad. El procedimiento 3, también muy utilizado (especialmente por el conocido método del Análisis Jerárquico de Saaty (1977), aunque en otro contexto de normalización de pesos), ofrece casi las mismas ventajas que el procedimiento 1, aun cuando «condensa» los  $v_i$  hacia valores pequeños. El procedimiento 4, por último, aun cuando no es tan intuitivo su significado para un decisor poco matemáticamente inclinado, ofrece la importante ventaja de permitir plenamente las comparaciones adimensionales de los vectores criterio del problema. Su utilización es, sin embargo, sorprendentemente escasa en la práctica.

<sup>2</sup> Se supone que el objetivo consiste en maximizar el criterio y que todas las evaluaciones son  $V_i \geq 0$ , para todo  $i$ . Puede construirse fácilmente otro cuadro análogo para el caso de minimización con  $V_i \geq 0$ , para todo  $i$ . A estas dos situaciones puede reducirse inmediatamente, como es bien conocido, cualquier otra con valores  $V_i \leq 0$ . El caso de  $V_i$  libre no parece realista y de todos modos se reduciría al caso anterior mediante una simple traslación de escala.

### 2.3. *El problema de los pesos*

La literatura económica es muy rica en el tema de modelizar las preferencias del consumidor/decisor. Desde el punto de vista del paradigma de la DMD, es decir de estimar unos pesos  $w_j$  que reflejen la importancia relativa de cada criterio  $j$  para el decisor, la cuestión es ya bastante más reciente. Pero comentemos algunos aspectos generales antes de entrar en procedimientos concretos. Primeramente está el tema de la naturaleza exacta de los  $w_j$ , y en particular el de su *papel compensatorio* o no. En este sentido cabe adoptar un punto de vista riguroso, como el de Jacquet-Lagreze (1983b) o Boyssou (1986) y afirmar que un método es compensatorio cuando una mejora en un criterio permite compensar un deterioro en otro. O bien tomar otro punto de vista más relajado desde el cual toda consideración simultánea de los criterios, aun sin mezclarlos, caracterizaría como compensatoria el método<sup>3</sup>. En cualquiera de ambos casos el papel que juegan los valores concretos de los pesos  $w_j$  es importante. Sin embargo, en modelos claramente no compensatorios (como el lexicográfico, véase sección 3), los pesos  $w_j$  representan simplemente prioridades y basta una escala ordinal para medirlos (o hasta un preorden o incluso un semiorden de los mismos) (en Chandon y Vincke (1981) pueden refrescarse estos conceptos). En modelos con pesos con un papel compensatorio (superiores a los otros según aduce Morse (1978)) se plantea adicionalmente el problema de si  $w_j$  acoge o no y cómo las unidades en que se miden las evaluaciones  $r_{ij}$ . Esta cuestión ha sido objeto de vivas polémicas en el contexto de ciertos enfoques de determinación de pesos como el de Saaty, tal y como luego veremos.

Por otra parte, la naturaleza de los pesos  $w_j$  como una cuantificación de la estructura de preferencias del decisor hace necesario «extraerlos» del mismo por algún procedimiento. Esto plantea, más en unos métodos que en otros, importantes problemas ya que, como ha sido puesto de manifiesto por Shepard (1964) y Tversky (1977) entre otros, los condicionantes y las inercias psicológicas del ser humano producen sesgos y contradicciones peligrosas.

El procedimiento clásico de estimación de los pesos en Decisión Multicriterio es el propuesto por Churchman *et. al.* (1957), posteriormente analizado y mejorado por Eckenrode (1965) y Knoll (1978) fundamentalmente. También llamado a veces método de las utilidades relativas consiste básicamente en, partiendo de unas estimaciones provisionales, ir las afinando en el sentido de mejorar su consistencia interna por medio de comparaciones binarias de subgrupos de criterios. Muy utilizado debido a su sencillez, dista aún de estar agotado y Solymosi (1986) acaba de ofrecer una sofisticada versión del mismo muy adaptada a pesos para métodos no compensatorios de DMD.

En la misma línea de estimación directa de los pesos hay que situar los diversos procedimientos utilizados en el contexto de los modelos de Utilidad Multiatributo.

<sup>3</sup> Con el primer punto de vista el método ELECTRE (véase sección 3) no sería compensatorio, mientras que con el segundo punto de vista sí.

buto (UMA), exhaustivamente analizados por Fishburn (1970) y Keeney y Raiffa (1976). El llamado procedimiento del valor medio (midvalue) es uno de los más utilizados.

Otra vía completamente distinta es la basada en el concepto de entropía (Zeleny (1974)). La idea esencial es que la importancia relativa del criterio  $j$  (a medir por el peso  $w_j$ ) en una situación dada de decisión (reflejada en su matriz de decisión), está directamente relacionada con la información intrínseca promedio generada por el conjunto de alternativas respecto a dicho criterio, y asimismo por la asignación subjetiva de la importancia que el decisor le otorgue según sus preferencias. La forma operativa de cuantificar todo esto es utilizando el concepto de entropía de Shannon (1949) aplicado al vector de evaluaciones de cada criterio, como medida inversa de la importancia que a este criterio dichos datos atribuyen, combinado con unos pesos subjetivos dados a priori por el decisor. A pesar de su elegancia teórica no es un procedimiento que parezca utilizarse mucho.

Un conjunto importante y amplio de procedimientos de estimación de pesos caen en lo que podemos denominar procedimientos por aproximación. Representante significativo de los mismos es el conocido AHP (Analytic Hierarchy Process) de Saaty (1977, 1980, 1985). Con  $n$  criterios el decisor estima una matriz ( $n \times n$ )  $A = [a_{ij}]$ , donde  $a_{ij}$  es su medida subjetiva de la importancia relativa del criterio  $i$  frente al  $j$ , según una escala normalizada de 1 (igual de importantes) a 9 (absolutamente más importante). Es decir, que  $a_{ij} = w_i/w_j$ , y como  $a_{ji} = a_{ij}^{-1}$  bastará estimar sólo la zona supratrangular de  $A$ : los  $a_{ij}$  tales que  $j > i$ . La matriz  $A$  así obtenida tiene unas particulares características que permiten demostrar que su autovector dominante, normalizado según el procedimiento 3 de la subsección anterior, es precisamente  $w = (w_1, \dots, w_j, \dots, w_n)^T$ , el vector de los pesos de los criterios. Su autovalor dominante asociado  $\alpha$  vale exactamente  $n^4$ .

En la práctica el decisor cometerá ciertas inconsistencias al estimar los  $a_{ij}$ , por lo que lo arriba dicho no será completamente exacto. Saaty (1977) demuestra que sí es aproximadamente cierto y que incluso  $(\alpha - n)$  es una medida de la inconsistencia en tales casos. El procedimiento ha sido aplicado abundantemente por Saaty, sus colaboradores y por otros investigadores entusiasmados por su elegancia en multitud de situaciones de decisión, incluso de carácter político (Vargas (1983)). Ha habido asimismo cierta polémica con respecto al significado exacto de los  $w_j$  obtenidos (Watson y Freeling (1982, 1983), Saaty *et. al.* (1983), Belton y Gear (1983)), pero su validez y utilidad parecen estar hoy fuera de toda duda (Belton (1986)).

<sup>4</sup> La matriz  $A$  es recíproca ( $a_{ij} = a_{ji}^{-1}$ ) y positiva ( $a_{ij} > 0$ , para todo  $i, j$ ). Por tanto (teorema de Frobenius-Perron) existe siempre un autovalor  $\alpha$  dominante y su autovector  $w$  asociado (con  $\sum w_j = 1$ ) que son no-negativos. Es fácil ver que  $A$  tiene rango 1 (todas sus filas son múltiplos de la primera) y que por tanto todos sus autovalores excepto uno valen cero. Puesto que  $\text{traza}(A) = n = \sum \text{autovalores de } A$ , se deduce que  $\alpha = n$ . Como, además, es fácil comprobar que  $Aw = nw$ , se deduce que  $w$  es el autovector dominante asociado a  $\alpha = n$ .

Una variante del AHP de Saaty es el procedimiento de Cogger y Yu (1985), que utiliza una matriz  $U$  supratrangular igual a la  $A$  de Saaty por encima de la diagonal principal y ceros en el resto (la razón es que si  $a_{ij} = a_{ji}^{-1}$ , todos los  $a_{ij}$  con  $j < i$  son redundantes). Tal matriz permite un cálculo muy simplificado de su autovector dominante que es, naturalmente, el vector  $w$  de pesos a estimar, aunque no coincide con el  $w$  que ofrece el AHP de Saaty.

El procedimiento anterior es uno más de la gama de los llamados de eigenpesos, muy prometedores y elegantes, recientemente estudiados por Takeda *et. al.* (1985). Cabe englobarlos, como así lo hemos hecho, entre los métodos de aproximación por razones que se deducen de lo dicho y por otras que comentamos a continuación. Una de ellas es que, por ejemplo, el procedimiento anterior de Cogger y Yu está teóricamente muy cercano a otro procedimiento clásico, aunque no muy utilizado, de estimación de pesos denominado de Aproximación por Distancia Cuadrática Mínima (Chu *et. al.* (1979)). Este último conduce a un problema de programación lineal fácilmente resoluble.

En una línea similar estarían también los procedimientos de aproximación (esta vez utilizando además de los datos de la matriz de decisión comparaciones binarias de las alternativas que se demandan al decisor), como el que va implícito en el método LINMAP de Srinivasan y Shocker (1973b) y los diversos formulados por Pekelman y Sen (1974), todos ellos conduciendo a problemas de programación matemática en último término. Estos procedimientos, que en realidad son ya métodos completos de DMD con la estimación de los pesos como subproducto, necesitan para alcanzar un grado aceptable de exactitud que se efectúen todas o casi todas las posibles comparaciones binarias de alternativas, lo que los hace impracticables para valores de  $m$  no muy grandes. Por ello han surgido métodos interactivos (comentados en la sección 3) que sólo necesitan un subconjunto de tales comparaciones de alternativas (Zionts (1981), Korhonen (1984, 1986a)) o de ordenaciones de alternativas (Jacquet-Lagrez y Siskos (1982b)). En esta línea están también ciertos enfoques interactivos para la estimación de pesos en modelos no-compensatorios (Vansnick (1986) y Solymosi (1986)).

