Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XVI, n.º 1 (1992), págs. 43-62

UNA VERSION DE LA TEORIA DEL ARREPENTIMIENTO: APLICACION A LA DEMANDA DE SEGURO*

Ramón J. SIRVENT BOIX
Josefa TOMAS LUCAS
Universidad de Alicante

En este trabajo se aplica una versión de la Teoría del Arrepentimiento (Loomes & Sugden) que hemos llamado «Utilidad Expandida», al problema de la decisión de seguro pleno. Con ello, resulta posible explicar los contratos entre agentes neutros al riesgo. Además, queda abierta la posibilidad de un fenómeno de «selección favorable» que podría contrarrestar la «selección adversa».

1. Introducción

La Teoría Clásica de la Utilidad Esperada, desarrollada por Von Neumann & Morgenstern en el año 1944, ha constituido tradicionalmente la base del análisis de los problemas de decisión en condiciones de riesgo. No obstante, desde principios de los años cincuenta, la validez general de su utilización ha sido ampliamente discutida. Junto a numerosos informes de experimentos en los que diferentes individuos actúan en condiciones de riesgo violando la Teoría Clásica, han aparecido varias familias de teorías alternativas que tratan de eliminar las incongruencias entre el comportamiento observado y las predicciones de la teoría normativa clásica (ver por ejemplo Sugden (1987), Machina (1987), Fishburn (1988, 1989) o Epstein (1990)).

Una de tales familias es la integrada por un grupo de teorías que, de forma simultánea e independiente, aparecieron en 1982 y a las que genéricamente denominaremos «Teorías Binarias» de la elección en condiciones de riesgo. El denominador común básico de estas teorías consiste en destacar que la valoración individual ante una pareja de opciones (acciones, loterías, ...) alternativas es, forzosamente, relativa al par concreto de opciones que se están comparando. Ello supone que, en general, no es posible obtener una representación de tipo uniparamétrico de las preferencias, sino que la representación de éstas en el conjunto U de alternativas es del tipo:

$$\phi : U \times U \longrightarrow R \text{ de tal forma que}$$
$$A \gtrsim B \longleftrightarrow \phi : (A,B) \geq 0 \qquad A, B \in U$$

* Agradecemos a Carmen Herrero y Antonio Villar su ayuda y comentarios. También agradecemos las indicaciones de Josep Peris y las sugerencias del evaluador anónimo. Los posibles errores son de nuestra exclusiva responsabilidad. Este trabajo se ha beneficiado de la ayuda de la CICYT a través de los proyectos PB86-0283 y PS89-0066, así como de una financiación del IVIE.

Agrupamos en la familia de teorías binarias de la elección en condiciones de riesgo a las elaboradas por Fishburn (1982), Loomes & Sugden (1982) y Bell (1982).

La Teoría de la Utilidad Hemisimétrica de Fishburn o SSB (Skew-Simetric Bilinear) es una teoría normativa construida, al modo de la Teoría Clásica de la Utilidad Esperada, a partir de un conjunto de axiomas que definen un tipo de racionalidad menos restrictiva que la de los agentes Von Neumann & Morgenstern. El teorema de representación (Fishburn, 1982) conduce a una regla de elección que englobaría como caso particular, además de la Teoría Clásica, otros intentos de generalización.

La Teoría del Arrepentimiento o Regret Theory introducida simultánea e independientemente por Bell (1982) y Loomes & Sugden (1982) es de naturaleza esencialmente descriptiva y pretende explicar el comportamiento de los decisores sobre la base de sus reacciones psicológicas frente a las opciones arriesgadas. Esta filosofía conduce, no obstante, al mismo tipo de regla de elección que la SSB, aunque dicha elección se haga sobre acciones esto es, vectores de resultados contingentes (los resultados dependen del estado del mundo que se realice) en lugar de en términos de distribuciones de probabilidad sobre los resultados (loterías).

La idea central de la Teoría del Arrepentimiento consiste en incorporar en la evaluación *«a priori»* de las opciones alternativas, la futura respuesta psicológica del individuo ante el resultado final: «La pena por lo que pudo haber sido y no fue...» y, en su caso, el regocijo por haber hecho una acertada elección. Así, los agentes elegirán «como si» maximizasen la esperanza de una utilidad básica modificada por el arrepentimiento o regocijo (*regret/rejoicing*), referida a los resultados posibles para cada pareja de opciones alternativas, en cada estado del mundo.

Como ya se indicó, las teorías binarias, entre otras alternativas a la Utilidad Esperada, aparecen, fundamentalmente, como intentos de adecuación entre el comportamiento observado de los individuos y su explicación normativa o psicológica de manera que elimine las paradojas clásicas. Cada una de las teorías alternativas postula una determinada pauta de comportamiento de los agentes que actúan en condiciones de riesgo.

Existen problemas específicos que parecen susceptibles de ser tratados de modo especialmente natural con alguna de estas teorías alternativas. Tal es el caso de la decisión de seguro pleno, cuyas características invitan a su análisis desde el enfoque de la teoría de Loomes & Sugden. En efecto:

(*a*) Se trata de un problema de elección entre dos opciones alternativas: asegurarse o no asegurarse.

(*b*) La valoración de las opciones ha de ser necesariamente relativa y el sentimiento de arrepentimiento/regocijo debe pesar especialmente en la misma.

(*c*) La Teoría Clásica de la Utilidad Esperada no explica satisfactoriamente determinados aspectos observables del problema.

El objeto principal de este trabajo es presentar algunos resultados de la aplicación de una versión de Teoría del Arrepentimiento al problema citado. En la sección 2 se presenta la propuesta concreta que denominamos «Utilidad Expandida» la cual se aplica, en la sección 3 al problema de la decisión de seguro pleno. La sección 4 se destina a comentarios finales.

2. Una versión de teoría del arrepentimiento: la utilidad expandida

Dado un conjunto finito y exhaustivo de estados del mundo $\{s_1, s_2, ..., s_n\}$ cuyas correspondientes probabilidades $\{\pi_1, \pi_2, ..., \pi_n\}$ son conocidas y tales que $\sum_{j=1}^{n} \pi_j = 1$, una acción A_i se define por un vector de resultados contingentes correspondientes a cada uno de los posibles estados s_j del mundo.

