INVESTIGACIONES ECONÓMICAS. vol. XXVI (1), 2002, 7-34

INVERSIÓN PÚBLICA ÓPTIMA EN UN MODELO DE CICLO REAL

BALTASAR MANZANO
Universidade de Vigo

En este trabajo se analiza la determinación óptima de la política fiscal incluyendo la inversión pública como una decisión endógena. Se plantea un modelo de equilibrio general, calibrado con datos de la economía española, donde el stock de capital público aparece como un factor adicional dentro de la función de producción. Los resultados indican que el ratio inversión pública/producto de la economía española se halla ligeramente por debajo del que sería su nivel óptimo. Este resultado depende crucialmente del valor calibrado para la elasticidad-producto del capital público. En cuanto a las características dinámicas de la política fiscal óptima a lo largo del ciclo económico, el tipo impositivo sobre los salarios sigue un proceso estocástico muy poco volátil, moderadamente contracíclico y muy persistente, mientras que el tipo impositivo sobre las rentas del capital presenta una acusada volatilidad, un menor grado de persistencia y carácter acíclico. La inversión pública tiende a comportarse procíclicamente y tiene un grado de persistencia moderado.

Palabras clave: política fiscal óptima, inversión pública, ciclo económico.

(*JEL* E32, E62, H21, H54)

1. Introducción

Desde el trabajo de Ramsey (1927), la literatura macroeconómica se ha interesado por la cuestión de la política fiscal óptima, tanto en un contexto determinista como en uno estocástico. En particular, la literatura se ha ocupado de estudiar la optimalidad de la imposición distorsionante debido a que los impuestos de suma fija, ideales por su

Agradezco a Javier Vallés su constante apoyo a lo largo de la realización de este trabajo, así como sus comentarios y sugerencias. Asimismo deseo agradecer los comentarios de Amaia Iza, Omar Licandro, Alfonso Novales, de los participantes en las Jornadas de Macroeconomía Dinámica 1998 organizadas por el ICAE, y en el III Workshop on Dynamic Macroeconomics y de dos evaluadores anónimos. Este trabajo se ha beneficiado de la ayuda financiera proporcionada por la CICYT, proyecto SEC1999-1094. Todos los errores son de mi exclusiva responsabilidad.

nula distorsión sobre las decisiones de los agentes económicos, no están disponibles para la autoridad fiscal. Por tanto, el estudio de la política fiscal óptima se plantea como un análisis de segundo óptimo. Así, en la literatura encontramos que la formulación más común del problema consiste en obtener la combinación de tipos impositivos sobre las rentas del trabajo y del capital que financian un flujo exógeno de gasto público y que maximiza el bienestar de los agentes. Este planteamiento puede encontrarse entre otros, en los trabajos de Judd (1985) y Chamley (1986), en un contexto determinista.

El planteamiento de la cuestión en el marco estocástico ha permitido estudiar el problema de cómo debe establecerse la política fiscal a lo largo del ciclo económico. La aparición en las dos últimas décadas de trabajos que analizan las fuentes de las fluctuaciones económicas y su mecanismo de transmisión en modelos de equilibrio general, bajo el supuesto de expectativas racionales, ha supuesto una nueva línea de estudio acerca de cómo los instrumentos de política fiscal pueden incidir en las características del ciclo económico y, en consecuencia, de qué forma los gobiernos deberían implementar la política económica. Por ello, una gran parte del análisis de la política fiscal óptima se ha centrado en modelos de crecimiento neoclásico en contextos de incertidumbre, de los que Lucas y Stokey (1983), Zhu (1992) y Chari, Christiano y Kehoe (1994) representan las principales referencias.

Todos estos trabajos suponen que el gobierno financia un flujo exógeno de gasto público sin ningún tipo de efecto ni sobre el bienestar de los agentes ni sobre la productividad de los factores. Sin embargo, desde hace algunos años, y a partir del artículo seminal de Aschauer (1989), ha surgido una serie de trabajos que encuentran una relación empíricamente relevante entre la inversión en capital público y la productividad agregada de los factores privados. En España los trabajos de Bajo y Sosvilla (1993), Argimón *et al.* (1994) y Mas *et al.* (1994) son buenos ejemplos de ello. Estos resultados reclaman la inclusión de la inversión pública en la modelización macroeconómica. Así, dada la evidencia empírica que se deriva de estos trabajos, creemos que el modelo habitual de imposición óptima debería ser modificado con la inclusión del capital público como un factor de producción separado dentro de la descripción de la tecnología. Esto permitiría analizar la determinación del nivel óptimo de inversión pública, conjuntamente con la determinación óptima de los tipos impositivos.

El objetivo que se plantea este trabajo es llevar a cabo un ejercicio de política fiscal óptima en el contexto de la economía española, tomando en cuenta tanto la determinación óptima de los tipos impositivos como del flujo de inversión pública. El análisis se lleva a cabo en el marco estocástico, lo que nos permitirá analizar la implementación óptima de la política fiscal a lo largo del ciclo económico.

En la literatura hay algunos precedentes que se relacionan directamente con el análisis que se aborda en este trabajo. En primer lugar, Rojas (1993) plantea la elección óptima del flujo de inversión pública en un modelo en que el individuo representativo ofrece inelásticamente su trabajo y en que el gobierno financia sus actividades únicamente con un impuesto que grava las rentas del capital. El autor compara estos resultados con los obtenidos cuando el flujo de inversión pública se financia únicamente con un impuesto de suma fija, es decir compara resultados de segundo óptimo con resultados de primer óptimo. Por otra parte, Lansing (1998) plantea el problema de la política fiscal óptima incluyendo la determinación simultánea del flujo óptimo de inversión pública y de los tipos impositivos óptimos que gravan las rentas del trabajo y del capital, si bien con una estructura de las preferencias y una especificación de la tecnología diferentes a las que se plantean en este trabajo. El objetivo del análisis es también diferente, puesto que Lansing (1998) no pretende estudiar cómo debería implementarse la política fiscal a lo largo del ciclo económico, sino tratar de reproducir el comportamiento cíclico de la política fiscal de la economía norteamericana.

Para llevar a cabo el análisis se especifica un modelo dinámico estocástico en que el flujo de inversión pública y los tipos impositivos se eligen de manera óptima. La optimalidad se plantea a través del problema de Ramsey como un juego dinámico en que el gobierno actúa como líder, tomando las condiciones de primer orden de los agentes privados como funciones de reacción a las distintas políticas. Cuando se calibra el modelo con datos de la economía española, los resultados indican como deseable, en términos de bienestar, un moderado incremento de la actividad inversora del estado. Este resultado depende crucialmente del parámetro que representa la elasticidad-producto del capital público. Las propiedades dinámicas óptimas de los tipos impositivos cambian según las rentas gravadas, así el tipo impositivo sobre las rentas del capital es acíclico y mucho más volátil que el tipo que grava las rentas del trabajo, que presenta un comportamiento persistente y moderadamente contracíclico. Por otra parte, la política óptima de inversión pública es moderadamente procíclica y poco persistente.

En la siguiente sección se describe el modelo utilizado para el análisis. La sección 3 plantea la elección óptima de la política fiscal a partir del problema de Ramsey. La sección 4 plantea la calibración de los parámetros estructurales del modelo tomando como referencia la economía española. La sección 5 analiza el estado estacionario del modelo. Los resultados de la simulación del modelo estocástico se presentan en la sección 6. Finalmente la sección 7 resume las conclusiones.

2. El modelo

Sea una economía compuesta por consumidores, empresas y un gobierno. Suponemos un consumidor y una empresa representativos que viven un número infinito de periodos, y producen un único bien.

2.1 Consumidor

El consumidor toma sus decisiones de consumo, trabajo y ahorro, maximizando su utilidad intertemporal, dada una secuencia de salarios y tipos de interés, y sujeto a su restricción presupuestaria. Las preferencias en cada periodo vienen representadas por una función de utilidad que valora el consumo (c_t) y el ocio $(N - n_t)$. El tiempo total disponible para el agente viene representado por N y n_t designa el tiempo de trabajo. Se toma en cuenta la decisión consumo/ocio por parte del consumidor representativo, debido a que los impuestos distorsionantes pueden tener un efecto cuantitativo importante sobre la decisión en ese margen.