Tras esta obligadamente apretada revista a los procedimientos de estimación de pesos tan sólo queda, para finalizar esta subsección, hacer algunas observaciones generales y comentar las últimas tendencias. En primer lugar se detecta una comprensible inclinación por proponer procedimientos que exijan lo mínimo posible del decisor. Son los denominados procedimientos cualitativos ya que, generalmente, tan sólo le plantean a aquél cuestiones de tipo ordinal (¿es ese criterio más importante que éste?) y no de tipo cardinal (¿cuántas veces es más importante?). Métodos de DMD como el QUALIFLEX de Paelinck (1976, 1978) o el ya citado procedimiento de Solymosi (1986) estarían en esta línea, al no exigir del decisor más que un preorden o incluso un semiorden en su estructura de pesos de los criterios.

Relacionado con lo anterior está la reciente generalización del concepto de criterio. Desde la propuesta del pseudocriterio (efectuado por Roy (1977a) e incorporada en el método ELECTRE III, Roy (1978)) se han formalizado y

axiomatizado diversos tipos de pseudocriterios (Jacquet-Lagrece (1982), Brans *et. al.* (1986)), los cuales aspiran a modelizar más realísticamente el comportamiento del decisor.

Por último, mencionemos la creciente preocupación por la variación de los pesos, hasta ahora considerados como estáticos, a lo largo del proceso de decisión. En cierto modo, los comentados procedimientos de la entropía, el de LINMAP y los diversos interactivos participan en parte de esta idea al ser dependientes del contexto de la decisión, y no simplemente exógenos a las circunstancias concretas de ésta. Pero la cuestión va más allá, en el sentido analizado por Mandic y Mamdani (1984) de pesos variables en función del nivel de los criterios en cada estadio del proceso. Una vía operativa de afrontarlo es mediante el concepto de reglas de producción. Algunos resultados iniciales en esta línea, utilizando un sistema experto, se ofrecen en Reyes y Barba-Romero (1986).

### 3. Panorámica de métodos de DMD

No han sido frecuentes las revisiones del campo de la DMD desde aquella pionera de MacCrimmon (1973) versión ampliada de otra de 1968 más restringida del mismo autor, que en realidad lo era de toda la Decisión Multicriterio. Desde entonces merecen destacarse, además de la sistemática y ya clásica revisión de Hwang y Yoon (1981), el capítulo 8 del Rietveld (1980) y algunas partes de los recientes Chankong *et. al.* (1985), Nijkamp y Voogd (1985) y Vincke (1986), este último referido tan sólo a la DMD en Europa. Citemos asimismo varias referencias, como Khairullah y Zions (1981), Massam y Askew (1982), Schoemaker y Waid (1982), Gershon y Duckstein (1983) y Despontin *et. al.* (1986), cuyo común objetivo es el de comparar empíricamente el comportamiento de algunos de los métodos de DMD. Típicamente no más de media docena, seleccionados de acuerdo con las preferencias, a veces caprichosas, de los mencionados autores. Los textos generales de Decisión Multicriterio, por otra parte, tampoco suelen tratar la DMD con carácter sistemático o más o menos exhaustivo.

Como factores relevantes a la hora de clasificar los métodos de DMD podríamos considerar los siguientes: las dimensiones ( $m \times n$ ) de la matriz de decisión, la forma (cardinal, ordinal etc.) de medirse las evaluaciones y los pesos, las exigencias de información que plantean al decisor (es i nación de datos, comparaciones entre alternativas, interactividad, ...), su carácter compensatorio o no, el tipo de resultados que ofrecen (desde un preorden parcial de las alternativas, como en el ELECTRE I, hasta una cardinalidad completa de las mismas, como los métodos UMA), etc. Tales características son importantes pero aisladamente incompletas como factores determinantes de una clasificación.

Es por ello que aquí he preferido obviarlas e intentar una clasificación basada en la similitud de estructura y de operativa de los diversos métodos. Quizás sea ésta la mejor manera de que el lector obtenga una visión global aun cuando

pierda algunos detalles, lo que encaja perfectamente en los objetivos de este trabajo. Las referencias que se ofrecen, además de las generales antes citadas, permitirán ampliar si así lo desea todos los pormenores necesarios.

Los métodos que a continuación se comentan constituyen un conjunto razonablemente completo de los propuestos en la literatura. No obstante, no hay ninguna pretensión de exhaustividad y, en particular, métodos claramente obsoletos o muy atípicos (como el mapa estructural de Rivett (1977), el EBA de Tversky (1971) o el método de White y Sage (1980) han sido excluidos).

### 3.1. *Lexicográfico*

Método fundamentado teóricamente en los análisis de Georgescu-Roegen (1954), Debreu (1960) y Fishburn (1974). Su esquema básico es muy simple, requiriendo tan sólo un orden en los criterios y un preorden, o incluso un semiorden, en las evaluaciones. Consiste en lo siguiente: Se toma el criterio con mayor peso. Atendiendo a su vector de evaluaciones se elige la mejor alternativa. Si hay empate se utiliza para dirimirlo el segundo criterio en importancia, y así sucesivamente.

Método sencillo, tanto por su aplicación como por la información que demanda al decisor, tiene además la ventaja de no requerir comparabilidad intercriterios (lógicamente, dado su carácter no compensatorio). Un inconveniente es que no utiliza toda la información disponible.

Entre sus diversas variantes y sofisticaciones destaquemos el llamado semiorden lexicográfico (Luce (1956)), en el cual el subsiguiente criterio es considerado no sólo en caso de empate exacto en el anterior, sino cuando las diferencias entre las mejores evaluaciones de éste son menores que una cierta tolerancia prefijada. Es un enfoque más realista aun cuando Tversky (1969) ha mostrado que tal proceder puede dar lugar a intransitividad en la ordenación final de las alternativas.

En Massam (1982) se utiliza otra variante en la cual la alternativa finalmente elegida es aquélla que más veces salga en primer lugar tras aplicar el método lexicográfico a todas las posibles permutaciones de orden de preferencia de criterios (no debe confundirse esto con los llamados métodos de permutación que veremos luego). En esta versión ni siquiera es necesario asignar unos pesos ordinales a los criterios.

### 3.2. *Ponderación lineal*

Clásico y muy estudiado y utilizado método de DMD. Su esquema básico consiste en construir una función de valor  $U(A_i)$  para cada alternativa:

$$U(A_i) = \sum_j w_j r_{ij}$$

Aceptada esta formulación lineal, con todo lo que ella implica de independencia y compensatoriedad de criterios, el problema se traslada directamente a una adecuada estimación de los pesos  $w_j$ , en escala cardinal.

Método típicamente compensatorio necesita una normalización previa de las evaluaciones. Sencillo y muy intuitivo de aplicar es quizás uno de los que más se utilizan (a veces incorrectamente si no se cuidan los aspectos arriba mencionados). En Slovic y Lichstentein (1971) se argumentan fuertes razones de tipo psicológico como justificación de este modelo. En el área del Marketing se utiliza extensivamente la variante Fishbein-Rosenberg (Fishbein (1967)) del método básico.

### 3.3. *Utilidad Multiatributo (UMA)*

Los métodos UMA generalizan al de ponderación lineal en varios sentidos. En primer lugar permitiendo, al menos teóricamente, funciones de valor más sofisticadas. Y en segundo lugar incorporando la posibilidad de valorar el riesgo y la incertidumbre. Métodos muy estudiados y aplicados en Estados Unidos, sus referencias clásicas son Fishburn (1970) y Keeney y Raiffa (1976), aun cuando hayan aparecido interesantes resúmenes posteriores (Farquhar (1983, 1984), Chankong *et. al.* (1985)).

Su objetivo es construir una función de utilidad  $U(A_i) = U(r_{i1}, \dots, r_{ij}, \dots, r_{in})$ . El mayor o menor grado de independencia de los criterios permitirá reducir dicho problema a otros más sencillos de construir funciones univariantes  $U_j(r_{ij})$ , las cuales se agregarán luego debidamente. El caso más sencillo es el llamado aditivo (similar al método de ponderación lineal):

$$U(A_i) = \sum_j k_j U_j(r_{ij})$$

Sin embargo, tienen sus propios procedimientos de construcción de las funciones de utilidad, especialmente si entra en juego la incertidumbre, a base de preguntas al decisor. Muy fundamentados axiomáticamente no están de todas formas exentos de controversia (véase Vincke (1986) para un resumen reciente), especialmente en lo que concierne a su operatividad práctica.

### 3.4. *Asignación lineal*

Las fuentes originales de este método son Blin (1976 y 1978) y Bernardo y Blin (1977). Perteneciente al tipo compensatorio requiere tan sólo un preorden (por cada criterio) como evaluación de las alternativas y unos pesos en escala cardinal, por lo que puede calificarse de método semicualitativo. En realidad puede verse como un método sofisticado de ponderación lineal de evaluaciones ordinales. Su operativa de cálculo es muy viable y, sin embargo, a pesar de todo lo dicho, no parece utilizarse mucho.

Consiste básicamente en construir la  $(m \times m)$  matriz  $\Gamma = [\gamma_{ik}]$ , tal que  $\gamma_{ik}$  es la suma de los  $w_j$  de los criterios  $j$  en que  $A_i$  aparece ordenada en posición  $k$ . Si hay empates por una posición en algún criterio, dicho criterio se desdobra previamente en dos, cada uno con las dos posiciones intercambiadas y la mitad del peso original.