Se suponen resultados monetarios y que los agentes representan sus preferencias sobre los resultados ciertos mediante una utilidad básica continua y creciente u: $\theta \rightarrow R$ donde θ es el conjunto de resultados, con lo que la acción A_i vendrá asociada al vector de las utilidades básicas de los resultados en cada estado del mundo.

El problema que enfrenta el agente decisor, consiste en la elección entre parejas de acciones alternativas, que denotaremos A_1 y A_2.

Se tendría la siguiente matriz:

Estados del mundo	s_1	s_2 ...	s_j ...	s_n	
Probabilidades	π_1	π_2 ...	π_j ...	π_n	$\sum_{j=1}^{n} \pi_j = 1$
Acción A_1	u_{11}	u_{12}	u_{1j}	u_{1n}	
Acción A_2	u_{21}	u_{22}	u_{2j}	u_{2n}	

Donde $u_{ij} = u(x_{ij})$ es la utilidad del resultado $x_{ij} \in \theta$ de la acción A_i $(i = 1, 2)$ cuando se da el estado s_j.

Suponiendo que el agente posee un preorden $\gtrsim$ sobre las opciones, la Teoría Clásica implica que para un agente Von Neumann & Morgenstern, una alternativa A_1 es preferida o indiferente a otra A_2 si:

$$\sum_{j=1}^{n} \pi_j (u_{1j} - u_{2j}) \geq 0 \qquad [1]$$

de manera que se ponderan las diferencias de utilidades básicas para cada estado del mundo (utilidad relativa).

Por su parte, Loomes & Sugden proponen que el agente valora además, en cada estado del mundo, la respuesta psicológica de arrepentimiento/regocijo que experimentará si dicho estado se realiza. Así, en su trabajo de 1982, definen la utilidad modificada de la elección de A_1 y el rechazo de A_2 en el estado s_j como:

$$m_{1j} = u_{1j} + R(u_{1j}, u_{2j})$$

donde $R(u_{1j}, u_{2j})$ es una medida del arrepentimiento/regocijo que actúa como un decremento (arrepentimiento) o incremento (regocijo) sobre las utilidades básicas.

A partir de aquí, la relación de preferencias sobre las opciones A_1 y A_2 se deriva de:

$$A_1 \succsim A_2 \longleftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \pi_j (m_{1j} - m_{2j}) \geq 0$$

Es decir, la elección racional de los agentes viene caracterizada por la maximización del valor esperado de la utilidad modificada.

Para hacer operativa la teoría, suponen que la función $R(.,.)$ depende de la diferencia $\xi_j = u_{1j} - u_{2j}$ en cada estado del mundo, con lo que:

$$\begin{aligned} m_{1j} - m_{2j} &= u_{1j} + R(u_{1j} - u_{2j}) - u_{2j} - R(u_{2j} - u_{1j}) = \\ &= \xi_j + R(\xi_j) - R(-\xi_j) \end{aligned}$$

y $\Psi(\xi_j) = m_{1j} - m_{2j}$ resultará ser una funcional hemisimétrica, es decir, $\Psi(\xi_j) = -\Psi(-\xi_j)$. En este caso:

$$A_1 \succsim A_2 \longleftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \pi_j [\xi_j + R(\xi_j) - R(\xi_j)] = \sum_{j=1}^{n} \pi_j \Psi(\xi_j) \geq 0 \qquad [2]$$

Los citados autores exigen a $R(.)$ condiciones que garantizan la diferenciabilidad y crecimiento de $\Psi(.)$. Además, imponiendo a $\Psi(.)$ la convexidad estricta para $\xi > 0$, consiguen explicar un buen número de las violaciones más frecuentes a la Teoría Clásica (Loomes & Sugden 1982, 1983). Por último, en 1987 presentan una versión más general de su teoría en la que prescinden de la estructura aditiva de la función $\Psi(.)$ y la conectan con la Teoría SSB de Fishburn.

Conservando la idea básica de que, en la elección entre dos opciones alternativas juega un papel relevante de valoración *ex ante* de la reacción psicológica *ex post* del posible acierto o error una vez conocido el estado del mundo, proponemos a continuación una variante de la formulación de Loomes & Sugden, que resulta más general y de mayor operatividad, como luego veremos. Tal variante consiste en introducir la relatividad de la valoración de los resultados en cada estado del mundo reforzada a través de una estructura multiplicativa. Denominaremos a esta variante «Utilidad Expandida», la denotaremos por $\in_{ij}$ y la definiremos como:

Definición 1. Llamamos «utilidad expandida» de la elección de A_1 y el rechazo de A_2 cuando se da el estado s_j a:

$$\in_{1j} = (u_{1j} - u_{2j})\, h(u_{1j}, u_{2j})$$

Definición 2.-Llamamos «utilidad expandida» de la elección de A_2 y el rechazo de A_1 a:

$$\in_{2j} = (u_{2j} - u_{1j})\, h(u_{2j}, u_{1j})$$

donde $h(.,.)$ es una medida del arrepentimiento/regocijo.

Nótese que en la definición de $\in_{1j}$ figura explícitamente la utilidad básica u_{2j} del resultado de la acción rechazada en el estado s_j y del mismo modo en $\in_{2j}$ figura u_{1j}. Así, la valoración queda doblemente relativizada, por un lado a través de la diferencia $u_{ij} - u_{kj}$ y, por otro, mediante la función (u_{ij}, u_{kj}) $i, k = 1, 2$, $i \neq k$. Esta estructura determina, como se verá más adelante, propiedades de simetría en las funciones de valoración.

Es natural imponer que $h(u_{ij}, u_{kj}) \geq 0$ $(i, k = 1, 2; i \neq k)$, ya que en otro caso se invertirá el sentido de la valoración relativa básica. Según se tenga $h(.\ .)$ mayor o menor que la unidad, el efecto será respectivamente una expansión o una contracción de la utilidad relativa básica. Se podría interpretar que $h(.,.)$ recoge diferentes actitudes psicológicas del individuo, arrepentimiento, frustración, regocijo, responsabilidad...

También es natural imponer que la utilidad expandida $\in_{ij}$ crezca con u_{ij} y decrezca con u_{kj}.