La especificación de las preferencias del consumidor no incluye el consumo público entre sus argumentos. La función de utilidad considerada es separable tanto en el tiempo como en sus argumentos, creciente, cóncava y con elasticidad de sustitución unitaria entre consumo y ocio:

$$U(c_t, N - n_t) = (1 - \theta) \ln c_t + \theta \ln(N - n_t). \qquad [1]$$

Los ingresos del consumidor provienen de la empresa a la que alquila su capital y su fuerza de trabajo. El consumidor paga impuestos sobre las rentas del trabajo y del capital privado, contemplándose deducciones por depreciación en este último impuesto. La parte de los recursos netos de impuestos que no se consume en cada periodo, se destina a incrementar el *stock* de capital privado (k_p) en el periodo siguiente.

Por tanto la restricción presupuestaria del agente tomará la forma:

$$c_t + k_{p_{t+1}} = (1 - \tau_{w_t})w_t + [1 + (r_t - \delta)(1 - \tau_{k_t})] \,, \qquad [2]$$

donde τ_w y τ_k, representan, respectivamente, los tipos impositivos sobre el salario y sobre el rendimiento del capital privado, δ representa la tasa de depreciación del *stock* de capital privado, mientras que w_t y r_t representan el salario y la rentabilidad del capital privado.

La formulación del problema de optimización que resuelve el consumidor representativo vendrá dada por:

$$\underset{\{c_t, n_t, k_{p_{t+1}}\}_{t=0}^{\infty}}{Max} \qquad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{(1-\theta)\ln c_t + \theta \ln(N - n_t)\right\}$$

sujeto a :

$$c_t + k_{p_{t+1}} = (1 - \tau_{w_t})w_t + [1 + (r_t - \delta)(1 - \tau_{k_t})] \,,$$

$$k_{p_0} \textit{ dado.}$$

Las condiciones de optimalidad del consumo, el ocio y el capital privado son:

$$\frac{1-\theta}{c_t} = \lambda_t, \qquad [3]$$

$$\frac{\theta}{(N - n_t)} = (1 - \tau_{w_t})w_t\lambda_t, \qquad [4]$$

$$\lambda_t = \beta E_t \lambda_{t+1} \left\{1 + (1 - \tau_{k_{t+1}})(r_{t+1} - \delta)\right\}, \qquad [5]$$

junto a la restricción presupuestaria del consumidor [2] y a la condición de transversalidad que limita el crecimiento del *stock* de capital privado:

$$\lim_{t \to \infty} E_t \beta^t \lambda_t k_{p_{t+1}} = 0, \qquad [6]$$

donde λ_t es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de recursos del problema del consumidor. Las expresiones [3], [4] y [5] reflejan las decisiones óptimas de los individuos dados los tipos impositivos que gravan sus actividades.

2.2 Empresa

La tecnología disponible para las empresas está descrita por una función de producción Cobb-Douglas que utiliza como inputs trabajo (n_t), capital privado (k_{p_t}) y capital público (k_{g_t}):

$$y_t = Az_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [7]$$

donde A es una constante. Para evitar la presencia de crecimiento endógeno supondremos que la suma de los rendimientos de los factores acumulables es menor que la unidad, lo que implica que $\alpha - \gamma > 0$. z_t representa una perturbación estocástica de productividad con cierto grado de persistencia. En particular supondremos que sigue un proceso autoregresivo estacionario de primer orden:

$$\ln z_t = \rho \ln z_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad [8]$$

con $0 < \rho < 1$ y $\varepsilon_t \backsim N(0, \sigma_\varepsilon)$.

La empresa representativa actúa de manera competitiva maximizando sus beneficios, de manera que en equilibrio el salario y el tipo de interés de la economía igualarán, respectivamente, a la productividad marginal del trabajo y del capital privado:

$$w_t = \alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [9]$$

$$r_t = (1-\alpha) A z_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}. \qquad [10]$$

2.3 Gobierno

El gobierno recauda sus ingresos únicamente a través de impuestos. El gasto público se financia con imposición sobre las rentas del trabajo y del capital. No se admite la posibilidad del endeudamiento por parte del Estado. La restricción presupuestaria del gobierno vendrá dada por:

$$c_{g_t} + i_{g_t} = \tau_{w_t} w_t n_t + \tau_{k_t}(r_t - \delta) k_{p_t}. \qquad [11]$$

El gasto del gobierno se compone de un flujo de consumo$\{c_{g_t}\}$ y un flujo de inversión $\{i_{g_t}\}$. Suponemos que el consumo público es exógeno y tiene un comportamiento estocástico independiente, conocido por todos los agentes de la economía y que viene representado por:

$$\ln c_{g_t} = \varphi_c + \phi_c \ln c_{g_{t-1}} + \varepsilon_{c_t}, \quad 0 < \phi_c < 1, \; \varepsilon_{c_t} \backsim N(0, \sigma_c). \qquad [12]$$

La inversión pública se dedica a acumular capital público, que es suministrado gratuitamente por el gobierno. La ley de formación del capital público es:

$$i_{gt} = k_{gt+1} - (1 - \mu)k_g, \tag{13}$$

donde μ representa la tasa de depreciación del *stock* de capital público.

2.4 Equilibrio competitivo

Se define el equilibrio competitivo de esta economía como el conjunto de procesos estocásticos $\{c_t, n_t, k_{p_t}, w_t, r_t, \tau_{w_t}, \tau_{k_t}, c_{g_t}, i_{g_t}, k_{g_t}\}$, tales que:

a) Dada la senda de los precios de los factores $\{w_t, r_t\}$, y de la política fiscal $\{\tau_{w_t}, \tau_{k_t}, c_{g_t}, i_{g_t}, k_{g_t}\}$, las sendas $\{c_t, n_t, k_{p_t}\}$ maximizan la utilidad intertemporal del consumidor sujeto a su restricción presupuestaria [2], y las sendas $\{n_t, k_{p_t}\}$ maximizan los beneficios de la empresa.

b) Dado el proceso estocástico que sigue el consumo público, el flujo de la inversión pública $\{c_{g_t}, i_{g_t}\}$ y los tipos impositivos$\{\tau_{w_t}, \tau_{k_t}\}$, la restricción presupuestaria del gobierno [11] y la ley de formación del capital público [13] se satisfacen en cada periodo.

c) Los mercados de bienes, trabajo y capital se vacían para $\{w_t, r_t\}$.

3. Política fiscal óptima: el problema de Ramsey

En la descripción del comportamiento del gobierno no se ha especificado la manera en que se elige la senda de inversión pública y los tipos impositivos. Al igual que Lucas (1990), Zhu (1992), Chari, Christiano y Kehoe (1994) y Lansing (1998), se internalizan las decisiones de política fiscal planteando el problema de Ramsey. Vamos a endogeneizar el flujo de inversión pública y los tipos impositivos.

En el planteamiento de la decisión óptima de política fiscal, el gobierno actúa como líder en un juego dinámico, mientras que los agentes privados actúan como seguidores. Éstos toman como dada la actuación pública y acomodan sus decisiones a las distintas políticas. El gobierno incorpora las reglas de comportamiento óptimo de los agentes privados como restricciones de su propio problema, tomando las condiciones de primer orden de los agentes privados como funciones de reacción a las distintas políticas. De esta forma, el gobierno se asegura la compatibilidad de las decisiones de política con el comportamiento óptimo de los consumidores y las empresas.

Una vez sustituidas las condiciones de la empresa en las condiciones de optimalidad del consumidor tenemos:

$$\frac{\theta c_t}{(1-\theta)(N-n_t)} = (1-\tau_{w_t})\alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [14]$$

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} \left\{ 1 + \left((1-\alpha) A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma} - \delta \right) (1-\tau_{k_{t+1}}) \right\}. \qquad [15]$$

El gobierno toma sus decisiones óptimas de inversión y de tipos impositivos maximizando el flujo descontado de utilidad esperada del agente representativo, sujeto a su restricción presupuestaria, a la restricción agregada de recursos y a las reglas de comportamiento de los agentes privados. El problema que resuelve el gobierno será:

$$\underset{\{c_t, n_t, k_{p_{t+1}}, k_{g_{t+1}}, \tau_{w_t}, \tau_{k_t}\}_{t=0}^{\infty}}{Max} \qquad E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ (1-\theta) \ln c_t + \theta \ln(N-n_t) \right\} \qquad [16]$$

sujeto a :

$$c_t + k_{p_{t+1}} - (1-\delta) k_{p_t} + c_{g_t} + k_{g_{t+1}} - (1-\mu) k_{g_t} = A z_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [17]$$

$$c_{g_t} + k_{g_{t+1}} - (1-\mu) k_{g_t} = \left(\tau_{w_t}\alpha + \tau_{k_t}(1-\alpha) \right) A z_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} - \delta k_{p_t} \tau_{k_t}, \qquad [18]$$

$$\frac{\theta c_t}{(1-\theta)(N-n_t)} = (1-\tau_{w_t})\alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [19]$$

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} \left\{ 1 + \left((1-\alpha) A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma} - \delta \right) (1-\tau_{k_{t+1}}) \right\}, \qquad [20]$$

$$\ln c_{g_t} = \varphi_c + \phi_c \ln c_{g_{t-1}} + \varepsilon_{c_t}, \quad 0 < \phi_c < 1, \quad \varepsilon_{c_t} \backsim N(0, \sigma_c), \qquad [21]$$

$$\ln z_t = \rho \ln z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad 0 < \rho < 1, \quad \varepsilon_t \backsim N(0, \sigma_\varepsilon), \qquad [22]$$

$$k_{p_0}, k_{g_0} dados.$$

No es preciso imponer la restricción de recursos del consumidor, pues equivale al cumplimiento simultáneo de la restricción agregada de recursos y de la restricción presupuestaria del gobierno.