Si, como es habitual, los pesos se normalizan a suma unidad, la matriz  $\Gamma$  es fácil ver que pertenece al tipo de las denominadas doblemente estocásticas (todas sus filas y columnas suman 1), lo que la confiere interesantes propiedades. Cada coeficiente  $\gamma_{ik}$  mide la contribución de  $A_i$  a la ordenación global si  $A_i$  fuese asignada a la posición  $k$ . Cuanto mayor es  $\gamma_{ik}$  mayor concordancia habría en dicha asignación. El problema es, por tanto, maximizar  $\sum_i \sum_k \gamma_{ik}$  sujeto a todas las asignaciones posibles de las  $A_i$ . Esto conduce, dada la doble estocasticidad de  $\Gamma$ , a un problema especialmente sencillo de programación lineal. (En Blin (1976) se demuestra que planteándose minimizar formulaciones de distancia más complicadas que la hecha conduce asimismo al problema expuesto.)

### 3.5. Concordancia

El concepto central de los métodos de concordancia es el de las comparaciones binarias de las alternativas. Su origen parece estar en Benayoun *et. al.* (1966), referencia original asimismo de los métodos de relaciones de superación, y en particular del ELECTRE I, sobre los que hablaremos luego. La escuela holandesa (Nijkamp, Rietveld, Van Delft, etc.) ha trabajado y diversificado bastante estos métodos, especialmente en contextos de planificación regional. Como información del decisor exigen tan sólo un preorden en las evaluaciones por cada criterio, y unos pesos en escala cardinal o incluso ordinal en alguna de las variantes. Son métodos especialmente adecuados para problemas de DMD en los que como resultado se busque o sea suficiente obtener un subconjunto de alternativas aceptables.

El procedimiento básico de todos ellos gira alrededor de construir un coeficiente de concordancia  $c_{ik}$  para cada par de alternativas  $i, k$ . Dicho  $c_{ik}$  suele definirse como la suma de pesos de los criterios en que la alternativa  $i$  es superior a la  $k$  más la mitad de los pesos en los que ambas sean consideradas iguales. Así se obtiene una matriz  $(m \times m)$  de concordancia  $C = [c_{ik}]$  la cual puede utilizarse de diferentes formas según las diversas variantes de métodos: Calculando unos índices  $E_i = \sum_k c_{ik}$  de evaluación global de cada alternativa  $i$  y de esta manera una ordenación completa de las mismas; transformándola en una matriz de disimilaridades para utilizar los métodos de distancia al ideal (subsección 3.9); como información parcial para los diversos métodos de relaciones de superación (subsección 3.6); etc.

El método REGIME de Hinloopen *et. al.* (1983) sólo utiliza pesos ordinales, pero a costa de una limitación en las dimensiones posibles del problema ( $m < 20$ ;  $n < 10$ ) y de una laboriosa y artesanal operativa de cálculo.

### 3.6. *Relaciones de superación*

Los métodos de relaciones de superación (outranking, surclassement) utilizan el concepto de concordancia recién expuesto pero completándolo con el análogo de discordancia, estructurando así cuantitativamente la frase escrita en 1795 por el Marqués de Condorcet que puede considerarse los inspira: «Cuando una alternativa  $A_i$  es “tan buena al menos” como otra  $A_k$  en la mayoría de los criterios, y no hay ningún criterio en el que  $A_i$  sea “notoriamente inferior” a  $A_k$ , podemos afirmar sin riesgo que  $A_i$  supera a  $A_k$ ».

Una relación de superación permite particionar y establecer un preorden parcial en el conjunto en otro caso monolítico de las alternativas no-dominadas del problema. El precio a pagar es el de una cierta subjetividad inherente a las diversas posibilidades abiertas para cuantificar las cuestiones entrecomilladas en la frase de Condorcet. De ahí sus variantes y las acusaciones de recetas que a veces estos métodos reciben. Nacidos en 1966 como ya se ha mencionado, es de la mano de Roy y otros investigadores franceses, belgas y holandeses como conocen un impresionante éxito, especialmente en Europa. Se suceden versiones del primitivo ELECTRE I, cada una más sofisticada que la anterior: ELECTRE II (Roy y Bertier (1971b)), ELECTRE III (Roy (1978)), ELECTRE IV (Roy y Hugonnard (1982)). Son cuantiosas las aplicaciones descritas en campos tan diversos como la clasificación de bacterias o las decisiones de ampliación del metro de París (Hugonnard y Roy (1983)). Un excelente y sintético resumen del llamado programa de investigación ELECTRE puede encontrarse en Crama y Hansen (1983) (consúltese asimismo el reciente Ostanello (1985)).

El método ELECTRE, origen y núcleo central de todos los de superación, ha dado lugar a diversas variantes, además de sus propias versiones arriba citadas (en Nijkamp y Delft (1977) se pueden ver unas cuantas). Por otro lado han surgido otros métodos con entidad propia como el PROMETHEE de Brans y Vincke (1985) que utiliza ya plenamente el concepto de pseudocriterio. O el método ORESTE de Roubens (1982) que sólo necesita datos de tipo cualitativo.

La principal debilidad de estos métodos, a pesar de su amplia aceptación y uso<sup>5</sup>, reside en su escasa axiomatización, como pone de manifiesto Vincke (1986). No obstante trabajos como Fishburn (1976), Jacquet-Lagrezze (1982) o Boyssou (1986) ya van en esta dirección. En lugar de describir ahora, como claro representante del grupo, al ya bastante asequible ELECTRE, parece más interesante comentar brevemente el PROMETHEE, más reciente y menos conocido y, sin embargo, de gran interés a mi juicio.

<sup>5</sup> E incluso, permítaseme la broma, del divino padrinazgo que sus nombres conllevan. Es evidente un interés de los investigadores de la llamada escuela francesa que los diseñó, utiliza y perfecciona por crear una imagen de marca de grupo, aún cuando los nombres descritos obedezcan a siglas muy racionales: *EL*imination *Et* *CHO*ix *TR*aduisant *RE*alité; *P*reference *R*anking *O*rganization *METH*od for *EN*richment *E*valuations.

El método PROMETHEE hace uso abundante del rico concepto de pseudocriterio, generalización del concepto usual de criterio. Así, con respecto a un cierto criterio  $j$  a maximizar, la relación  $R(A_i, A_k)$  de la alternativa  $A_i$  respecto de la  $A_k$  (con  $r_{ij} \geq r_{kj}$ ) suele tomarse como de preferencia si  $r_{ij} > r_{kj}$  y como de indiferencia si  $r_{ij} = r_{kj}$ . O bien, definiendo  $d = r_{ij} - r_{kj}$ , el *criterio usual* sería expresable así:

$$R(A_i, A_k) = \begin{cases} 0 & \text{(indiferencia), si } d = 0 \\ 1 & \text{(estricta preferencia), si } d > 0 \end{cases}$$

Caben aquí diversas generalizaciones como el llamado *cuasi-criterio puro*, que hace uso de un parámetro  $q$  que podríamos denominar umbral de indiferencia:

$$R(A_i, A_k) = R(d) = \begin{cases} 0, & \text{si } d \leq q \\ 1, & \text{si } d > q \end{cases}$$

o el *cuasi-criterio con preferencia lineal*, que utiliza dos umbrales  $p$  y  $q$  de preferencia y de indiferencia:

$$R(A_i, A_k) = R(d) = \begin{cases} 0, & \text{si } d \leq q \\ (d - q)/(p - q), & \text{si } q < d \leq p \\ 1, & \text{si } d > p \end{cases}$$

u otros como el criterio a niveles o el gaussiano.

Definido por el decisor el tipo y parámetros de cada criterio  $j$  del problema, pueden ya calcularse los denominados índices de preferencia  $c_{ik}$  (se suponen los pesos normalizados según  $\sum_j w_j = 1$ ):

$$c_{ik} = \sum_j w_j R_j(A_i, A_k)$$

Cuando  $c_{ik} \approx 0$  significa una débil preferencia, global a todos los criterios, de  $A_i$  respecto a  $A_k$ . Y cuando  $c_{ik} \approx 1$  una fuerte preferencia.

La información hasta el momento puede representarse fácil y útilmente en forma de un grafo, y sobre el mismo calcular los llamados flujos salientes, entrantes y netos en cada nodo (alternativa)  $i$  del mismo:

$$FS_i = \sum_k c_{ik}$$

$$FE_i = \sum_k c_{ki}$$

$$FN_i = \emptyset_i = FS_i - FE_i$$

El método PROMETHEE I utiliza esta información para concluir que:

- $A_i$  supera a  $A_k$  si  $(FS_i > FS_k \text{ y } FE_i < FE_k)$
- o bien  $(FS_i > FS_k \text{ y } FE_i = FE_k)$
- o bien  $(FS_i = FS_k \text{ y } FE_i < FE_k)$
- $A_i$  no supera a  $A_k$  en cualquier otro caso.

Es decir, da como resultado un preorden parcial de las alternativas, pudiendo quedar alternativas declaradas como incomparables.

Si se desea un preorden completo (sin situaciones de incomparabilidad), el método PROMETHEE II lo fuerza utilizando los valores de los flujos netos  $\emptyset_i$ . Así:

$$A_i \text{ supera a } A_k \text{ si } \emptyset_i > \emptyset_k$$

$$A_i \text{ indiferente con } A_k \text{ si } \emptyset_i = \emptyset_k$$

Sujeto a subjetividades en lo que respecta a ciertos parámetros (los  $p$  y  $q$  de los pseudocriterios), análogamente a lo que ocurre en el ELECTRE con sus denominados umbrales de concordancia y discordancia, PROMETHEE compara favorablemente con ELECTRE en cuanto a robustez frente a variaciones en dichos parámetros (Brans *et. al.* (1986)). Otras versiones en desarrollo del método PROMETHEE se plantean situaciones más sofisticadas de decisión, en particular una versión estocástica (Mareschal (1986)).

### 3.7. Permutación

La fuente original de este tipo de métodos es Paelinck (1976) y su método QUALIFLEX. Exigen poca información por parte del decisor: evaluaciones ordinales y pesos cardinales. Incluso hay variantes con pesos ordinales, aunque sus resultados pueden complicarse. Se han descrito algunas aplicaciones en ubicación de aeropuertos (Paelinck (1977)) y en planificación regional (Paelinck (1978)).