Continuando con el esquema de Loomes & Sugden, nuestra propuesta consiste en suponer que la elección se lleva a cabo como si los agentes maximizasen la esperanza de la utilidad expandida, esto es:

$$A_1 \gtrsim A_2 \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \pi_j (\in_{1j} - \in_{2j}) \geq 0$$

La función $\Psi(u_{1j}, u_{2j}) = \in_{1j} - \in_{2j}$ representaría el balance de la utilidad expandida en el estado s_j para la elección de A_1 y el rechazo de A_2.

$$\Psi(u_{1j}, u_{2j}) = (u_{1j} - u_{2j}) \left[h(u_{1j}, u_{2j}) + h(u_{2j}, u_{1j})\right]$$

Llamando
$$H(u_{1j}, u_{2j}) = h(u_{1j}, u_{2j}) + h(u_{2j}, u_{1j}) \qquad [3]$$

se tendría:
$$\Psi(u_{1j}, u_{2j}) = (u_{1j} - u_{2j})\, H(u_{1j}, u_{2j})$$

y la regla de elección se expresa:

$$A_1 \gtrsim A_2 \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \pi_j \Psi(u_{1j}, u_{2j}) \geq 0 \qquad [4]$$

Al objeto de hacer operativas las propuestas anteriores, impondremos que h dependa sólo de la diferencia $\xi_j = u_{1j} - u_{2j}$ en cada estado del mundo, con lo que de [3]:

$$H(\xi_j) = h(\xi_j) + h(-\xi_j) \geq 0 \text{ y por tanto,}$$

$$\Psi(\xi_j) = \xi_j H(\xi_j) \qquad [5]$$

La regla de elección es ahora:

$$A_1 \precsim A_2 \Leftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \pi_j \xi_j H(\xi_j) \leq 0 \qquad [6]$$

En el caso de que $H(.)$ sea constante, [6] correspondería a la regla de elección de Von Neumann & Morgenstern.

Cuando $H(\xi) = 1 + \frac{R(\xi) - R(-\xi)}{\xi}$, [6] se correspondería con la regla [2] de elección de Loomes & Sugden:

$$A_1 \succsim A_2 \longleftrightarrow \sum_{j=1}^{n} \pi_j [\xi_j + R(\xi_j) - R(-\xi_j)] \geq 0$$

Formalmente, el conjunto de supuestos que exigiremos a la función $h(\xi)$ y a su derivada $h'(\xi)$ será el siguiente:

$S.1.$ $h(\xi) > 0, \forall \xi \neq 0; h(0) \geq 0$
$S.2.$ $h(\xi)$ es de clase C^2
$S.3.$ $h(\xi) + \xi h'(\xi) > 0, \forall \xi \neq 0$
$S.4.$ $h'(\xi) \geq h'(-\xi)$ o bien $h'(\xi) \leq h'(-\xi), \forall \xi > 0.$

El supuesto $S.1$, además de imponer que $h(\xi) \geq 0$, excluye la posibilidad de que los agentes consideren indistinguibles estados del mundo para los que pueda obtenerse distinto resultado según la elección.

El supuesto $S.2$, es un supuesto técnico del que se podría prescindir en una versión más general. El hecho de incluirlo aquí se debe a motivos de operatividad.

El supuesto $S.3$, plasma el crecimiento regular de la utilidad expandida con la utilidad relativa. Se postula en definitiva, que la expansión o contracción determinada por $h(\xi)$ no altera la monotonía de la valoración.

Las condiciones alternativas del supuesto $S.4$ determinan, como veremos más adelante, dos actitudes distintas de los individuos a la hora de expandir o contraer la valoración básica, actitudes que definimos como de:

«Aversión al fracaso/Amor al éxito» cuando $h'(\xi) \geq h'(-\xi)$.

«Tibieza frente al éxito/fracaso» cuando $h'(\xi) \leq h'(-\xi)$.

Estas condiciones, por otra parte, garantizan junto con $S.3$ una mínima «regularidad» de comportamiento que, además de hacer manejable la teoría, permiten abarcar una gran variedad de respuestas psicológicas.

Consecuencias:

Por la definición [3]

a) $H(\xi) = h(\xi) + h(-\xi) > 0, \forall \xi \neq 0; H(0) \geq 0.$

b) $H(\xi) = H(-\xi)$ (simetría).

c) $H(\xi)$ es de clase C^2, por serlo $h(\xi)$.

d) $H'(\xi) = h'(\xi) - h'(-\xi)$ de manera que, por *S*.4, se tendrán las dos siguientes posibilidades:

i) $H'(\xi) \geq 0$, cuando $\xi > 0$ y entonces $H(\xi)$ será cuasiconvexa $\forall\xi$, o bien:

ii) $H'(\xi) \leq 0$, cuando $\xi > 0$ y $H(\xi)$ es cuasicóncava $\forall\xi$, pero no cóncava por ser $H(\xi) \geq 0\ \forall\xi$.

En cualquier caso $H'(0) = 0$.

Por la definición [5]:

e) $\Psi(\xi) = \xi H(\xi) = -\Psi(-\xi)$ (hemisimetría) y $\Psi(0) = 0$

f) $\Psi(\xi)$ es estrictamente creciente:

Ya que $\Psi(\xi) = \xi H(\xi) = \xi[h(\xi) + h(-\xi)] = \xi h(\xi) - [-\xi h(-\xi)] = \in_1 - \in_2$

$$\Psi'(\xi) = h(\xi) + \xi h'(\xi) + h(-\xi) - \xi h'(-\xi)$$

El supuesto *S*.3 establece que $h(\xi) + \xi h'(\xi) = \dfrac{d\in_1}{d\xi} > 0,\ \forall\xi \neq 0$ y en consecuencia, $h(-\xi) - \xi h'(-\xi) > 0$ con lo que $\Psi'(\xi) > 0,\ \forall\xi \neq 0$ y $\psi(\xi)$ será creciente estricta $\forall\xi$. Además, este supuesto implica que $\dfrac{d\in_2}{d\xi} = -h(-\xi) + \xi h'(-\xi) < 0$.

De lo anterior se deduce que $\Psi(\xi)$ será cuasimonotónica estricta (cuasicóncava y cuasiconvexa estricta).

Se tendrán, de nuevo, las dos siguientes posibilidades:

(*i*)' Si $H'(\xi) \geq 0\ (\xi > 0) \Rightarrow \exists\,\delta > 0$ de tal forma que $H(.)$ es convexa en $0 < \xi < \delta$, lo que a su vez implica que $\Psi(\xi)$ será también convexa en dicho intervalo.