Nótese que la solución del problema de Ramsey puede implementarse como solución del equilibrio competitivo, ya que las sendas de las variables que se obtienen al resolver el problema de Ramsey maximizan el bienestar y cumplen las condiciones de optimalidad de los agentes privados, además de las restricciones presupuestarias del consumidor y del gobierno.

Al examinar la formulación del problema se advierte que las variables de decisión en el momento $t+1$ aparecen en las restricciones del problema cuando se deciden esas mismas variables en el momento t. Valores futuros de las variables endógenas no pueden influir en su determinación en el presente, por lo que el problema no es recursivo. Si desarrollamos el lagrangiano periodo a periodo, podrá verse que su expresión en $t = 0$ es diferente a la que se obtiene para el resto de periodos.

Existen dos estrategias diferentes que permiten soslayar la no recursividad del problema. Chari, Christiano y Kehoe (1994) agrupan las restricciones presupuestarias y las condiciones de optimalidad privadas de cada periodo, en una "restricción de implementabilidad". El problema del gobierno es entonces maximizar el flujo esperado de utilidad de los consumidores sujeto a la restricción agregada de recursos y a la restricción de implementabilidad, para un valor dado del multiplicador asociado a esta última restricción. El problema solamente es recursivo desde $t >= 1$, resolviéndose separadamente para $t = 0$.

La estrategia que emplearemos es la planteada por Hansen, Epple y Roberds (1985) para un problema diferente, y utilizada también por Rojas (1993) y Marcet, Sargent y Seppäla (1996) en un contexto de optimalidad de la política fiscal. Esta estrategia se basa en la inclusión del multiplicador de Lagrange (λ_4), que descuenta la restricción [20], como una variable de estado adicional. Para recuperar la recursividad del problema se añade en $t = 0$ el término que hace igual la expresión del lagrangiano en todos los periodos. En nuestro caso:

$$\lambda_{4_{-1}} \frac{1}{c_0} \left\{ 1 + \left((1-\alpha) A z_0 n_0^{\alpha} k_{p0}^{-\alpha} k_{g0}^{\gamma} - \delta \right) (1 - \tau_{k_0}) \right\}. \qquad [23]$$

Para que el problema sea igual al planteado originalmente basta con añadir la restricción:

$$\lambda_{4_{-1}} = 0. \qquad [24]$$

La restricción sobre el valor de $\lambda_{4_{-1}}$ implica que el gobierno toma en cuenta la senda óptima del consumidor del periodo 0 en adelante, sin tener en cuenta el pasado. El lagrangiano es diferente a partir de $t \geq 1$, por lo que las reglas de política también serán diferentes. Tendremos una regla óptima de política para $t = 0$ y otra diferente a partir de $t \geq 1$. Esto provoca que la solución del problema de Ramsey sea temporalmente inconsistente, pues el gobierno tiene incentivos a cambiar su política. Por ejemplo, al decidir el impuesto sobre las rentas del capital, el gobierno establece un tipo alto durante el primer periodo, pues los individuos, al haber decidido su *stock* de capital en el periodo anterior, no pueden reaccionar al impuesto. Esto permite una menor presión fiscal a partir del segundo periodo. Supongamos que en un determinado momento $t = T$, el gobierno resuelve de nuevo el problema de Ramsey, ¿mantendrá su política? La respuesta es no. En $t = T$ será óptimo implementar la política que siguió en $t = 0$, gravando los rendimientos del capital con un tipo alto, pues los individuos no pueden reaccionar cambiando su *stock* de capital, decidido en $T - 1$. Es decir, el gobierno tiene incentivos en cualquier momento a cambiar su política. Para evitar este problema supondremos, como es habitual en la literatura, que el gobierno tiene capacidad de compromiso para seguir la senda óptima de política.

En el apéndice figura el lagrangiano del problema que finalmente se resuelve, así como las condiciones de primer orden y las restricciones que resuelven el problema de Ramsey. También se discute la estrategia para computar el equilibrio que surge de la resolución del problema.

4. Calibración

La simulación del modelo requiere la calibración de los parámetros que caracterizan las preferencias, la tecnología y las distribuciones de las perturbaciones exógenas, para lo que se utilizan datos de la economía española durante el periodo 1970-1994. Previamente se plantea la transformación de las variables de Contabilidad Nacional de manera que sean coherentes con la definición del modelo. Este proceso se describe con detalle en Manzano (1998). Los datos utilizados para la calibración son anuales, debido a que algunas de las series que se necesitan, en particular las series de inversión pública y de capital público y privado, solamente están disponibles con frecuencia anual.

Como veremos a continuación, el proceso de calibración utiliza algunas de las expresiones del modelo, particularizadas para el estado estacionario. Estas expresiones nos dan una relación entre los ratios de algunas variables y los parámetros del modelo. De esta forma, dados los valores de esos ratios para la economía española, podemos obtener valores para los parametros estructurales. Sin embargo, es necesario señalar que la economía española ha sufrido un profundo cambio estructural durante el periodo 1970-1994, lo que se refleja en que los valores de algunos de los ratios utilizados para la calibración no han tenido un comportamiento estable a lo largo del periodo. Esto afecta, en particular, al ratio consumo público/producto, que ha estado creciendo de forma continua durante todo el periodo.

La elasticidad-producto del empleo (α) se calibra a través de la participación media de las rentas del trabajo sobre la renta nacional total. Recogemos la corrección que realiza European Economy (1994) sobre la participación de los salarios en la renta, de forma que también se consideran como rentas del trabajo las correspondientes a los trabajadores autónomos.

La serie de capital público de la economía española ha sido construida por Corrales y Taguas (1991) suponiendo una tasa de depreciación (μ) constante del 5% anual, mientras que la tasa de depreciación del capital privado (δ) se escoge a través de la ley de acumulación del capital privado en estado estacionario:

$$\frac{i_p}{y} = \delta \frac{k_p}{y} \qquad [25]$$

La dotación individual de tiempo (N) es de 5476 horas, resultado de anualizar la dotación de 1369 horas trimestrales que suponen Christiano y Eichenbaum (1992). Esto implica que el individuo decide sobre el uso de 2/3 del tiempo total.

El parámetro que recoge la preferencia por el ocio (θ) y el factor de descuento (β) se calibran a través de las condiciones de primer orden del equilibrio competitivo en estado estacionario. Estas condiciones involucran tipos impositivos sobre las rentas del trabajo y del capital, tipos que han sido calculados siguiendo la metodología expuesta por Mendoza, Razin y Tesar (1994), aunque solamente es posible el cálculo entre 1985 y 1994. Cabe señalar la inclusión, dentro de la imposición sobre salarios, de las cotizaciones a la Seguridad Social, mientras que el impuesto sobre el capital incluye los impuestos sobre las rentas del capital pagados por las empresas (Impuesto sobre Sociedades). Así, a partir de [14] y [15] en estado estacionario tenemos:

$$\frac{\theta}{(1-\theta)} \frac{n}{(N-n)} = (1-\tau_w)\alpha \frac{y}{c}, \qquad [26]$$

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \left((1-\alpha)\frac{y}{k_p} - \delta\right)(1-\tau_k). \qquad [27]$$

La elasticidad producto del capital público (γ) se estima a partir de la especificación en logaritmos de la tecnología, restringida a que α tome el valor previamente calibrado y aproximando el crecimiento con una tendencia lineal. No se consideran los valores de la elasticidad producto del capital público obtenidos en otros trabajos como Bajo y Sosvilla (1993), Argimón *et al.* (1994) y Mas *et al.* (1994), debido a que las especificaciones que estiman no son consistentes con la especificación de nuestro modelo.