La idea básica es la de comparar cada permutación posible de las alternativas, considerada como una ordenación de las mismas, con la información (ordinal) que aporta para cada criterio la matriz de decisión. Para cada permutación se calcula un llamado índice de evaluación, atendiendo a lo bien que concuerda con la información que proporcionan los datos, y aquella permutación que lo tenga máximo es la elegida. Lo anterior supone un conocimiento cardinal de los pesos  $w_j$ , pero hay una variante del método que sólo utiliza un preorden de los mismos, apoyándose en sus valores extremales. Sin embargo, en tal caso los resultados vienen en función de diversas inecuaciones que relacionan posibles valores de los pesos, a la luz de las cuales deben interpretarse. Esto complica el análisis.

Entre sus ventajas figuran su flexibilidad cara al decisor (método cualitativo), y entre sus inconvenientes, a más del expuesto arriba, el que su dificultad de cálculo crece con  $m!$ . La hipótesis de ponderación lineal está subyacente en su operativa, por lo que puede calificarse de compensatorio. Por lo demás es como un exhaustivo método de concordancia, ya que examina cada orden de preferencias del conjunto completo de las alternativas, y no tan sólo comparaciones binarias de éstas.

### 3.8. Comparación de alternativas

Los métodos que pasamos a comentar utilizan además de la información que aporta la matriz de decisión, la que demandan al decisor por comparación global, y no sólo criterio a criterio como hasta ahora, de algunas o todas las alternativas. Construyen así indirectamente el vector de pesos de los criterios en lugar de requerirlo previamente.

El clásico LINMAP de Srinivasan y Shocker (1973a, 1973b) puede considerarse el pionero de esta línea y aún hoy se utiliza extensamente en el área del Marketing. LINMAP se plantea minimizar la distancia euclídea ponderada a la alternativa ideal (que también obtiene) determinando los pesos de forma que sea mínima una medida de inconsistencia con las preferencias expresadas por el decisor al comparar dos a dos las alternativas. El cálculo se reduce a una formulación de programación lineal, y cuantas más alternativas se comparen menor es la inconsistencia y más fiables los pesos que se obtienen. Puede considerarse al LINMAP como el inverso al ELECTRE: Aquél ofrece pesos partiendo de un preorden parcial de las alternativas y éste lo contrario.

En 1977, seguramente inspirado por lo anterior además de por sus propios trabajos en Decisión Multiobjetivo, propuso Zionts un nuevo método que también utiliza comparaciones binarias de alternativas globales, pero en forma interactiva y necesitando usualmente muchas menos de todas las  $m(m - 1)$  comparaciones posibles. Bien descrito en Zionts (1981), digamos aquí sintéticamente tan sólo que el método parte de unos pesos iniciales arbitrarios los cuales generan una alternativa óptima de referencia. Esta se ofrece al decisor en comparación con otras próximas (en el sentido preciso de adyacentes eficientes del conjunto de las combinaciones convexas de las alternativas) determinadas resolviendo un programa lineal. Si cambia la alternativa de referencia se calculan sus correspondientes nuevos pesos y se repite el proceso. Cuando una alternativa de referencia sea estable, y esto debe ocurrir, ésa es la elegida.

El método de Zionts ha experimentado mejoras con el paso del tiempo (véase Chankong *et. al.* (1985)) ya que ha habido un activo grupo de doctorandos bajo su dirección en la Universidad de Nueva York en Buffalo trabajando en ello (Koksalan, Khairullah, Karman, etc.).

Una de las variantes más interesantes y sofisticadas de estos métodos interactivos inspirados en el de Zionts es la cultivada por Korhonen y colaboradores (1981, 1984, 1986a, 1986b). Utilizan el modelo de Bowman y Colantoni (1973), fácil de implementar vía programación lineal, complementada con una interesante utilización de gráficos en ordenador como interfase de comunicación con el decisor.

Mencionemos por último el método UTA de Jacquet-Lagreve y Siskos (1982b) el cual estima los parámetros de una función de utilidad por técnicas de regresión ordinal, calculables utilizando programación lineal, de manera que se ajusten los datos que se demandan al decisor en forma de comparaciones

binarias globales de alternativas. En Jacquet-Lagreze y Siskos (1983) se describen varios casos de aplicación de este método.

### 3.9. *Análisis multivariante*

Todos los métodos englobables bajo esta denominación utilizan alguna de las técnicas del análisis multivariante con el objetivo implícito o declarado de reducir la dimensionalidad de los criterios.

Primeramente están los que se apoyan en el MDS (MultiDimensional Scaling, bien descrito en Kruskal y Wish (1978)). En definitiva, partiendo de una matriz de disimilaridades de las alternativas (por ejemplo, recuérdese, obtenida por transformación sencilla de una matriz de concordancias) puede conseguirse con la ayuda del MDS un mapa en dos dimensiones que sitúa a las alternativas en posiciones relativas entre sí acorde con las disimilaridades que las separan<sup>6</sup>. Si ahora logramos situar en dicho mapa la alternativa ideal (el LINMAP puede ayudarnos en esto), aquella alternativa más cercana al ideal puede tomarse como la mejor.

Otra vía sugerida por Stewart (1981) utiliza el análisis factorial a fin de reducir los  $n$  criterios del problema a un subconjunto reducido de hiper criterios que expliquen un amplio porcentaje de la matriz de decisión. Si son sólo dos hiper criterios, una representación gráfica permite seleccionar fácilmente un subconjunto de alternativas no dominadas en tal espacio bidimensional. El método no es favorablemente comentado por Massam (1982) en la comparación a que le somete frente a otros.

### 3.10. *Inteligencia Artificial*

Aunque se viene trabajando en la IA (Inteligencia Artificial) desde mediados de siglo, no es hasta hace muy poco, como es conocido, que su interés práctico se ha puesto ampliamente de manifiesto. Se ha acuñado incluso un nombre, el de Sistemas Expertos, para esas técnicas de la IA que se utilizan en el ancho campo de las ayudas al decisor. Llámense como se llamen, dichas técnicas empiezan ya a utilizarse significativamente en Decisión Multicriterio y más concretamente en la DMD. Se han publicado varios interesantes trabajos en la literatura académica, que brevemente comentaré a continuación, pero es fácil sospechar que muchas aportaciones importantes permanecen en las tinieblas de la confidencialidad.

En Efstathiou *et. al.* (1986) se plantea un enfoque de la DMD vía IA. Se parte de una matriz de decisión cualitativa y difusa en el propio lenguaje del decisor.

<sup>6</sup> En frase muy gráfica, el MDS hace la operación inversa a la que efectuamos al leer distancias entre ciudades en un plano de carreteras: Partiendo de las distancias construirá un plano lo más coherente posible con las mismas.

Un método informatizado, llamado DECMAX y de carácter amigable e interactivo, va aprendiendo del decisor su estructura de preferencias en base a las valoraciones que éste da a sucesivas alternativas, reales o ficticias, que se le van presentando. En cualquier momento pueden explicitarse y/o modificarse las reglas y las valoraciones en orden a resolver inconsistencias detectadas. El método se fundamenta en el marco teórico de los llamados árboles semánticos descrito en Efstathiou y Rajkovic (1979b) y en Bohanec *et. al.* (1983). En este último se describe asimismo una sencilla ilustración en un caso de selección de ordenadores. Interesante línea aún en desarrollo, pero ya con ciertos resultados, puede verse como otro paradigma de DMD derivado del clásico en el que subyacente, pero sin construirla analíticamente, está una función de utilidad.

Otro enfoque es el que ofrecen Levine y Pomerol (1986a) y su sistema PRIAM. En esencia es un método heurístico, utilizando técnicas de búsqueda y representación de datos prestadas de la IA, que interactivamente va ofreciendo al decisor el subconjunto de alternativas satisfactorias (en el sentido de Simon (1955)) correspondientes a los umbrales que aquél va fijando para cada criterio. Dada su simplicidad de conceptos y flexibilidad de uso se argumenta que al decisor le resulta muy intuitivo, asequible y en definitiva útil su uso, de donde se deriva la eficacia potencial del método.

En Mandic y Mamdani (1984) se plantea el tema de la modificación interactiva de los pesos de los criterios, de acuerdo con los niveles que éstos van alcanzando en la alternativa de referencia en cada estadio dinámico del proceso. El marco de decisión es completamente difuso (sección 4) y se sugiere un mecanismo de reglas de producción para afrontar el problema expuesto. La propuesta es sugestiva y en Reyes y Barba-Romero (1986) se recoge e implementa en la forma de un sistema experto, tras discutir la viabilidad de un nuevo paradigma para la MDM basado en los nuevos conceptos y herramientas que la IA aporta. Sin embargo, aún es pronto para asegurar la definitiva utilidad de este enfoque, en particular en lo que respecta a sus propiedades de convergencia hacia una solución aceptable.

Citemos por último, en esta casi recién nacida pero imparable irrupción de los sistemas expertos en la DMD, un recientísimo trabajo de Levine *et. al.* (1986b) planteando un sistema experto para extraer del decisor los datos de la matriz de decisión y los pesos en problemas de DMD, y su aplicación a un caso de selección de proyectos de construcción de una planta industrial.

#### **4. DMD en ambiente difuso**

A principios de los años 70 aparece en este contexto de la DMD el concepto de conjunto difuso como medio de recoger la imprecisión inherente a muchos de los datos requeridos por el paradigma. Aunque los conjuntos difusos habían nacido en 1965 (puede verse una completa y actualizada, aunque concisa, introducción a los mismos en Zadeh (1979)), era de esperar su pronta utilización en el campo de la decisión. Un ya mítico artículo de Bellman y Zadeh (1970) formuló, y específicamente para la DMD, un paradigma vigente desde

entonces. La propuesta resultó apasionante para un gran número de investigadores y comenzaron a aparecer trabajos sobre el tema. Pero antes de comentarlos brevemente merece la pena hacer algunas observaciones previas de carácter general.