(*ii*)' Si $H'(\xi) \leq 0\ (\xi > 0) \Rightarrow \exists\,\delta > 0$ tal que $\Psi(\xi)$ es cóncava en $0 < \xi < \delta$.

Loomes & Sugden (1982, 1987) consiguen explicar las paradojas más frecuentes de la Utilidad Esperada haciendo la hipótesis de que $\Psi(.)$ es convexa estricta para argumentos positivos, siendo razones empíricas las que les inclinan a imponer esta condición.

Desde la perspectiva más amplia de la versión expandida en la que $\Psi(.)$ es cuasimonotónica, se puede dar cabida no sólo al supuesto anterior sino a otras respuestas, incluso opuestas, que también se reflejan, minoritariamente quizá, en las mismas evidencias empíricas.

Se podría pensar que sobre el arrepentimiento/regocijo actúa una componente que asociaríamos a una actitud frente al éxito o fracaso que expandiría con diferente intensidad, de unos individuos a otros, la valoración relativa básica.

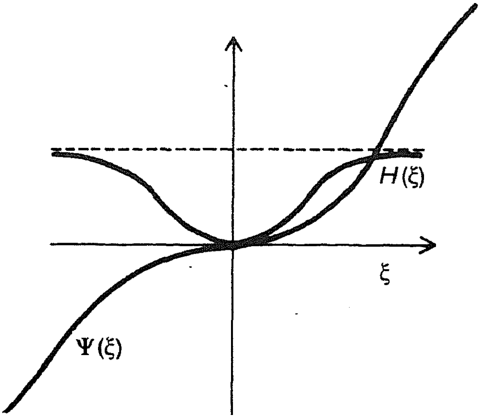

Gráfico 1

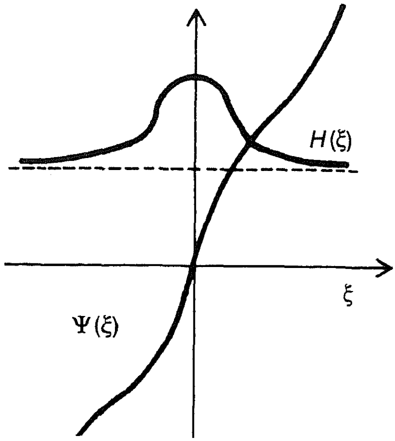

Gráfico 2

Cuando $H(.)$ es cuasiconvexa (Gráfico 1) reflejaría actitudes en las que se resaltan las utilidades relativas grandes: «aversión al fracaso y amor al éxito». Por el contrario, cuando $H(.)$ sea cuasicóncava (Gráfico 2), quedarían resaltadas las pequeñas utilidades relativas: «tibieza frente al éxito».

En nuestro análisis de problemas con resultados monetarios, podemos normalizar $u(.)$ de forma que $u(x_{max}) = 1$, $u(x_{min}) \geq 0$. Además, mediante un adecuado cambio de unidades podemos tomar $x_{max} = 1$. Con ello, las utilidades relativas ξ_j tomarán valores en el intervalo $[-1, 1]$.

3. Aplicaciones a la decisión de seguro

Considérese el problema de elección que se plantea un individuo ante la posibilidad de contratar un seguro pleno frente a una pérdida de cuantía fija x que puede producirse con probabilidad π, mediante el pago de una prima γ que le cubrirá durante un determinado período de tiempo.

Siendo dos los estados de la naturaleza posibles: Que se produzca la pérdida con probabilidad π o que no se produzca con probabilidad $(1-\pi)$, dos son también las alternativas: asegurarse o no asegurarse.

Siendo $W = 1$ la riqueza actual del agente, la matriz de resultados contingentes es la siguiente:

Estados	pérdida	no pérdida	
Probabilidad	π	$(1-\pi)$	
Acción A_1	$u(1-\gamma)$	$u(1-\gamma)$	(Tomar seguro)
Acción A_2	$u(1-x)$	$u(1)$	(Rechazar)

donde $0 < x \leq 1$ y $0 < \pi < 1$, puesto que la decisión es obvia para los casos $\pi = 0$ o $\pi = 1$.

Para fijar ideas, imaginemos que al cabo del periodo de vigencia del contrato, la pérdida no se ha producido. En tal caso, el agente lamentará haber pagado la prima en el supuesto de que hubiera decidido asegurarse y experimentará regocijo en el caso de que su elección hubiera sido la de enfrentarse al riesgo sin cobertura. De la misma manera, si el estado del mundo que se realiza es el de pérdida, el individuo experimentará satisfacción si decidió contratar el seguro y arrepentimiento en caso contrario.

Así, cuando *a priori* se plantea la decisión de asegurarse o no, el individuo incorporará a la evaluación de las acciones posibles estas actitudes psicológicas futuras.

Llamando $u_1 = u(1-x)$, $u_2 = u(1-\gamma)$, $u_3 = u(1) = 1$ la tabla anterior queda:

	π	$(1-\pi)$
A_1	u_2	u_2
A_2	u_1	1

Como $0 < \gamma < x \leq 1$ y $u(.)$ es creciente, $u_1 < u_2 < u_3$, el agente elegirá según:

$$A_1 \succsim A_2 \Leftrightarrow \pi\Psi(u_2-u_1) + (1-\pi)\Psi(u_2-1) \geq 0 \Leftrightarrow$$
$$\pi\left[\Psi(u_2-u_1) + \Psi(1-u_2)\right] \geq \Psi(1-u_2).$$

Fijado el valor de x, suponemos que $\gamma = \gamma(\pi)$ es una función creciente con π.

Entonces, la función:

$$\overline{\pi}(\pi) = \frac{\Psi(1-u_2(\pi))}{\Psi(u_2(\pi)-u_1) + \Psi(1-u_2(\pi))}$$

está bien definida y la interpretamos como una probabilidad, pues $0 \leq \overline{\pi}(\pi) \leq 1$ en el intervalo $\left[0, \dfrac{1}{1+k}\right]$ cuando $\gamma = \pi(1+k)x$, $k \geq 0$ (prima con gastos). Como $u_2(0) = 1$ y $u_2(1/_{(1+k)}) = u_1$ se tiene $\overline{\pi}(0) = 0$ y $\overline{\pi}(1/_{(1+k)}) = 1$.