El *shock* tecnológico (z_t) se calcula a través del residuo de Solow, que es, por construcción, el residuo de la regresión especificada para estimar el valor de (γ), y que nos servirá para estimar los parámetros del proceso estocástico que sigue el *shock* tecnológico (ρ, σ_ε):

$$\ln z_t = \ln y_t - bt - \alpha \ln n_t - (1-\alpha)\ln k_{p_t} - \gamma \ln k_{g_t}. \qquad [28]$$

Los parámetros que caracterizan la senda del consumo público se estiman a partir de un proceso autorregresivo de primer orden, una vez eliminada la tendencia. El parámetro de escala de la función de producción (A) se ajusta para que la solución del modelo en estado estacionario reproduzca el valor medio del ratio consumo público/producto observado en media en la economía española durante el periodo de referencia (12,2%), aunque, como señalamos anteriormente, este ratio ha estado creciendo a lo largo del periodo de referencia[1].

El Cuadro 1 recoge los valores obtenidos para los distintos parámetros del modelo a partir de los datos de la economía española durante el periodo 1970:1994.

5. Análisis del estado estacionario

A partir de la resolución del problema de Ramsey planteado en la sección 3 y de los valores de los parámetros calibrados en la sección anterior, se obtienen los valores de estado estacionario del modelo. Estos valores se recogen en el Cuadro 2, junto con los valores de los mismos ratios correspondientes a la economía española para el periodo 1970-1994.

Tal y como se observa en el Cuadro 2, algunos de los ratios de estado

[1]En la estimación de los parámetros del proceso estocástico del consumo público, se especifica una tendencia lineal que va de 1970 a 1993. Esto se debe a que en 1994 se produce una caída del consumo público, lo que hace que una tendencia lineal para todo el periodo no resulte estadísticamente significativa.

estacionario del modelo no difieren demasiado del valor de esos mismos ratios para la economía española. En concreto la proporción de inversión privada sobre el producto es muy similar. Como era de esperar, el modelo también reproduce la proporción de consumo público sobre el producto, puesto que calibramos la constante de la función de producción (A) para que así fuese. Surgen algunas diferencias en los ratios consumo privado/producto, que es más alto en la economía española, y trabajo sobre ocio, con un valor más alto en el modelo.

CUADRO 1
Parámetros del modelo

Preferencias	
Tasa de descuento intertemporal (β)	0,9695
Preferencia por el ocio (θ)	0,6208
Dotación individual de tiempo (N) (horas)	5476
Tecnología	
Constante función de producción (A)	0,4209
Elasticidad-producto del empleo (α)	0,6716
Elasticidad-producto del capital público (γ)	0,1112
Tasa de depreciación del capital privado (δ)	0,1305
Tasa de depreciación del capital público (μ)	0,05
Nivel exógeno de los tipos impositivos	
Tipo impositivo sobre salarios (τ_w)	0,3109
Tipo impositivo sobre rendimientos del capital privado (τ_k)	0,1633
Procesos estocásticos	
Coeficiente de autocorrelación del *shock* tecnológico (ρ)	0,9750
Desviación típica de la innovación del *shock* tecnológico (σ_ε)	0,0183
Término constante del consumo público (φ_c)	0,3523
Coeficiente de autocorrelación del consumo público (ϕ_c)	0,9401
Desviación típica de la innovación del consumo público (σ_c)	0,0163

CUADRO 2
Estado estacionario del modelo de Ramsey y ratios medios de la economía española (en porcentajes)

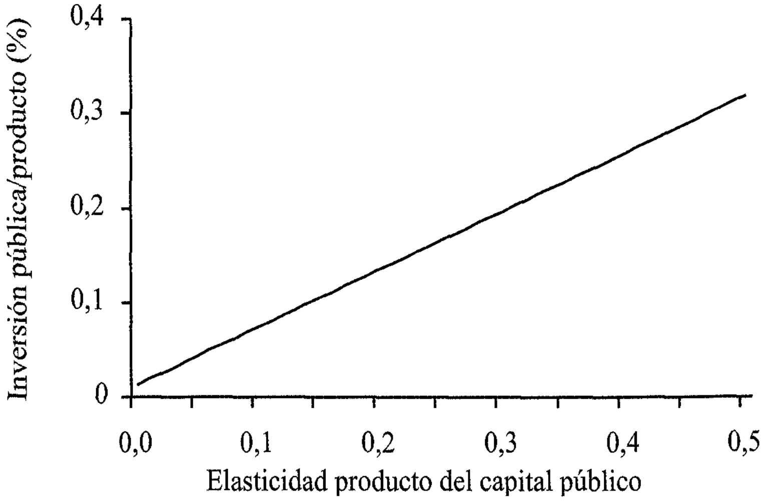
	Economía española (1970-1994)	Modelo
c/y	59,50%	54,59%
$n/(N-n)$	47,26%	53,59%
i_p/y	25,27%	26,46%
i_g/y	2,89%	6,83%
c_g/y	12,12%	12,12%
τ_w	31,09%	28,21%
τ_k	16,33%	0%

La simulación del modelo de Ramsey permite analizar algunas características de la política fiscal óptima. El valor óptimo del ratio inversión pública sobre producto se situaría ligeramente por debajo del 7%, cifra que se halla por encima de la media española en el periodo 1970-1994 (2,89%). Aunque la proporción de inversión pública sobre producto ha estado creciendo en la economía española durante todo el periodo de referencia, la proporción óptima sigue estando por encima incluso del valor en el último año del periodo de análisis, 1994, con una proporción del 5% del PIB. Por tanto, la elección óptima de la política fiscal aconseja un incremento de la actividad inversora del Estado en algo menos de dos puntos del PIB.

Este resultado ha de ser tomado con cautela, ya que depende crucialmente de dos factores: en primer lugar del valor calibrado para la elasticidad-producto del capital público y, en segundo lugar, del supuesto implícito de congestión presente en la función de producción.

En el Gráfico 1 se representa la evolución de la proporción óptima de inversión pública sobre producto respecto a la elasticidad-producto del capital público. Podemos observar que el tamaño óptimo de la inversión pública depende positivamente de la productividad del capital público. Así una inversión pública del 5% del PIB, como la registrada en España en 1994, podría ser considerada óptima con un valor de la elasticidad del capital público de 0,8, casi un tercio menor que el valor obtenido en la calibración.

GRÁFICO 1
Ratio óptimo inversión pública / producto en estado estacionario



En segundo lugar, el ratio óptimo inversión pública/producto depende del supuesto implícito de congestión que se deriva de la especificación de la función de producción. En la descripción del modelo estamos considerando como factor productivo al *stock* per cápita de capital público, y no al *stock* total, lo que sin duda influye en el resultado.

La elección óptima de la política fiscal busca un compromiso entre el efecto negativo de la imposición y el efecto positivo de la inversión pública, de manera que estos efectos han de igualarse en el margen. Una vez alcanzado su nivel óptimo, un incremento de la inversión pública hace que el efecto positivo que genera el mayor *stock* de capital público no compense el efecto negativo del necesario aumento de los impuestos.

El Cuadro 2 muestra también, cómo el incremento óptimo de la inversión pública disminuye la presión fiscal, ya que los tipos impositivos están por debajo de su nivel calibrado para la economía española. La reducción de la presión fiscal tiene que ver con el efecto positivo del aumento de la inversión pública sobre la base de los impuestos. Además, y en consonancia con los resultados habituales de la literatura de imposición óptima, resulta óptimo eliminar la imposición sobre las rentas del capital.

6. Simulación del modelo estocástico

En esta sección se presentan los resultados de la simulación estocástica del problema de Ramsey. El propósito de la sección es, en primer lugar, caracterizar el comportamiento dinámico óptimo de la política fiscal y, en segundo lugar, analizar su efecto sobre el comportamiento dinámico del resto de variables de la economía.

Para entender el mecanismo de actuación de la política fiscal óptima comenzamos estudiando los efectos que tiene un *shock* transitorio de productividad frente a un incremento transitorio del consumo público, sobre las variables del modelo[2]. Los Gráficos 2 y 3 recogen estos efectos, en términos de desviaciones de las variables en porcentaje con respecto a su valor de estado estacionario.

[2] Supondremos *shocks* transitorios de productividad y de consumo público de cuantía igual a una desviación típica de sus respectivos procesos estocásticos.