La propuesta de incorporar los conjuntos difusos en la Teoría de la Decisión, lo que podemos denominar como Decisiones Difusas en lo sucesivo, no ha estado exenta de contestación desde su nacimiento. Al principio fue la cuestión de si «imprecisión» era o no lo mismo en el fondo que «incertidumbre». Se trazaron líneas de demarcación bastante nítidas e incluso en el fragor de la lucha ideológica se llegó a afirmar que, por el contrario, toda la incertidumbre debería tratarse vía los conceptos difusos. Esas aguas de polémica están hoy más calmadas y hasta se viene afirmando que ambos conceptos, incertidumbre e imprecisión, deben ir de la mano en los modelos y tratarse conjuntamente (Freeling (1984); Gaines (1984)). Incluso se han propuesto modelos teóricos que los engloban (los conjuntos probabilísticos de Hirota (1981)) y métodos de DMD Difusa que los implementan (Martel *et. al.* (1986); Czogala y Zimmermann (1986)).

Por otro lado, la misma idea de modelizar la imprecisión del lenguaje natural y de las evaluaciones del decisor por medio de la teoría de los conjuntos difusos se ha visto sujeta a críticas. Así, por ejemplo, en un trabajo de French (1984) se hace una valiente, por lo infrecuente de estas posturas, exposición de agravios a la Decisión Difusa. Sin entrar en el fondo de la cuestión, que merece más amplio espacio y reflexión de los que aquí podemos darle, baste decir que en efecto el estado actual de la Decisión Difusa adolece de cierta arbitrariedad e incompletitud teórica y, esto es tal vez lo más grave, de pocos frutos prácticos en aplicaciones reales. Quizás en este último defecto resida la clave del remedio: Más implementaciones prácticas aun cuando carezcan de sólida fundamentación teórica. Al fin y al cabo: ¿No sigue siendo todavía un misterio teórico el eficiente comportamiento del algoritmo del Simplex? Por otra parte, infunde cierto optimismo comprobar que algunas aplicaciones reales de los métodos de la Decisión Difusa se argumenta han sido un éxito (Rajkovic y Bohanec (1980)).

Volviendo a los enfoques de DMD Difusa propuestos, las primeras aportaciones explotaron la veta teórica abierta por el paradigma de Bellman y Zadeh (1970), y hacia 1977 aparecen varios trabajos serios en esta línea, aún cuando hoy día ya seamos muy conscientes de sus defectos (Yager (1977); Jain (1977); Baas y Kwakernaak (1977); Baldwin y Guild (1979); Watson *et. al.* (1979); Freeling (1980); Dubois y Prade (1982); Hipel (1982)).

El método de Baas y Kwakernaak (1977) puede tal vez ser considerado un serio y típico representante del enfoque antedicho, por lo que merece la pena nos detengamos en él brevemente. El método se enmarca dentro del paradigma usual de la MDM considerando difusos tanto las evaluaciones  $r_{ij}$  como los pesos  $w_j$ . Se plantea entonces obtener unas evaluaciones globales  $E_i$  de las alternativas  $i$ :

$$E_i = \frac{\sum_j w_j r_{ij}}{\sum_i w_i}$$

Debido al carácter difuso de sus variables, tales expresiones  $E_i$  serán también difusas así como la aritmética aplicable. No es por tanto trivial ni obtenerlas ni ordenarlas después para escoger la mejor, dedicándose el trabajo a exponer un enfoque teórico y una vía práctica para hacerlo. Se utiliza, para las funciones difusas, el Principio de Extensión de Zadeh y los operadores Máx-Mín. Es interesante la construcción adicional de otras funciones llamadas de preferenciabilidad de la alternativa mejor ordenada sobre las restantes alternativas, que permiten calibrar mejor (aunque siempre en forma difusa) la selección final. Los autores reconocen su inspiración en un método anterior (Kahne (1975a, 1975b)) basado en la modelización de las  $r_{ij}$  y los  $w_j$  por medio de distribuciones probabilísticas y en la obtención de las  $E_i$  y de la mejor alternativa utilizando simulación estocástica. Con dicho método comparan el suyo difuso a través de varios ejemplos (en los que, por cierto, no queda muy malparado el método de Kahne), y de unos sugestivos modelos interpretativos en términos de un «comité de decisores».

Posteriormente a estos primeros trabajos siguieron apareciendo más, generalmente en la línea de explorar otras posibilidades de operadores difusos en las dos tareas básicas de obtener y ordenar las evaluaciones globales  $E_i$ . Sin embargo, ninguno pareció añadir nada sustancialmente nuevo al enfoque utilizado por Baas y Kwakernaak.

Otra propuesta más reciente, la de la interpretación y/o ajuste lingüístico de las evaluaciones globales  $E_i$ , surge ante la falta de un criterio claramente dominante de ordenación de conjuntos difusos. La idea central es simple: Si las evaluaciones son difusas, así han de serlo las interpretaciones (Tong y Bonissone (1980); Eshragh (1980)).

El tercer enfoque es el de las relaciones difusas de superación, dominación o preferencia. Roy (1977) y sus colaboradores comenzaron relativamente pronto a «difusivizar» el método ELECTRE como ya se ha mencionado (subsección 3.6). Otras aportaciones independientes, desde la inicial de Orlovsky (1978) hasta las más recientes de Takeda (1982), Siskos *et. al.* (1984) o Martel *et. al.* (1986), están ofreciendo resultados muy prometedores.

Un cuarto enfoque basado en el  $Q$ -análisis elaborado por Atkin (1974), no ha tenido hasta el momento mucha difusión (Duckstein y Kempf (1981); Freire y Ollero (1982)).

Para terminar esta sección referenciamos tan sólo las valiosas visiones panorámicas del tema de la Decisión Multicriterio Difusa que sucesivamente han ido ofreciendo, además del ya citado Bellman y Zadeh (1970), los trabajos de Blin (1977), Kickert (1978), Dubois y Prade (1980, 1984) y Zimmermann *et. al.* (1984, 1985).

## 5. Soportes para la toma de Decisiones MultiDiscretas

Ginzberg y Stohr (1982) definen un Sistema Soporte de Decisiones (DSS en sus habituales siglas anglosajonas) como «... un sistema informático utilizado para

soportar actividades de toma de decisiones en situaciones en las que no es posible o deseable tener un sistema automatizado para llevar a cabo el proceso completo de decisión». Desde mediados de los años 70 se ha venido trabajando en este tema, con una abundante literatura producida desde entonces (Sol (1983) y Schaffers (1985) ofrecen una panorámica de las ideas y de las principales referencias). Sin embargo, eran escasos los frutos prácticos, al menos al nivel público, hasta hace muy poco en que, con el auge de los microordenadores y sus asequibles softwares de bases de datos y gráficos, se han abierto nuevas posibilidades.

Algunos autores están trabajando en el campo específico de los DSS para Decisión Multicriterio. Así, Jelassi *et. al.* (1985b) plantean una estructura para este tipo de sistemas que consta de tres subsistemas manejadores: de diálogos, de datos y de métodos DMD. El énfasis es en la interactividad con el decisor.

Otra propuesta es la de Levine *et. al.* (1986b), quienes utilizan un sistema experto para requerir los datos del problema al decisor y para contrastar interactivamente con él las evaluaciones inciertas de las alternativas que así las tengan. Posteriormente puede ser utilizado el método PRIAM ya comentado (Levine y Pomerol (1986a)) o, así lo afirman, cualquier otro método de DMD.

Compartiendo estos planteamientos está en curso de desarrollo un sistema informático de soporte para la toma de DMD por un equipo que dirijo en el marco del proyecto de la CAICYT referenciado al inicio de este trabajo. Su esquema básico, en parte inspirado en una antigua propuesta de Hwang y Yoon (1981), es el que recoge el gráfico 2 que comentamos brevemente. Consta de cinco fases claramente diferenciadas: Las tres primeras son fundamentalmente interactivas con el decisor y las dos últimas puramente algorítmicas. En la primera se obtienen los datos necesarios para construir la matriz de decisión. Asimismo se normaliza ésta por medio de los procedimientos de normalización (subsección 2.2) necesarios para los métodos DMD que se emplearán en la fase 4. La fase 2 efectúa un análisis previo para eliminar de entrada aquellas alternativas que sean dominadas. Asimismo, y con carácter opcional, el decisor puede fijar unos umbrales mínimos/máximos de satisfacción por cada criterio en orden a excluir de posterior análisis aquellas alternativas que no los cumplan (cabe aquí una exploración interactiva más completa del tipo de la que hace el ya comentado sistema PRIAM). En la fase 3 se utiliza(n) alguno(s) de los procedimientos de estimación de pesos (promediando los resultados, por ejemplo, en el caso de que sean varios) a nuestra disposición (subsección 2.3).

En la fase 4, verdadero corazón del sistema, varios (y esto es esencial en la propuesta) métodos de DMD de entre todo el arsenal disponible (sección 3) se aplicarían a los datos del problema. Cada uno ofrecería como resultado una ordenación completa de las alternativas<sup>7</sup>. El sistema está estructurado en forma

<sup>7</sup> Casi todos los métodos, como se ha podido apreciar al describirlos, suelen tener una versión que fuerza tal ordenación completa aun cuando la naturaleza del método tienda a ofrecer ordenaciones parciales nada más. Este es típicamente el caso con los métodos basados en relaciones de superación.

modular de forma que nuevos métodos puedan irse añadiendo, o actualizando los ya implementados, conforme se desee. Cada método hará uso del tipo y forma de datos que precise y el decisor podrá elegir optativamente los que el sistema usará en cada caso.

La fase 5, por último, tratará de armonizar las posiblemente diferentes respuestas de los distintos métodos utilizados. La propuesta es considerar cada método como un agente que ordena según su propia racionalidad las alternativas. Diversos métodos de decisiones de grupo (Borda, Condorcet, Copeland, ...), pueden emplearse entonces para agregar en una sola tales diversas «opiniones». Aunque, como es bien sabido, no hay método perfecto de decisión colectiva, la conjetura es que si una mayoría de ellos coinciden en una alternativa como primer candidato, ésta puede tomarse sensatamente como la mejor.