En el caso de prima sin gastos $\gamma = \pi x$, el intervalo de definición es $[0, 1]$ siendo $\overline{\pi}(0) = 0$ y $\overline{\pi}(1) = 1$.

Se verifica de forma inmediata que la derivada $\overline{\pi}'(\pi) > 0$ para $0 < \pi < 1$.

Con lo dicho, la regla de elección se expresaría:

$$A_1 \succsim A_2 \Leftrightarrow \overline{\pi}(\pi) \leq \pi$$

3.1. Caso de prima sin gastos

a) SUBCASO: AGENTE NEUTRO AL RIESGO

Supóngase que una compañía de seguros oferta prima sin gastos, $\gamma = \pi x$, para la cobertura plena de la pérdida x. Considerando un agente neutro al riesgo, tomaremos lineal su utilidad básica $u(\alpha) = \alpha$, con lo que $u_1 = 1-x$; $u_2 = 1-\pi x$; $u_3 = 1$ y se tendrá:

$$\begin{aligned} A_1 \gtrsim A_2 &\Leftrightarrow \pi\Psi(x-\pi x) + (1-\pi)\Psi(-\pi x) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \pi(1-\pi)x\, H\big[(1-\pi)x\big] + (1-\pi)(-\pi x)\, H(-\pi x) \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \pi(1-\pi)x\, H\big[(1-\pi)x\big] - (1-\pi)\pi x\, H(\pi x) \geq 0 \end{aligned}$$

por ser $H(.)$ simétrica. En definitiva:

$$A_1 \gtrsim A_2 \quad \Leftrightarrow \quad H\big[(1-\pi)x\big] \geq H(\pi x)$$

Como $H(.)$ sólo puede ser creciente o decreciente para argumentos positivos, en el primer caso $A_1 \gtrsim A_2 \Leftrightarrow \pi \leq 1/2$ y $A_1 \gtrsim A_2 \Leftrightarrow \pi \geq 1/2$ en el segundo.

Como vemos, el arrepentimiento actúa en los agentes neutros para pequeñas probabilidades (que conducen a primas bajas) en sentido opuesto a como lo hace para probabilidades altas (elevadas primas). Cuando $H(\xi)$ crece para $\xi > 0$, se aceptan contratos sólo a primas bajas, lo que podría interpretarse como un efecto de $H(.)$ que introduce en la valoración, una componente de «aversión al fracaso» o equivalentemente de «amor al éxito» que expande el regocijo/arrepentimiento. Por el contrario, cuando $H(\xi)$ decrece para $\xi > 0$, el agente actúa en sentido opuesto, manifestando una actitud de «tibieza frente al éxito/fracaso».

Así pues, mientras en la Teoría Clásica la posibilidad de seguro está ligada a la aversión explícita al riesgo (un agente neutro se mostraría indiferente a cualquier π, (ver por ejemplo McKenna 1985), dentro del marco de la Teoría del Arrepentimiento, existe espacio de seguro conectado exclusivamente con el sentimiento de arrepentimiento/regocijo: agentes neutros pagarían primas por transferir arrepentimiento, haciéndose por tanto predicciones que la Utilidad Esperada es sólo capaz de hacer bajo condiciones más restrictivas. Quedaría así explicado el hecho de que se establezcan contratos de reaseguros entre compañías supuestamente neutras al riesgo.

b) SUBCASO: AGENTE AVERSO AL RIESGO

Tendremos ahora, $u = u(\alpha)$ cóncava estricta y, como ya sabemos, la decisión de seguro vendrá expresada por:

$$A_1 \gtrsim A_2 \Leftrightarrow \overline{\pi}(\pi) \leq \pi$$

En el caso del agente neutro hemos visto, cómo sin hacer supuestos sobre Ψ, encontramos un punto fijo $\pi = 1/2$ para $\overline{\pi}(\pi)$ a partir del cual se invertía la decisión. En el caso que nos ocupa, no es posible obtener un resultado similar sin hacer hipótesis adicionales sobre la forma de $\Psi(.)$. En concreto, exigiremos que la función $\Psi(.)$ sea o bien convexa o bien cóncava para $\xi > 0$[1].

Definición 3. Llamaremos «probabilidad equivalente» $\hat{\pi}$ a aquella probabilidad tal que $1 - u_2(\hat{\pi}) = u_2(\hat{\pi}) - u_1$ (Gráfico 3).

$\hat{\pi}$ se relaciona con el grado de aversión al riesgo, ya que $1 - \hat{\pi}x$ sería el equivalente cierto de la lotería:

$$L = (1, 1/2;\ 1 - x,\ 1/2).$$

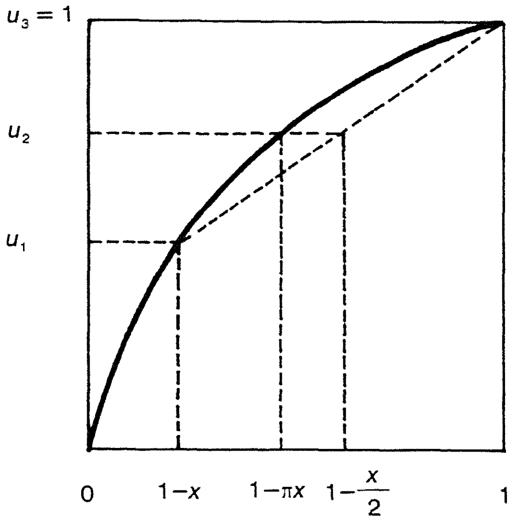

Gráfico 3

Este hecho, que justifica el haber llamado probabilidad equivalente a $\hat{\pi}$, permite relacionarla con la prima de riesgo $Pr(L)$ de la lotería en cuestión: $Pr(L) = (\hat{\pi} - 1/2)x$.

Nótese que para $\pi < \hat{\pi}$, $1 - u_2 < u_2 - u_1$ y que para $\pi > \hat{\pi}$ se verifica la desigualdad contraria.

Es inmediato observar que $\overline{\pi}(\hat{\pi}) = 1/2$. Por otra parte, el crecimiento de $\overline{\pi}$ implica que4 si $\pi > \hat{\pi}$, $\overline{\pi}(\pi) > 1/2$, y si $\pi < \hat{\pi}$ entonces $\overline{\pi}(\pi) < 1/2$, lo que situaría la gráfica de $\overline{\pi}(\pi)$ en la región rayada del Gráfico 4.