GRÁFICO 2
Efectos de un *shock* transitorio de productividad

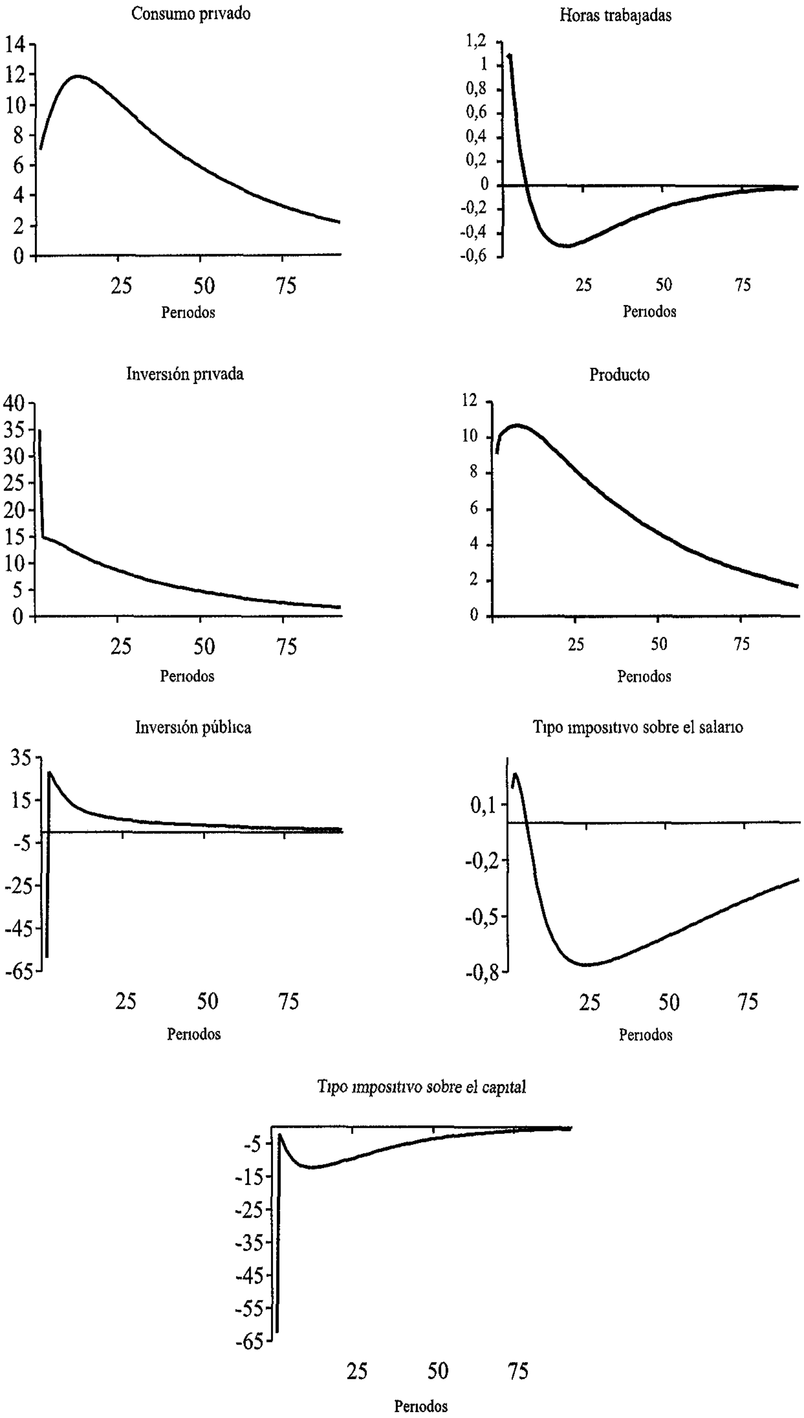
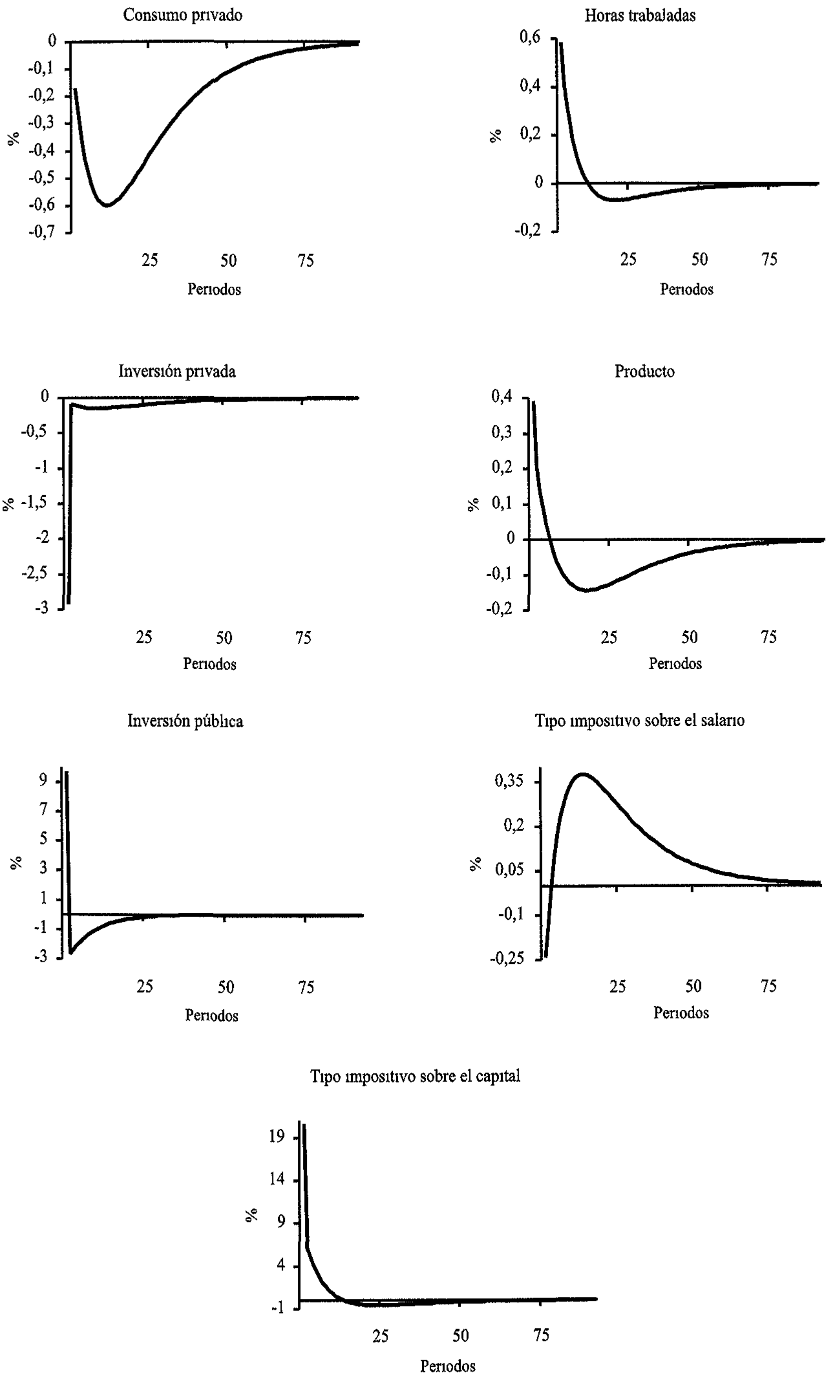


GRÁFICO 3
Efectos de un *shock* transitorio de consumo público



Un *shock* de productividad positivo representa una oportunidad de reducir las distorsiones impositivas, por lo que la política fiscal óptima reacciona disminuyendo la presión fiscal. Esta reducción es muy acusada en el tipo impositivo sobre el capital durante el primer periodo, lo que sugiere que este impuesto reacciona más a la innovación del *shock* que al propio *shock*, el cual propaga sus efectos durante algún tiempo. Esto obliga a un incremento inicial del tipo que grava los salarios, que se reduce posteriormente.

La fuerte reducción que experimenta el tipo impositivo sobre el capital durante el primer periodo, fuerza una disminución inicial de la inversión pública para equilibrar el presupuesto del gobierno. No obstante, la inversión pública aumenta posteriormente, a pesar de la reducción de la presión fiscal, financiándose el incremento a través del aumento de la base impositiva.