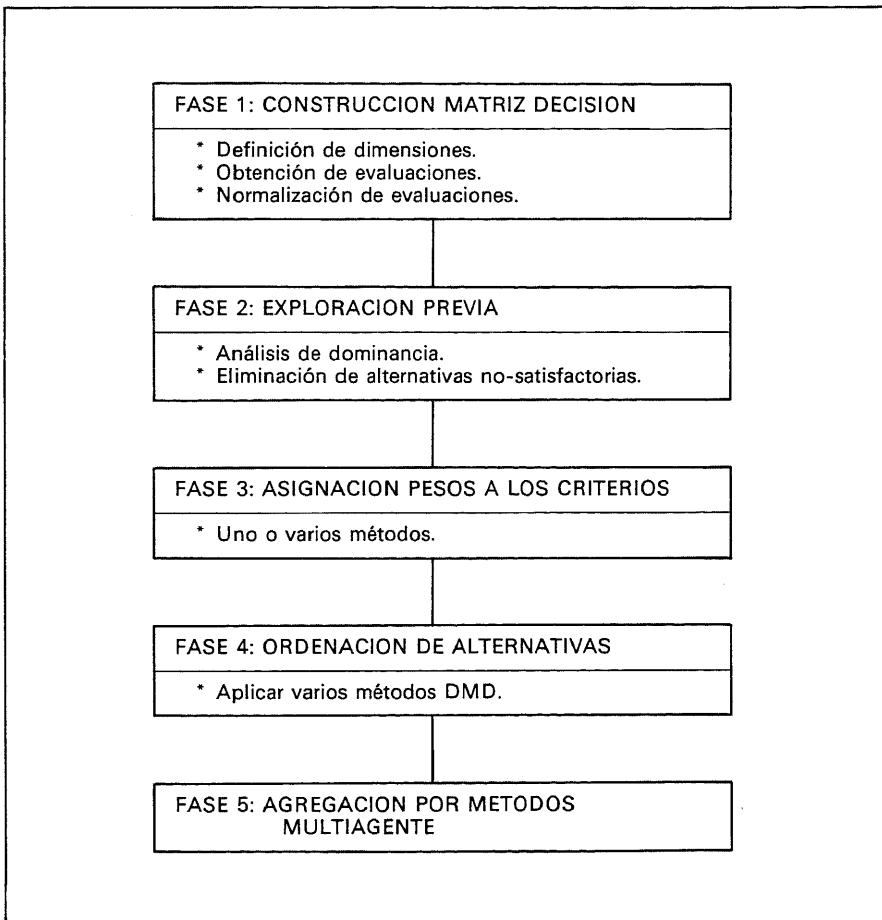


Gráfico 2. Esquema básico de un Sistema Soporte para la toma de Decisiones MultiDiscretas.

## 6. Conclusiones

En este trabajo, y tras introducir la naturaleza y características del problema de la Decisión MultiDiscreta (DMD), se han comentado con cierto detalle dos cuestiones importantes en este contexto: La normalización de las evaluaciones y la asignación de los pesos. A continuación se ha pasado revista a los diversos tipos de métodos, tanto clásicos como recién aparecidos, propuestos para su resolución. Especial análisis han merecido los métodos en ambiente difuso. Por último se ha comentado brevemente el papel que los Sistemas de Soporte de Decisiones pueden jugar en el campo de la DMD y se ha descrito una propuesta de sistema concreto en desarrollo por el autor y colaboradores en el marco de un proyecto financiado por la CAICYT.

Objetivos declarados de este estudio han sido los de promover la comprensión y el uso de la Decisión Multicriterio, y especialmente la DMD, en el análisis teórico y aplicado de los economistas. Más que la densa síntesis, desgraciadamente inevitable debido a la amplitud de temas, de conceptos y de métodos, será tal vez la deliberadamente buscada, extensa y actualizada guía de referencias la que le será de mayor utilidad al lector.

Muchas líneas de investigación quedan abiertas, juzgándose especialmente interesantes las que se refieren a la utilización de técnicas de la Inteligencia Artificial en el campo de la DMD (subsección 3.10).

## Referencias

- Atkin, R. H. (1980): *Mathematical Structure in Human Affairs*, Heinemann, London.
- Baas, J. M., y Kwakernaak, H. (1977): «Rating and ranking of multi-aspect alternatives using fuzzy sets», *Automatica*, vol. 13, págs. 47-58.
- Baldwin, J. F., y Guild, NCF. (1979): «Comparison of fuzzy sets on the same decision space», *Fuzzy Sets and Systems*, núm. 3, vol. 2, págs. 213-232.
- Barba-Romero, S. (1984): *Técnicas de Apoyo a la Toma de Decisiones en la Administración Pública*, Instituto Nacional de la Administración Pública, Madrid.
- Bell, D. E.; Keeney, R. L., y Raiffa, H. (Eds.) (1977): *Conflicting Objectives in Decisions*, Wiley, Nueva York.
- Bellman, R., y Zadeh, L. (1970): «Decision making in a fuzzy environment», *Management Science*, núm. 4, vol. 17, págs. B141-B164.
- Belton, V., y Gear, T. (1983): «On a short-coming of Saaty's method of analytic hierarchies», *OMEGA*, núm. 3, vol. 11, págs. 228-230.
- Belton, V. (1986): «A comparison of the analytic hierarchy process and a simple multi-attribute value function», *European Journal of Operational Research*, vol. 26, págs. 7-21.
- Ben-Akiva, M., y Lerman, S. R. (1985): *Discrete Choice Analysis*, MIT Press, Boston.
- Benayoun, R.; Roy, B., y Susman, B. (1966): «ELECTRE: une methode pour guider le choix en presence de points de vue multiples», *SEMA*, Note de travail, núm. 49, París.
- Bernardo, J. J., y Blin, J. M. (1977): «A programming model of consumer choice among multi-attributed brands», *Journal of Consumer Research*, núm. 2, vol. 4, págs. 111-118.
- Blin, J. M. (1976): «A linear assignment formulation of the multi-attribute decision problem», *Revue Française d'Automatique, d'Informatique et de Recherche Operationnelle*, núm. 2, vol. 6,

- Blin, J. M. (1977): «Fuzzy sets in multiple criteria decision making», en Starr y Zeleny (1977), págs. 129-146.
- Blin, J. M., y Dodson, Jr, J. A. (1978): «A multiple criteria decision model for repeated choice situations», en Zionts (1978), *op. cit.*, págs. 8-22.
- Bohanec, M.; Bratko, I., y Rajkovic, V. (1983): «An expert system for decision making», en *Processes and tools for decision support (Proc. of the Joint IFIP WG 8.3/IIASA, Luxembourg, Austria, 19-21, July, 1982)*, Sol, H. G., North-Holland, Amsterdam, págs. 235-248.
- Bowman, V., y Colantoni, C. (1973): «Majority rule under transitivity constraints», *Management Science*, núm. 9, vol. 19, págs. 1029-1041.
- Boysou, D. (1986): «Some remarks on the notion of compensation in MCDM», *European Journal of Operational Research*, vol. 26, págs. 150-160.
- Brans, J. P., y Vincke, Ph. (1985): «A preference ranking organization method, the PROMETHEE method», *Management Science*, vol. 31, págs. 647-656.
- Brans, J.P.; Vincke, Ph., y Mareschal, B. (1986): «How to select and how to rank projects: the PROMETHEE method», *European Journal of Operational Research*, vol. 24, págs. 228-138.
- Chandon, J. L., y Vincke, P. (1981): «La modelisation des preferences, en Analyse et Aggregation des Preferences», Batteau *et. al.*, *Economica*, págs. 15-43, Paris.
- Chankong, V., *et. al.* (1985): «Multiple criteria optimization: a state of the art review», en Haimes y Chankong (1985), *op. cit.*, págs. 36-90.
- Chu, A. T. V.; Kalaba, R. E., y Spingarn, K. (1979): «A comparison of two methods for determining the weights of belonging to fuzzy sets», *Journal of Optimization theory and Applications*, núm. 4, vol. 27, págs. 531-538.
- Churchman, C. W.; Ackoff, R. L., y Arnoff, E. L. (1957): *Introduction to Operations Research*, Wiley.
- Cogger, K. O., y Yu, P. L. (1985): «Eigen weight vectors and least distance approximation for revealed preference in pairwise weight ratios», *Journal of Optimization Theory and Applications*, núm. 4, vol. 46.
- Crama, Y., y Hansen, P. (1983): «An introduction to the ELECTRE research programme», en Hansen (1983), *op. cit.*, págs. 31-42.
- Czogala, E., y Zimmermann, H. J. (1986): «Decision making in uncertain environments», *European Journal of Operational Research*, vol. 23, págs. 202-212.
- Debreu, G. (1960): «Topological methods in cardinal utility theory», en *Mathematical Methods in the Social Sciences* (1959), Arrow, K. J.; Karlin, S., y Suppes, P., Stanford University Press (1960).
- Despontin, M.; Nijkamp, P., y Spronk, J. (1984): *Macroeconomic planning with conflicting goals* (Proceedings, Brussels, 1982), Springer Verlag, Berlín.
- Despontin, M.; Lehert, F., y Roubens, M. (1986): «Multi-attribute decision making by consumers associations», *European Journal of Operational Research*, vol. 23, págs. 194-201.
- Dubois, D., y Prade, H. (1980): *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press, Nueva York.
- Dubois, D., y Prade, H. (1982b): «The use of fuzzy numbers in decision analysis», en Gupta y Sánchez (1982), *op. cit.*, págs. 309-321.
- Dubois, D., y Prade, H. (1984): «Criteria aggregation and ranking of alternatives in the framework of fuzzy set theory», en Zimmermann *et. al.* (1984), *op. cit.*, págs. 209-240.
- Duckstein, L., y Kempf, J. (1981): «Multicriteria  $Q$ -Analysis for plan evaluations», en *Multiple Criteria Analysis: Operational Methods*, Nijkamp, P., y Spronk, J., Gower Press, Londres, págs. 87-99.
- Duesing, E. (1981): «Multiple objective linear programming: an economist's perspective», en Morse (1981), *op. cit.*, págs. 77-90.
- Eckenrode, R. T. (1965): «Weighting multiple criteria», *Management Science*, núm. 3, vol. 12, págs. 180-192.
- Efstathiou, J., y Rajkovic, V. (1979): «Multiattribute decision making using a fuzzy heuristic approach», *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 9, págs. 326-333.