[1] Con los supuestos hechos sobre $h(.)$ siempre es posible garantizar un tramo donde $\Psi(.)$ sea convexa o bien cóncava (ver consecuencias (i)', (ii)').

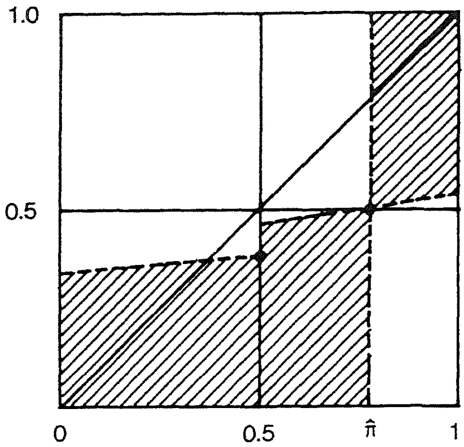

Gráfico 4

Hasta el momento, lo único que se puede asegurar es que en el intervalo $[1/2, \hat{\pi}]$, se verifica que $\bar{\pi}(\pi) < \pi$, y se aceptará el contrato.

Analicemos en primer lugar el caso de Ψ convexa. Si la función $\Psi(.)$ verifica la «condición de forma»[2]:

$$\frac{\Psi(b)}{\Psi(a)} \geq \frac{\Psi''(b)}{\Psi''(a)} \qquad 0 < a < b \tag{7}$$

entonces $\frac{d^2\bar{\pi}(\pi)}{d\pi^2} > 0$ para $0 < \pi < \hat{\pi}$ con lo que $\bar{\pi}(\pi)$ será convexa estricta en este intervalo. Es fácil comprobar que la convexidad de $\bar{\pi}(.)$, garantiza que $\bar{\pi}(\pi) < \pi$ $\forall \pi < \hat{\pi}$.

El resultado obtenido determina, como era de esperar, una expansión del espacio de seguro por encima de $\pi = 1/2$ al superponerse los efectos arrepentimiento y aversión al riesgo (ver Gráfico 5).

La existencia de una probabilidad-frontera $\pi^* = \bar{\pi}(\pi^*)$ que deberá pertenecer al intervalo $(\hat{\pi}, 1)$, a partir de la cual el agente invierta su decisión, puede garantizarse cuando la derivada de π a la izquierda de 1, $\bar{\pi}'_-(1) < 1$[3]

$$\bar{\pi}'_-(1) = \frac{x\, u'(1-x)\, \Psi'(0)}{\Psi(1 - u(1-x))}$$

Como $\Psi'(0) = H(0)$, la condición $\bar{\pi}'_-(1) < 1$ se tendrá de forma inmediata cuando $H(0) = 0$.

[2] Esta condición la verifica una amplia familia de funciones que cumplen a su vez el resto de los supuestos.

[3] La prueba se tiene sin más que desarrollar por Taylor la función $\bar{\pi}(\pi) - \pi$ a la izquierda de $\pi = 1$.

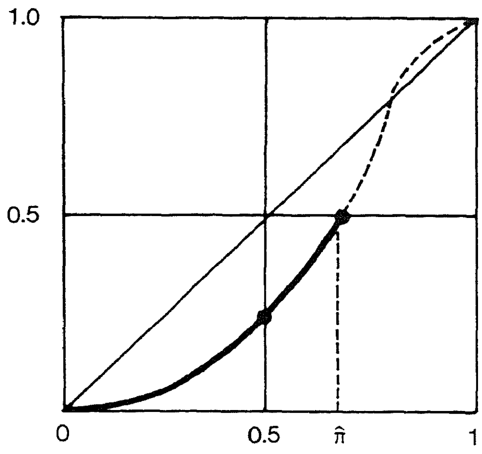

Gráfico 5

Con la estructura aditiva de la función de elección de Loomes & Sugden (1982) $\left[\Psi(\xi) = \xi + R(\xi) - R(-\xi)\right]$ se tiene que $\Psi'(0) \geq 1$.

La estructura multiplicativa de la nueva función de elección, lleva a $\Psi'(0) = H(0) \geq 0$ y, por tanto, permite ambas posibilidades: $\Psi'(0) \geq 1$ y $0 \leq \Psi'(0) < 1$.

En el caso de Ψ cóncava para $\xi > 0$ y, verificando la misma condición de forma [7] con $0 < b < a$, queda asegurada la convexidad estricta de $\overline{\pi}(\pi)$ para $1/2 < \hat{\pi} \leq \pi < 1$ y con ello $\overline{\pi}(\pi) < \pi$. Esto es así ya que: $\pi = \lambda\hat{\pi} + (1-\lambda)1$ con $\lambda \in [0,1]$, luego $\overline{\pi}(\pi) < (\lambda/2) + (1-\lambda)$ y para $\lambda = 2(1-\pi)$ se tiene el resultado deseado.

Por otro lado, como $\overline{\pi}(\hat{\pi}) = 1/2$ y $\hat{\pi} > 1/2$ el crecimiento estricto y la continuidad de $\overline{\pi}(\pi)$ aseguran que $\overline{\pi}(\pi) < \pi$ en $[1/2,1]$. (Ver Gráfico 6).

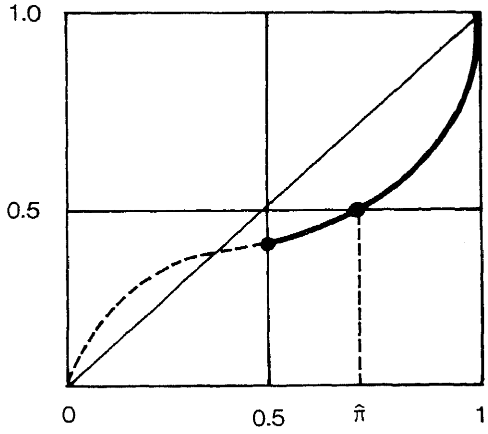

Gráfico 6

Desarrollando por Taylor $[\bar{\pi}(\pi) - \pi]$ a la derecha de $\pi = 0$, se garantizará que $\bar{\pi}(\pi) > \pi$ en las proximidades de 0 cuando la derivada de $\bar{\pi}$ a la derecha de 0, $\bar{\pi}'_+(0) > 1$. En ese caso, existiría por lo menos un $\pi^* < 1/2$ en el que se invertiría la elección. El comportamiento en este caso es la imagen refleja del caso convexo.