Respecto a los efectos del *shock* de productividad sobre las variables privadas, el *shock* afecta positivamente al *output*, al consumo y a la inversión del sector privado, al igual que ocurre en el modelo estándar de ciclo real. Finalmente, el efecto del *shock* sobre las horas trabajadas es positivo durante los primeros periodos, aprovechando el incremento de la productividad, pero disminuye después.

Los efectos de un incremento del consumo público se recogen en el Gráfico 3. Se observa un incremento del tipo impositivo sobre las rentas del capital muy alto durante el primer periodo, sugiriendo que este impuesto reacciona mucho más al *shock* inicial del consumo público que a su transmisión a lo largo del tiempo, al igual que sucedía ante un *shock* transitorio de productividad. Este comportamiento se debe al carácter especial que presenta la imposición sobre el capital. El *stock* de capital privado se decide en el periodo anterior, en función de su rentabilidad neta esperada, de forma que ante un incremento puntual del tipo impositivo sobre las rentas del capital, el individuo no puede cambiar su decisión de inversión, por lo que la variación impositiva no tiene efecto distorsionante alguno. Sin embargo, si el incremento del tipo impositivo tuviera carácter persistente, el individuo ajustaría su decisión de inversión, de forma que la variación impositiva estaría distorsionando esta decisión, lo que la política fiscal óptima trata de evitar.

El efecto sobre el tipo impositivo sobre los salarios consiste en una reducción inicial, ya que durante el primer periodo el incremento del tipo impositivo sobre el capital asegura el equilibrio presupuestario del gobierno. Sin embargo, el tipo impositivo sobre el salario aumenta posteriormente para financiar el incremento del consumo público. Por otra parte, el incremento inicial del tipo impositivo sobre el capital permite financiar un incremento de la inversión pública durante el primer periodo, disminuyendo posteriormente.

El incremento de la presión fiscal reduce la renta disponible, lo que disminuye el consumo y la inversión privada. La evolución de las horas trabajadas se explica por el comportamiento de los salarios netos. La reducción inicial del tipo impositivo sobre el salario aumenta el salario neto, provocando un aumento de las horas trabajadas en un primer momento. Sin embargo, las horas trabajadas acaban disminuyendo por el incremento posterior del tipo impositivo sobre las rentas del trabajo. Por último, los cambios en el producto responden a la combinación de los distintos efectos del incremento transitorio del consumo público sobre los factores productivos.

Es destacable el hecho de que las respuestas de las distintas variables del modelo ante un cambio transitorio en el consumo público son, en términos cuantitativos, mucho menores que las provocadas por un *shock* transitorio de productividad. Así, las fluctuaciones de las variables del modelo vendrán explicadas fundamentalmente por las perturbaciones de productividad, siendo la contribución de los *shocks* de consumo público cuantitativamente secundaria.

Los Cuadros 3 y 4 recogen los distintos estadísticos que proceden de la simulación del modelo, con 500000 observaciones, de las que se suprimen las 500 primeras para eliminar la posible dependencia con respecto a las condiciones iniciales. En el apéndice se describe el método de solución utilizado en el proceso de simulación.

Analizando las propiedades cíclicas de las variables de política fiscal, se observa que el tipo impositivo sobre las rentas del capital presenta una volatilidad muy superior a la del tipo impositivo sobre las rentas del trabajo, que es prácticamente constante. Esto responde a la acusada reacción que experimenta el tipo impositivo sobre el capital en el primer periodo después de un *shock*, como vimos al analizar las funciones de respuesta al impulso. Este resultado sugiere que el gobierno utiliza la imposición sobre las rentas del capital para absorber las perturbaciones a las que se ve sometida la economía. Este impuesto presenta, además, una correlación casi nula con el producto, lo que nos indica que la evolución de esta variable a lo largo del ciclo económico tiene carácter acíclico. Por otra parte, el tipo impositivo sobre el salario es de naturaleza moderadamente contracíclica, ya que, como hemos visto, aunque la economía responde a una perturbación positiva de productividad aumentando el tipo impositivo en un primer momento, se reduce posteriormente, siendo éste el efecto que domina.

CUADRO 3
Variables de política: volatilidades, correlaciones con el producto y autocorrelaciones. Las volatilidades de los tipos impositivos figuran en porcentaje

	Volatilidad	Correlación con el producto	Autocorrelación
Tipo impositivo sobre el salario (τ_w)	2,396	-0,488	0,996
Tipo impositivo sobre el capital (τ_k)	39,990	0,031	0,579
Inversión pública (i_g)	6,215	0,435	0,436

Estos resultados acerca de las propiedades óptimas de los tipos impositivos (tipos impositivos sobre el salario constantes y tipos impositivos sobre el capital iguales a cero en el largo plazo y muy volátiles) son estándar en la literatura de política fiscal óptima[3].

En cuanto a las propiedades cíclicas de la inversión pública se observa que su volatilidad es mucho mayor que la de los tipos impositivos. Además, su correlación con el producto indica un comportamiento moderadamente procíclico, lo que apunta que es óptimo para el gobierno reaccionar a las perturbaciones variando su gasto de inversión en la misma dirección.

En el Cuadro 3 también se recogen los coeficientes de autocorrelación de primer orden para las variables de política, lo que nos permite evaluar su persistencia. Así, la senda óptima del tipo impositivo sobre las rentas del trabajo presenta un grado de persistencia muy elevado, con un coeficiente de autocorrelación cercano a la unidad. Sin embargo, el comportamiento de las demás variables de política (inversión pública y tipo impositivo sobre las rentas del capital) es mucho menos persistente. Este resultado tiene que ver con el carácter especial que presenta la imposición sobre capital. Ante un *shock* que aumente el tipo sobre el capital, el individuo ve afectada la rentabilidad neta de

[3]En Chari y Kehoe (1999) se puede encontrar un excelente resumen de esta literatura.

la inversión, pero no puede cambiar su decisión de inversión, que fue tomada en el periodo anterior en función de la rentabilidad neta esperada. Si el impuesto sobre las rentas del capital reaccionase al *shock* con un comportamiento persistente, el individuo reduciría su decisión de inversión para los periodos siguientes, pues sabe que el incremento del tipo impositivo continuaría durante algunos periodos. Este comportamiento afectaría negativamente al producto y al bienestar, de ahí que la estructura óptima del tipo impositivo sobre el capital no tenga un grado de persistencia muy alto[4].

CUADRO 4
Variables de decisión privada: volatilidades (en porcentaje) y correlaciones con el producto.
Los estadísticos pertenecen a series filtradas Hodrick-Prescott (λ=10)

	Volatilidad	Correlación con el producto
Consumo privado (c)	0,981	0,966
Horas trabajadas (n)	0,273	0,784
Inversión privada (i_p)	5,780	0,686
Producto (y)	1,341	1

Por lo que respecta a las propiedades cíclicas de las variables del sector privado, observamos, como es habitual en los modelos de ciclo real, que el consumo privado es procíclico y fluctúa menos que el producto, mientras que la volatilidad de las horas trabajadas es muy reducida. La política fiscal óptima sí parece tener efectos apreciables sobre el tamaño de las fluctuaciones de la inversión privada, registrando una volatilidad más de cuatro veces superior a la del producto, cuando habitualmente es alrededor del doble, véase por ejemplo Manzano (1998). Este resultado se explica por el efecto que tienen las variaciones del tipo impositivo que grava el capital sobre la rentabilidad neta de la inversión privada, a la que transmite su volatilidad. Este efecto reduce también el carácter procíclico de la inversión privada, que presenta una correlación con el output inferior a 0,7, cuando usualmente se sitúa entorno a 0,9.

7. Conclusiones

Este trabajo analiza las consecuencias de elegir de manera óptima la política fiscal. Se especifica un modelo de equilibrio general calibrado

[4]Las propiedades óptimas de las variables de política fiscal son robustas a la introducción del supuesto de trabajo indivisible.

con datos de la economía española, donde el gobierno actúa como líder en un juego dinámico, de manera que plantea sus decisiones tomando las condiciones de primer orden de los agentes privados como funciones de reacción a la política fiscal. El gobierno no puede endeudarse. Junto con la decisión de inversión pública se deciden óptimamente los tipos impositivos.

Dados los valores calibrados para los parámetros, los resultados indican que sería óptimo un moderado incremento en la actividad inversora del Estado para la economía española, permitiendo incluso una disminución de la presión fiscal por el efecto positivo que tiene el incremento de la inversión pública sobre la base impositiva. No obstante, este resultado ha de tomarse con cautela, ya que depende crucialmente de la elasticidad-producto del capital público y del supuesto de congestión del capital público implícito en la especificación del modelo. El tamaño óptimo de la inversión pública depende positivamente de la productividad del capital público. Un ratio de inversión pública del 5% del PIB, como la registrada en España en 1994, podría ser considerada óptima con un valor de la elasticidad del capital público de 0,08, un tercio menor que el valor obtenido en la calibración.