- Efstathiou, J.; Rajkovic, V., y Bohanec, M. (1986): «Expert systems and rule based decision support systems», en *Computer Assisted Decision Making*, Mitra, G., North-Holland, Amsterdam, págs. 165-174.
- Eshragh, F. (1980): «Subjective multicriteria decision making», *International Journal of Man-Machine Studies*, núm. 1, vol. 13, págs. 117-141.
- Fandel, G., y Spronk, J. (Eds.) (1985): *Multiple Criteria Decision Methods and Applications, (Selected Readings of the First International Summer School)*, Springer Verlag, Berlín.
- Farquhar, P. H. (1983): «Research directions in multiattribute utility analysis», en Hansen (1983), *op. cit.*, págs. 63-85.
- Farquhar, P. H. (1984): «Utility assessment methods», *Management Science*, núm. 11, vol. 30, págs. 1283-1300.
- Fishbein, J. W. (1967): «Behaviour theory approach to the relation between beliefs about an object and the attitude towards the object», en *Readings in Attitude Theory and Measurement*, Fishbein, J. W., Wiley, Nueva York.
- Fishburn, P. C. (1970): *Utility Theory for Decision Making*, Wiley.
- Fishburn, P. C. (1974): «Lexicographic orders, utilities and decision rules: a survey», *Management Science*, núm. 11, vol. 20, págs. 1442-1471.
- Fishburn, P. C. (1976): «Non compensatory preferences», *Synthese*, vol. 33, págs. 393-403.
- Freeling, A. N. S. (1980): «Fuzzy sets and decision analysis», *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, núm. 7, vol. SMC-10, págs. 341-354.
- Freeling, A. N. S. (1984): «Possibilities versus fuzzy probabilities. Two alternative decision aids», en Zimmermann *et al.* (1984), *op. cit.*, págs. 67-81.
- Freire, E., y Ollero, A. (1982): «A method of multicriteria analysis», en Gupta y Sánchez (1982), *op. cit.*, págs. 289-300.
- French, S. (1984): «Fuzzy decision analysis: some criticisms», en Zimmermann *et al.* (1984), *op. cit.*, págs. 29-44.
- Gaines, B. R. (1984): «Fundamentals of decision: Probabilistic, possibilistic and other forms of uncertainty in decision analysis», en Zimmermann *et al.* (1984), *op. cit.*, págs. 47-65.
- Gal, T. (1986): «On efficient sets in vector maximum problems-A brief survey», *European Journal of Operational Research*, vol. 24, págs. 235-264.
- Gallástegui, I. (1985): «Aspectos básicos de los modelos de elección discreta en economía», *Revista Española de Economía*, núm. 2, vol. 2, págs. 187-202.
- Georgescu-Roegen, N. (1954): «Choice, expectations and measurability», *Quarterly Journal of Economics*, núm. 4, vol. 68, págs. 503-541.
- Gershon, M., y Duckstein, L. (1983): «An algorithm for choosing of a multiobjective technique», en Hansen (1983), *op. cit.*, págs. 53-62.
- Gershon, M. (1984): «The role of weights and scales in the application of multiobjective decision making», *European Journal of Operational Research*, vol. 15, págs. 244-250.
- Ginzberg, M. J., y Stohr, E. A. (1982): «DSS: Issues and perspectives», en *Decision Support Systems*, en Ginzberg, M. J.; Reitman, W., y Stohr, E. A., North-Holland, Amsterdam.
- Gupta, M. M., y Sánchez, E. (Eds.) (1982): *Fuzzy Information and Decision Processes*, North-Holland, Amsterdam.
- Haimes, Y. Y., y Chankong, V. (Eds.) (1985): *Decision Making with Multiple Objectives*, Springer Verlag, Berlín.
- Hansen, P. (Ed.) (1983): *Essays and Surveys on Multiple Criteria Decision Making*, Springer Verlag, Berlín.
- Hinloopen, E.; Nijkamp, P., y Rietveld, P. (1983): «The REGIME method: a new multicriteria technique», en Hansen (1983), *op. cit.*, págs. 146-155.
- Hipel, K. W. (1982): «Fuzzy set methodologies in multicriteria modelling», en Gupta y Sánchez (1982), *op. cit.*, págs. 279-287.
- Hirota, K. (1981): «Concepts of probabilistic sets», *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 5, págs. 31-46.
- Hugonnard, J. G., y Roy, B. (1983): «Le plan d'extension du metro en banlieue parisienne», en Jaquet-Lagrez y Siskos (1983), *op. cit.*, págs. 39-65.

- Hwang, C., y Yoon, K. (1981): *Multiple Attribute Decision Making. Methods and Applications Survey*. Springer Verlag (1981).
- Jacquet-Lagrez, E. (1982): «Binary preference indices: A new look on multicriteria aggregation procedures», *European Journal of Operational Research*, vol. 10, págs. 26-32.
- Jacquet-Lagrez, E., y Siskos, J. (1982b): «Assessing a set of additive functions for multicriteria decision-making, the UTA method», *European Journal of Operational Research*, vol. 10, págs. 151-164.
- Jacquet-Lagrez, E., y Siskos, J. (1983): «Methodes de Decision Multicritere», Monographies de L'AFCEC, Francia.
- Jacquet-Lagrez, E. (1983b): «Concepts et modeles en analyse multicritere», en Jacquet-Lagrez y Siskos (1983), págs. 7-37.
- Jain, R. (1977): «A procedure for multi-aspect decision-making using fuzzy sets», *International Journal of Systems Science*, núm. 1, vol. 8, págs. 1-7.
- Jelassi, M. T.; Jarke, M., y Stohr, E. A. (1985): «Designing a generalized multiple criteria decision support system», en Haimes y Chankong (1985), *op. cit.*, págs. 214-235.
- Kahne, S. (1975a): «A procedure for optimizing development decisions», *Automatica*, vol. 11, págs. 261-169.
- Kahne, S. (1975b): «A contribution to decision making in environmental design», *Proc. IEEE*, vol. 63, págs. 518-528.
- Keen, P. G. W. (1977): «The evolving concept of optimality», en Starr y Zeleny (1977), *op. cit.*, págs. 31-57.
- Keeney, R. L., y Raiffa, H. (1976): *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*, Wiley.
- Khairullah, Z. Y., y Zionts, S. (1981): «An empirical evaluation of some multiple criteria methods for discrete alternatives», en Morse (1981), *op. cit.*, pág. 171.
- Kickert, W. J. M. (1978): *Fuzzy Theories on Decision-Making. A Critical Review*, Martinus Nijhoff, Leiden.
- Knoll, A. L., y Engelberg, A. (1978): «Weighting multiple objectives. The Churchman-Ackoff technique revisited», *Computers and Operations Research*, vol. 5, págs. 165-177.
- Koopmans, T. C. (1951): «Activity Analysis of Production and Allocation», *Cowles Commission Monograph 13*, Wiley, Nueva York.
- Korhonen, P., y Soismaa, M. (1981): «An interactive criteria approach to ranking alternatives», *Journal of Operational Research Society*, vol. 32, págs. 577-585.
- Korhonen, P.; Wallenius, J., y Zionts, S. (1984): «Solving the discrete multiple criteria problem using convex cones», *Management Science*, núm. 11, vol. 30, págs. 1336-1345.
- Korhonen, P. K. (1986a): «A hierarchical interactive method for ranking alternatives with multiple qualitative criteria», *European Journal of Operational Research*, vol. 24, págs. 265-276.
- Korhonen, P. J., y Laakso, J. (1986b): «A visual interactive method for solving the multiple criteria problem», *European Journal of Operational Research*, vol. 24, págs. 277-287.
- Kruskal, J. B., y Wish, M. (1978): *Multidimensional Scaling*, Sage publications, USA.
- Lancaster, K. (1971): *Consumer Demand, a New Approach*, Columbia University Press, Nueva York.
- Levine, P., y Pomerol, J. Ch. (1986a): «PRIAM, an interactive program for choosing among multiple attribute alternatives», *European Journal of Operational Research*, vol. 25, págs. 272-280.
- Levine, P.; Pomerol, J. Ch., y Saneh, R. (1986b): «Bridging an expert system and a multicriteria decision support system», Ponencia presentada en el EURO VIII, *Eight European Conference on Operational Research*, Lisboa.
- Luce, D. (1956): «Semiorders and a theory of utility discrimination», *Econometrica*, vol. 24, págs. 178-191.
- MacCrimmon, K. R. (1973): «An overview of multiple objective decision making», en *Multiple Criteria Decision Making*, Cochrane, J. L., y Zeleny, M., University of South Carolina Press, Columbia, USA, págs. 18-44.