Los resultados anteriores muestran cómo con independencia de la convexidad o concavidad de la función de valoración, la superposición de la aversión al riesgo y el arrepentimiento determinan una expansión del espacio de seguro a probabilidades mayores o menores respectivamente que 1/2.

En la existencia de una probabilidad de frontera que invierta la decisión, tanto en el caso convexo como en el cóncavo, juega un papel decisivo el valor de $H(0) = \Psi'(0)$ ya que:

$$\bar{\pi}'_+(0) = \frac{x\, u'(1)\, \Psi'(0)}{\Psi[1-u(1-x)]} \qquad \bar{\pi}'_-(1) = \frac{x\, u'(1-x)\, \Psi'(0)}{\Psi[1-u(1-x)]}$$

3.2. Caso de prima con gastos: $\gamma = \pi(1+k)x,\ k > 0$.

a) SUBCASO: AGENTE NEUTRO:

La expresión de $\bar{\pi}(\pi)$ será ahora:

$$\bar{\pi}(\pi) = \frac{\Psi[\pi(1+k)x]}{\Psi[\pi(1+k)x] + \Psi[x-\pi(1+k)x]}$$

teniéndose por tanto, al ser u lineal, que $\hat{\pi}$ vendrá dado por:

$$1 - \hat{\pi}(1+k)x = 1 - x/2 \quad \text{y} \quad \hat{\pi} = \frac{1}{2(1+k)} < \frac{1}{2}$$

Además $\bar{\pi}\left(\dfrac{1}{1+k}\right) = 1$, es decir, el intervalo de definición de $\bar{\pi}$ es ahora $[0, 1/(1+k)]$. Se verifica fácilmente que $\bar{\pi}''(\hat{\pi}) = 0$.

El hecho de que ahora $\hat{\pi} < 1/2$ hace pensar que, debido al arrepentimiento, los gastos en la prima inducen una contracción del espacio de seguro.

Analicemos el caso de Ψ convexa ($\xi > 0$). Con la condición de forma [7], resultará $\bar{\pi}(\pi)$ convexa estricta para $\pi < \hat{\pi}$ y cóncava para $\pi > \hat{\pi}$, por lo que $\hat{\pi}$ es punto de inflexión de $\bar{\pi}(\pi)$.

La convexidad de $\bar{\pi}(\pi)$ implica que $\bar{\pi}(\pi) > \pi\ \forall \pi > \hat{\pi}$.

Para $\pi < \hat{\pi}$ pueden en general ocurrir ambas cosas: $\bar{\pi}(\pi) > \pi$ o bien $\bar{\pi}(\pi) < \pi$. No obstante, cuando la derivada $\bar{\pi}'_+(0) < 1$, (lo que se tiene si $\Psi'(0) = H(0) = 0$), hay un entorno en el que $\bar{\pi}(\pi) < \pi$ (ver Gráfico 7).

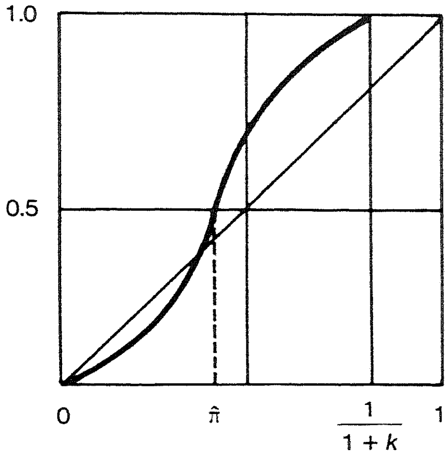

Gráfico 7

En tal caso, queda asegurada por convexidad y crecimiento estrictos, la existencia de un único $\pi^* = \bar{\pi}(\pi^*) < \pi^*$ a partir del cual el agente invierte el sentido de su decisión.

Para Ψ cóncava ($\xi > 0$), bajo condición de forma [7] para $0 < b < a$, $\bar{\pi}(\pi)$ es ahora convexa para $\hat{\pi} < \pi < 1/_{(1+k)}$ y cóncava para $\pi < \hat{\pi}$.

La concavidad de $\bar{\pi}(\pi)$ para $\pi < \hat{\pi}$ implica que $\bar{\pi}(\pi) > \pi$ en dicho intervalo. Como además $\bar{\pi}(1/2) > 1/2$, por crecimiento estricto se tendrá $\bar{\pi}(\pi) > \pi$ en el intervalo $[\hat{\pi}, 1/2]$ con lo que $\bar{\pi}(\pi) > \pi$ en $[0, 1/2]$. (Ver Gráfico 8).

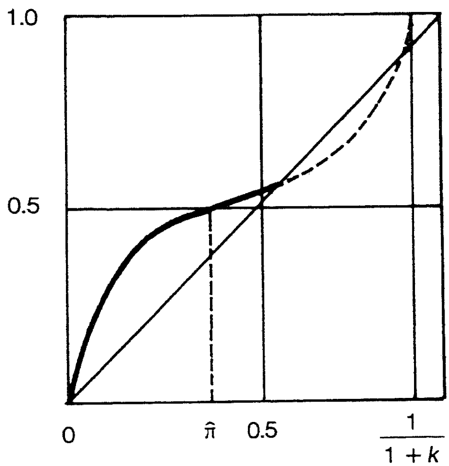

Gráfico 8

3.3. Gastos y prima máxima: Selección favorable

En el caso de agentes neutros al riesgo y prima con gastos que acabamos de considerar, se tiene que $\frac{d\hat{\pi}}{dk} < 0$.

Puesto que existe una probabilidad-frontera $\pi^* \in (0,\hat{\pi})$ (caso convexo) que invierte el sentido de la elección, dicha π^* decrecerá cuando aumente la carga de gastos incluidos en la prima, y se reducirá el espacio de seguro.

En estas condiciones, la máxima carga que el agente está dispuesto a aceptar para una probabilidad dada $\pi = \pi_a$ se obtendrá de: $\bar{\pi}(\pi_a, k_{\max}) = \pi_a$. (Gráfico 9).