Por lo que se refiere a las características dinámicas de la política fiscal óptima, el tipo impositivo sobre las rentas del capital es mucho más volátil que el tipo que grava las rentas del trabajo. Este resultado sugiere que el gobierno utiliza la imposición sobre los rendimientos del capital para acomodar las perturbaciones a las que se ve sometida la economía. El tipo impositivo sobre los salarios tiene un comportamiento moderadamente contracíclico y muy persistente, mientras que el impuesto sobre el capital es de carácter acíclico, y presenta un menor grado de persistencia. En lo que se refiere a la inversión pública, presenta una volatilidad mucho mayor que la de los tipos impositivos, con una correlación con el output que indica un comportamiento óptimo moderadamente contracíclico, apuntando que es óptimo para el gobierno reaccionar a las perturbaciones variando su gasto en inversión en el mismo sentido.

Apéndice. Al. Problema de Ramsey: resolución y computación

Dada la estrategia, discutida en la sección 3, para superar la falta de recursividad de la formulación del problema de Ramsey, el lagrangiano del programa de optimización que finalmente se resuelve es:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} = \; & E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{(1-\theta)\ln c_t + \theta \ln(N-n_t)\right\} - E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_{1_t} \\
& \left\{c_t + k_{pt+1} - (1-\delta)k_{p_t} + c_{g_t} + k_{g_{t+1}} - Az_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}\right\} \\
& -(1-\mu)k_{g_t} - Az_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}\} - E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_{2_t} \{c_{g_t} + k_{g_{t+1}} \\
& -(1-\mu)k_{g_t} - \left(\tau_{w_t}\alpha + \tau_{k_t}(1-\alpha)\right) Az_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} + \delta k_{p_t} \tau_{k_t}\} \\
& -E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \lambda_{3_t} \left\{ \frac{\theta c_t}{(1-\theta)(N-n_t)} - (1-\tau_{w_t})\alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} \right\} \\
& -E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\lambda_{4_t}}{c_t} + E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\lambda_{4_{t-1}}}{c_t} \\
& \left\{1 + (1-\tau_{k_t})\left((1-\alpha)Az_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} - \delta\right)\right\},
\end{aligned}
$$

imponiendo además $\lambda_{4_{-1}} = 0$ y dadas las sendas exógenas del consumo público [12] y del *shock* de productividad [8], y donde λ_{1_t}, λ_{2_t}, λ_{3_t}, λ_{4_t}, representan los multiplicadores de Lagrange que descuentan las restricciones [17] a [20] del problema de Ramsey.

Las condiciones que resuelven el problema de Ramsey vienen dadas por las expresiones:

$$
\begin{aligned}
& \frac{1-\theta}{c_t} - \lambda_{1_t} - \lambda_{3_t} \frac{\theta}{(1-\theta)(N-n_t)} + \frac{\lambda_{4_t}}{c_t^2} - \frac{\lambda_{4_{t-1}}}{c_t^2} \\
& \left\{1 + (1-\tau_{k_t})\left((1-\alpha)Az_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} - \delta\right)\right\} = 0, \qquad \text{[A1]}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \lambda_{1_t} \alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} + \lambda_{2_t}\left(\tau_{w_t}\alpha + \tau_{k_t}(1-\alpha)\right) \alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} \\
& -\lambda_{3_t} \frac{\theta c_t}{(1-\theta)(N-n_t)^2} - \lambda_{3_t}(1-\tau_{w_t})\alpha(1-\alpha)Az_t n_t^{\alpha-2} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} \\
& + \frac{\lambda_{4_{t-1}}}{c_t}(1-\tau_{k_t})\alpha(1-\alpha)Az_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} = \frac{\theta}{N-n_t}, \qquad \text{[A2]}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_{1_t} = \; & \beta E_t \lambda_{1_{t+1}} \{1 - \delta + (1-\alpha)Az_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma}\} + \beta E_t \lambda_{2_{t+1}} \\
& \{(\tau_{w_{t+1}}\alpha + \tau_{k_{t+1}}(1-\alpha))(1-\alpha)Az_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma} - \delta\tau_{k_{t+1}}\} \\
& + \beta\alpha(1-\alpha)E_t \lambda_{3_{t+1}}(1-\tau_{w_{t+1}})Az_{t+1} n_{t+1}^{\alpha-1} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma} \\
& -\beta\alpha(1-\alpha)E_t \frac{\lambda_{4_t}}{c_{t+1}}(1-\tau_{k_{t+1}})Az_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-1-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma}, \qquad \text{[A3]}
\end{aligned}
$$

$$\lambda_{1_t} + \lambda_{2_t} = \beta E_t \lambda_{1_{t+1}} \{1 - \mu + \gamma A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{1-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma-1}\} + \beta E_t \lambda_{2_{t+1}}$$
$$\{1 - \mu + (\tau_{w_{t+1}} \alpha + \tau_{k_{t+1}}(1-\alpha))\gamma A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{1-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma-1}\}$$
$$+\beta\alpha\gamma E_t \lambda_{3_{t+1}}(1-\tau_{w_{t+1}}) A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha-1} k_{p_{t+1}}^{1-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma-1}$$
$$+\beta\gamma(1-\alpha) E_t \frac{\lambda_{4_t}}{c_{t+1}}(1-\tau_{k_{t+1}}) A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma-1}, \qquad [A4]$$

$$i_{g_t} = k_{g_{t+1}} - (1-\mu) k_g, \qquad [A5]$$

$$c_t + k_{p_{t+1}} - (1-\delta) k_{p_t} + c_{g_t} + k_{g_{t+1}} - (1-\mu) k_{g_t} = A z_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [A6]$$

$$c_{g_t} + i_{g_t} = (\tau_{w_t}\alpha + \tau_{k_t}(1-\alpha))\, A z_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} - \delta k_{p_t} \tau_{k_t}, \qquad [A7]$$

$$\frac{\theta c_t}{(1-\theta)(N-n_t)} = (1-\tau_{w_t})\alpha A z_t n_t^{\alpha-1} k_{p_t}^{1-\alpha} k_{g_t}^{\gamma}, \qquad [A8]$$

$$\frac{1}{c_t} = \beta E_t \frac{1}{c_{t+1}} \left\{1 + \left((1-\alpha) A z_{t+1} n_{t+1}^{\alpha} k_{p_{t+1}}^{-\alpha} k_{g_{t+1}}^{\gamma} - \delta\right)(1-\tau_{k_{t+1}})\right\}, \qquad [A9]$$

$$\ln c_{g_t} = \varphi_c + \phi_c \ln c_{g_{t-1}} + \varepsilon_{c_t}, \quad 0 < \phi_c < 1, \quad \varepsilon_{c_t} \backsim N(0, \sigma_c), \qquad [A10]$$

$$\ln z_t = \rho \ln z_{t-1} + \varepsilon_t, \quad 0 < \rho < 1, \quad \varepsilon_t \backsim N(0, \sigma_\varepsilon), \qquad [A11]$$

$$\lambda_{2_t} n_t = \lambda_{3_t}, \qquad [A12]$$

$$\left(\lambda_{2_t} k_{p_t} - \frac{\lambda_{4_{t-1}}}{c_t}\right)\left((1-\alpha) A z_t n_t^{\alpha} k_{p_t}^{-\alpha} k_{g_t}^{\gamma} - \delta\right) = 0. \qquad [A13]$$

Finalmente las condiciones de transversalidad que limitan el crecimiento de los *stocks* de capital público y privado:

$$\lim_{t\to\infty} E_t \beta^t \frac{\partial U}{\partial c_t} k_{p_{t+1}} = 0, \qquad [A14]$$

$$\lim_{t\to\infty} E_t \beta^t \frac{\partial U}{\partial c_t} k_{g_{t+1}} = 0. \qquad [A15]$$

Pasamos a detallar la estrategia para la simulación numérica del modelo, tanto para la computación del estado estacionario, como para la simulación estocástica, dados los valores calibrados de los parámetros y las condiciones de óptimalidad que aparecen al principio del apéndice.

A1.1 Computación del estado estacionario determinista.