- Mandic, N. J., y Mamdani, E. H. (1984): «A multi-attribute decision-making model with fuzzy rule-based modification of priorities», en Zimmermann *et al.* (1984), *op. cit.*, págs. 285-306.
- Marschal, B. (1986): «Stochastic multicriteria decision making and uncertainty», *European Journal of Operational Research*, vol. 26, págs. 58-64.
- Martel, J. M.; D'Avignon, G. R., y Couillard, J. (1986): «A fuzzy outranking relation in multicriteria decision making», *European Journal of Operational Research*, vol. 25, págs. 258-271.
- Massam, B. H., y Askew, I. D. (1982): «Methods for comparing policies using multiple criteria: An urban example», *OMEGA*, núm. 2, vol. 10, págs. 195-104.
- Morse, J. N. (1978): «A theory of naive weights», en Zionts (1978), *op. cit.*, págs. 334-401.
- Morse, J. N. (Ed.) (1981): *Organizations: Multiple Agents with Multiple Criteria*, Springer Verlag, Berlín.
- Nijkamp, P., y Delft, A. Van. (1977): *Multicriteria Analysis and Regional Decision Making*, Martinus Nijhoff, Leiden.
- Nijkamp, P. (1977b): *Theory and Application of Environmental Economics*, North Holland, Amsterdam.
- Nijkamp, P., y Voogd, H. (1985): «An informal introduction to multicriteria evaluation», en Fandel y Spronk (1985), *op. cit.*, págs. 61-84.
- Orlovsky, S. A. (1978): «Decision making with a fuzzy preference relation», *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, págs. 155-167.
- Ostanello, A. (1985): «Outranking methods», en Fandel y Spronk (1985), *op. cit.*, págs. 41-60.
- Paelinck, J. H. P. (1976): «Qualitative multiple criteria analysis, environmental protection and multiregional development», *Papers of the Regional Science Association*, vol. 36, págs. 59-74.
- Paelinck, J. H. P. (1977): «Qualitative multiple criteria analysis: an application to airport location», *Environment and Planning*, vol. 9, págs. 883-895.
- Paelinck, J. H. P. (1978): «QUALIFLEX, a flexible multiple criteria method», *Economic Letters*, vol. 3, págs. 193-197.
- Pekelman, D., y Sen, S. K. (1974): «Mathematical programming models for the determination of attribute weights», *Management Science*, vol. 20, págs. 1217-1229.
- Rajkovic, V., y Bohanec, M. (1980): «A cybernetic model of the computer-aided decision making process», Proceedings of 9th International Congress on Cybernetics, Namur.
- Reyes, J., y Barba-Romero, S. (1986): «Expert systems and multicriteria decision making», Ponencia presentada en el EURO VIII, *Eight European Conference on Operational Research*, Lisboa.
- Rietveld, P. (1980): *Multiple Objective Decision Methods and Regional Planning*, North Holland, Amsterdam.
- Rivett, B. H. P. (1977): «Multidimensional scaling for multiobjective policies», *OMEGA*, núm. 4, vol. 5, págs. 367-379.
- Roubens, M. (1982): «Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making», *European Journal of Operational Research*, vol. 10, págs. 51-55.
- Roy, B., y Bertier, B. (1971b): «La methode ELECTRE II: Une methode de classement en presence de criteres multiples», *Note de Travail, núm. 141*, Direction Scientifique, Groupe METRA.
- Roy, B. (1977a): «Partial preference analysis and decision-aid: The fuzzy outranking relation concept», en Bell *et al.* (1977), *op. cit.*, págs. 40-76.
- Roy, B. (1978): «ELECTRE III: un algorithme de rangement fondé sur une representation floue des preferences en presence de critères multiples», *Cahiers du Centre d'Etudes de Recherche Operationnelle*, vol. 20, págs. 3-24.
- Roy, B. (1981): «The optimisation problem formulation: criticism and overstepping», *Journal of Operational Research Society*, vol. 32, págs. 427-436.
- Roy, B., y Hugonnard, J. C. (1982): «Classement des prolongements de lignes de metro en banlieue parisienne», *Cahiers du Centre d'Etude de Recherche Operationnelle*, vol. 24.

- Saaty, T. L. (1977): «A scaling method for priorities in hierarchical structures», *Journal of Mathematical Psychology*, núm. 3, vol. 15, págs. 234-281.
- Saaty, T. L. (1980): *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill.
- Saaty, T. L.; Vargas, L. G., y Wendell, R. E. (1983): «Assessing attribute weights by ratios», *OMEGA*, núm. 1, vol. 11, págs. 9-13.
- Saaty, T. L. (1985): «Axiomatization of the analytic hierarchy process», en Haimes y Chankong (1985), *op. cit.*, págs. 91-108.
- Schaffers, H. (1985): «Design of computer support for multicriteria and multiperson decisions in regional water resources planning», en Fandel y Spronk (1985), *op. cit.*, págs. 245-266.
- Schoemaker, P. J. H., y Waid, C. C. (1982): «An experimental comparison of different approaches to determining weights in additive utility models», *Management Science*, vol. 28, págs. 182-196.
- Shannon, C. E., y Weaver, W. (1949): *The Mathematical Theory of Communication*, Univ. of Illinois Press, Chicago.
- Shepard, R. N. (1964): «On subjectively optimum selections among multi-attribute alternatives», en *Human Judgements and Optimality*, Shelley y Bryan, Wiley, págs. 257-281.
- Simon, H. A. (1955): «A behavioural model of rational choice», *Quarterly Journal of Economics*, núm. 1, vol. 69, págs. 99-114.
- Simon, H. A. (1976): «From substantive to procedural rationality», en *Method and Appraisal in Economics*, Latsis, S.J., Cambridge, Univ. Press.
- Siskos, J.; Lochar, J., y Lombard, J. (1984): «A multicriteria decision-making methodology under fuzziness: application to the evaluation of radiological protection in nuclear power plants», en Zimmermann *et. al.* (1984), *op. cit.*, págs. 261-284.
- Slovic, P., y Lichtenstein, S. (1971): «Comparison of bayesian and regression approaches to the study of information processing in judgement», *Org. Beh., and Human Performance*, núm. 6, vol. 6, págs. 649-744.
- Sol, H. G. (Ed.) (1983): *Processes and Tools for Decision Support*, North Holland, Amsterdam.
- Solymosi, T., y Dombi, J. (1986): «A method for determining the weights of criteria: The centralized weights», *European Journal of Operational Research*, vol. 26, págs. 35-41.
- Srinivasan, V., y Shocker, A. D. (1973a): «Linear programming for multidimensional analysis of preferences», *Psychometrika*, vol. 38, págs. 337-369.
- Srinivasan, V., y Shocker, A. D. (1973b): «Estimating the weights for multiple attributes in a composite criterion using pairwise judgements», *Psychometrika*, vol. 38, págs. 473-493.
- Starr, M. K., y Zeleny, M. (Eds.) (1977): *Multiple Criteria Decision Making*, North Holland, Amsterdam.
- Stewart, T. J. (1981): «A descriptive approach to MCDM», *Journal of Operational Research Society*, vol. 32, págs. 45-53.
- Takeda, E. (1982b): «Interactive identification of fuzzy outranking relations in a multicriteria decision problem», en Gupta y Sánchez (1982), *op. cit.*, págs. 301-107.
- Takeda, E.; Yu, P. L., y Cogger, K. O. (1985): «A comparative study on eigen weight vectors», en Haimes y Chankong (1985), *op. cit.*, págs. 388-399.
- Tong, R. M., y Bonissone, P. P. (1980): «A linguistic approach to decision-making with fuzzy sets», *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, núm. 11, vol. SMC-10, págs. 716-723.
- Torgerson, W. S. (1958): *Theory and Methods of Scaling*, Wiley, Nueva York.
- Tversky, A. (1969): «Intransitivity of preferences», *Psychological Review*, núm. 1, vol. 76, págs. 31-48.
- Tversky, A. (1971): «Elimination By Aspects: a probabilistic theory of choice», *Michigan Mathematical Psychology Program MMPP 71-72*, Univ. Michigan Ann Arbor.
- Tversky, A. (1977): *On the elicitation of preferences: descriptive and prescriptive considerations*, en Bell, *et. al.* (1977), págs. 209-222.

- Vansnick, J. C. (1986): «On the problem of weights in multiple criteria decision making (the noncompensatory approach)», *European Journal of Operational Research*, vol. 24, págs. 288-294.
- Vargas, L. G. (1983): «Prospects for the Middle East: Is a peaceful settlement attainable?», *European Journal of Operational Research*, vol. 14, págs. 169-192.
- Vincke, Ph. (1986): «Analysis of multicriteria decision aid in Europe», *European Journal of Operational Research*, vol. 25, págs. 160-168.
- Wallenius, H.; Wallenius, J., y Wartia, P. (1978): «An approach to solving multiple criteria macroeconomic policy problems and an application», *Management Science*, núm. 10, vol. 24, págs. 1021-1030.
- Watson, S. R.; Weiss, J. J., y Donnel, M. L. (1979): «Fuzzy decision analysis», *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, núm. 1, vol. SMC-9, págs. 1-9.
- Watson, S. R., y Freeling, A. N. S. (1982): «Assessing attribute weights», *OMEGA*, núm. 6, vol. 10, págs. 582-583.
- White, C. C. III, y Sage, A. P. (1980): «A multiple objective optimization-based approach to choicemaking», *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, núm. 6, vol. SMC-10.
- White, D. J. (1982): *Optimality and Efficiency*, Wiley, UK.
- Yager, R. R. (1977): «Multiple objective decision making using fuzzy sets», *International Journal of Man Machine Studies*, núm. 4, vol. 9, págs. 375-382.
- Zadeh, L. A. (1979): *Fuzzy sets*, en *Operations Research Support Methodology*, Holzman, A. G., y Marcel Dekker, Nueva York, págs. 569-606.
- Zeleny, M. (1974): *Linear Multiobjective Programming*, Springer Verlag, Nueva York.
- Zimmermann, H. J.; Zadeh, L. A., y Gaines, B. R. (1984): *Fuzzy Sets and Decision Analysis*, North-Holland.
- Zimmermann, H. J. (1985): *Fuzzy Set Theory and its Applications*, Kluwier Academic Publishers.
- Zionts, S. (Ed.) (1978): *Multiple Criteria Problem Solving*, Springer Verlag, Berlin.
- Zionts, S. (1981): «A multiple criteria method for choosing among discrete alternatives», *European Journal of Operational Research*, vol. 7, págs. 143-147.

## Abstract

Multicriteria Decision Making field has reached an appreciable level of maturity and now seems clear its potential utility for management and economic analysis tasks. This paper focuses on its discrete side, firstly describing the prevailing paradigm and those problems associated with the estimation and measure of its elements. Next, main methodologies and procedures for alternative's ranking appeared in the literature are reviewed, including the most recent ones such as Fuzzy Decision or Artificial Intelligence techniques. Finally, a discrete multicriteria decision support system currently developing is proposed.

*Recepción del original, diciembre de 1986*

*Versión final, febrero de 1987*