De las ecuaciones [A10] y [A11], particularizadas en estado estacionario, podemos computar la media incondicional del consumo público y del *shock* de productividad. Resta por computar los valores de estado estacionario de consumo privado, horas trabajadas, *stock* de capital privado, inversión pública, stock de capital público, tipos impositivos sobre las rentas del trabajo y del capital y de los cuatro multiplicadores de Lagrange $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$ asociados a las restricciones del problema del gobierno, que son, respectivamente, la restricción agregada de recursos, la restricción presupuestaria del gobierno, la condición que nos dice como los agentes sustituyen óptimamente entre consumo y ocio y finalmente la condición de sustitución óptima del consumo en el tiempo. Estas once variables se computan a través del sistema no lineal que forman las ecuaciones [A1]-[A9], [A12] y [A13], particularizadas en estado estacionario.

Dados los valores paramétricos, la resolución numérica del sistema no lineal descrito permite obtener los valores de estado estacionario determinista de las variables del modelo.

A1.2 Computación de la simulación estocástica.

Vamos a describir la estrategia para computar la simulación estocástica del modelo. No vamos a ocuparnos de computar la transición que nos lleva a la situación de política fiscal óptima, sino que vamos a tratar el comportamiento estocástico como si ya estuviésemos en el equilibrio estacionario. Así pues, como condiciones iniciales de capital privado $(k_{p_{-1}})$, capital público $(k_{g_{-1}})$, consumo público $(c_{g_{-1}})$, shock de productividad (z_{-1}) y del multiplicador $\lambda_{4_{-1}}$, que necesitamos para computar recursivamente el equilibrio estocástico, tomaremos los correspondientes valores de estado estacionario[5].

Generando exógenamente una secuencia para las innovaciones de consumo público y del *shock* de productividad, y tomando como condiciones iniciales los valores de estado estacionario de estas variables $(c_{g_{ss}}, z_{ss})$, las ecuaciones [A10] y [A11] permiten obtener recursivamente las sendas estocásticas del consumo público y de la perturbación de productividad.

El método de solución que empleamos, propuesto por Sims (1990), sustituye los términos de expectativas presentes en las condiciones de optimalidad del problema, por su valor realizado más un error de predicción. Así se generarían tres términos de error $(\xi_{1_t}, \xi_{2_t}, \xi_{3_t})$, correspondientes a las ecuaciones [A3], [A4] y [A9]. Una vez sustituidas las expectativas se realiza un análisis de

[5]Como se discutió en la sección 3, la estrategia que hace que el problema sea recursivo pasa por incluir uno de los multiplicadores de Lagrange, λ_4, como una variable de estado. Así, al computar numéricamente la solución, necesitamos valores iniciales para las variables de estado, lo que implica una condición inicial no sólo para los *stocks* de capital público y privado, sino también para λ_4.

estabilidad de la aproximación de Taylor de primer orden, alrededor de su estado estacionario, del sistema compuesto por las ecuaciones [A1] a [A13].

Del análisis de estabilidad surgen tres condiciones de estabilidad numéricas, que son condición suficiente para que el sistema sea estable. Designaremos a estas condiciones como CE.1, CE.2 y CE.3. Dados los valores paramétricos, las sendas obtenidas para el consumo público y el *shock* de productividad, las condiciones iniciales sobre los valores del multiplicador λ_4 y de los *stocks* de capital público y privado, el sistema que forman las ecuaciones [A1], [A2], [A5]-[A8], [A12], [A13] y las tres condiciones de estabilidad, nos permiten obtener, recursivamente, las sendas del resto de variables endógenas del modelo: los cuatro multiplicadores de Lagrange, consumo privado, horas trabajadas, *stock* de capital privado, inversión pública, *stock* de capital público y los tipos impositivos sobre las rentas del trabajo y del capital.

El resto de condiciones de equilibrio del sistema: [A3], [A4] y [A9], pueden utilizarse residualmente para computar las sendas de los tres errores de previsión $(\xi_{1_t}, \xi_{2_t}, \xi_{3_t})$ generados en el proceso de sustitución de expectativas.

References

Argimón, I., J.M. González-Páramo, M.J. Martín y J.M. Roldán (1994): "Productividad e infraestructuras en la economía española", *Moneda y Crédito* 198, pp. 207-241.

Aschauer, D.A. (1989): "Is public expenditure productive?", *Journal of Monetary Economics* 23, pp. 177-200.

Bajo, O. y S. Sosvilla (1993): "Does public capital affect private sector performance?", *Economic Modelling* 10(3), pp. 179-184.

Chamley, C. (1986): "Optimal taxation of capital income in general equilibrium with infinite lives", *Econometrica* 54, pp. 607-622.

Chari, V.V., L.J. Christiano y P.J. Kehoe (1994): "Optimal fiscal policy in a business cycle model", *Journal of Political Economy* 102, pp. 617-652.

Chari, V.V. y P.J. Kehoe (1999): "Optimal fiscal and monetary policy", en Taylor J.B. y M. Woodford (eds.) *Handbook of Macroeconomics* vol.1, pp. 1671-1743.

Christiano, L.J. y M. Eichenbaum (1992): "Current real business cycle theories and aggregate economic fluctuations", *American Economic Review* 82, pp. 430-450.

Cooley, T.F. y G.D. Hansen (1992): "Tax distorsions in a neoclassical monetary economy", *Journal of Economic Theory* 58, pp. 290-316.

Cooley, T.F. y E.C. Prescott (1995): "Economic Growth and Business Cycles", en Cooley, T.F.(ed.) *Frontiers of Business Cycles Research* pp. 1-38. Princeton University Press.

Corrales A. y D. Taguas (1991): "Series macroeconómicas para el periodo 1954-88: un intento de homogeneización", en C. Molinas et al. (ed.) *La economía española. Una perspectiva macroeconómica,* Antoni Bosch e Instituto de Estudios Fiscales.

Glomm, G. y B. Ravikumar (1994): "Public investment in infrastructure in a simple growth model", *Journal of Economic Dynamics and Control* 18, pp. 1173-1187.

Hansen, L.P, D. Epple y W. Roberds (1985): "Linear-quadratic duopoly models of resource depletion", en T. Sargent (ed.) *Energy Foresight and Strategy* pp. 101-142. Resources for the Future Inc.

Judd, K.L. (1985): "Redistributive taxation in a simple perfect foresight model", *Journal of Public Economics* 28, pp. 59-83.

Lansing, K.J. (1998): "Optimal fiscal policy in a business cycle model with public capital", *Canadian Journal of Economics* 31, pp. 337-364.

Lucas, R.E. Jr. (1990): "Supply-side economics: an analitical review", *Oxford Economics Papers* 42, pp. 293-316.

Lucas, R.E. Jr., y N.L. Stokey (1983): "Optimal fiscal and monetary policy in an economy without capital", *Journal of Monetary Economics* 12, pp. 55-93.

Marcet, A, T. Sargent y J. Seppälä (1996): "Optimal taxation without state-contingent debt", Working Paper 170. Universitat Pompeu Fabra.

Mas, M., J. Maudos, F. Pérez, y E. Uriel. (1994): "Capital público y productividad en las regiones españolas", *Moneda y Crédito* 198.

Manzano, B. (1998): "Estructura impositiva, capital público y ciclo económico" *Revista Española de Economía* 15, pp. 433-461.

Puch, L. y O. Licandro. (1997): "Are there any special features in the Spanish business cycle?", *Investigaciones Económicas* 21, pp. 361-394.

Ramsey F.P. (1927): "A contribution to the theory of taxation", *Economic Journal* 37, pp. 47-61.

Rojas, G. (1993): "Optimal taxation in a stochastic growth model with public capital: crowding-in effects and stabilization policy", Working Paper 62, Universitat Pompeu Fabra.

Zhu, X.: "Optimal fiscal policy in a stochastic growth model", *Journal of Economic Theory* 58, pp. 250-289.

Abstract

The aim of this paper is to analyze the optimal fiscal policy problem including public investment as an endogenous decision. We set a general equilibrium model, calibrated with Spanish data, where the public capital stock is an additional input. We obtain that the Spanish public investment/output ratio is slightly below the optimal level. The result depends crucially on the calibrated value for the public capital elasticity. Optimal properties obtained for the fiscal variables include a highly persistent labor income tax rate, moderately contracyclical and hardly volatile, whereas the tax rate on capital income is acyclical, less persistent and very volatile. Public investment tends to be procyclical and moderately persistent.

Keywords: optimal fiscal policy, public investment, business cycle.

Recepción del original, noviembre de 1999
Versión final, enero de 2001