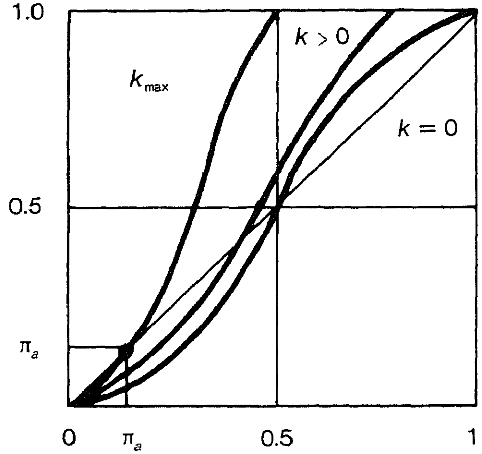

Gráfico 9

Así, la prima máxima que está dispuestò a pagar el agente, será: $\gamma_{\max} = \pi_a(1 + k_{\max})x$ aceptando todo contrato en el que la prima ofertada sea $\gamma_o < \gamma_{\max}$.

Si se considera un nuevo individuo de idênticas características al anterior, pero cuya probabilidad π_b de sufrir la pérdida x es mayor, $\pi_a < \pi_b$, este último, se mostrará indiferente para una carga máxima en la prima, inferior a la del individuo de menor riesgo: $\gamma_{\max} = \pi_a(1+k_a)x = \pi_b(1+k_b)x$, de manera que al ser $\pi_a < \pi_b \Rightarrow k_a > k_b$. Ello es natural si se piensa en el sentimiento de arrepentimiento, que para ambos agentes generaría el pago de la prima global en el supuesto de que no se produjese la pérdida.

Pensemos ahora que las compañías de seguros, desconociendo el nivel de riesgo particular de sus potenciales clientes, operan con una probabilidad media π_m, ofertando la cobertura plena a una prima $\gamma_o = \pi_m(1+k_o)x$. Teniendo en cuenta el resultado anterior, se daría un fenómeno de selección favorable: los agentes revelan sus características de riesgo cuando rechazan ciertas cargas en la prima. Así, las compañías, controlando k_0 tendrían posibilidad de diseñar contratos para segmentos de riesgo determinados.

Para el caso de Ψ cóncava, se tendría también selección favorable. En una situación como la reflejada en el Gráfico 10, el agente se asegura para probabilidades $\pi_1 < \pi < \pi_2$ cuando la prima es $\gamma = \pi(1+k)x$.

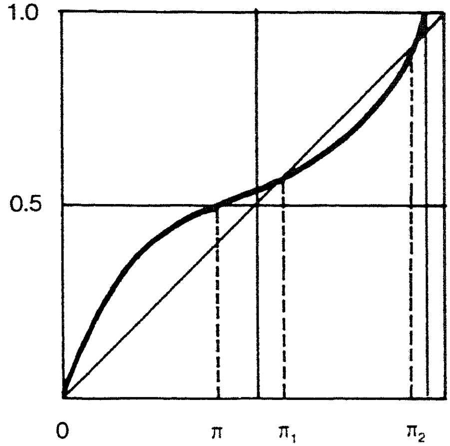

Gráfico 10

Controlando el valor de k se puede fijar la banda de riesgo de los agentes que aceptarán el contrato.

Recuérdese que dentro del esquema de la Teoría Clásica de la Utilidad Esperada, sólo cabe el fenómeno de selección adversa (al aumentar la prima, sólo contratan seguro los agentes de alto riesgo, ver por ejemplo Rothschild & Stiglitz (1976)).

Dentro del esquema de la Teoría del Arrepentimiento, puede existir la selección favorable, y ello explicaría el hecho de que el mercado de reaseguros no tenga de hecho un comportamiento de «bola de nieve» de un modo semejante al que describe Akerlof (Akerlof (1970)).

b) SUBCASO: AGENTE AVERSO AL RIESGO

La superposición de los efectos del arrepentimiento y la aversión al riesgo puede dar lugar tanto a expandir como a contraer el espacio de seguro y, con ello, que para determinadas cargas k en la prima los agentes se comporten como neutros.

Para este caso también resulta posible el tipo de selección favorable que hemos comentado más arriba.

4. Comentarios finales

La mayoría de las diferencias teorías alternativas a la Utilidad Esperada han sido propuestas, básicamente, con la idea de suavizar la axiomática de Von Neumann & Morgenstern para la elección en condiciones de riesgo, de manera que pudieran quedar explicadas y justificadas las paradojas de comportamiento observadas. Sin embargo, en la literatura, apenas se encuentran aplicaciones de estas teorías al análisis de problemas concretos, terreno en el que la Teoría Clásica continúa siendo el paradigma.

La Teoría del Arrepentimiento de Loomes y Sugden resulta particularmente adecuada, en su formulación, para analizar el comportamiento de un agente que se enfrente a la decisión de tomar o rechazar un determinado contrato de seguro. La versión expandida que se presenta en este trabajo permite obtener algunos resultados interesantes.

a) En primer lugar, admitiendo la neutralida frente al riesgo de las compañías de seguros, la Teoría del Arrepentimiento predice la posibilidad de los reaseguros, fenómeno que no resulta explicable con la Teoría Clásica. En este sentido, es interesante notar que el efecto del arrepentimiento explica la delegación, en el sentido de que incluso agentes neutros al riesgo están dispuestos a pagar una prima para transferir la responsabilidad de su futuro arrepentimiento de la compañía tomadora del seguro. En el contexto de la selección de activos arriesgados, el fenómeno de la delegación como una forma de protegerse contra el sentimiento de frustración futuro, aparece en el trabajo de Shefrin y Statman (1990).

b) A diferencia de lo que ocurre en la Teoría Clásica, donde sólo los agentes aversos al riesgo están dispuestos a pagar primas superiores a la pérdida esperada, en la Teoría del Arrepentimiento también los agentes neutros estarían dispuestos a aceptar contratos a prima con gastos.

c) El resultado de selección favorable, tiene interés en la medida que explica el hecho de que el mercado de seguros no se comporte, en la realidad, de modo que alto riesgo y elevadas primas se retroalimenten continuamente como consecuencia de la selección adversa. Si con ella convive la selección favorable predicha por la teoría, queda abierto un amplio margen de maniobra a la hora de ofertar contratos de seguros. En ambos casos de selección subyace, no obstante, el problema de la información disponible por las compañías sobre las características de riesgo de los clientes.

d) La expansión del espacio de seguro cuando se superponen el arrepentimiento y la aversión al riesgo que aparece en la sección 2.2 *b*) merece algunos comentarios: en primer lugar, un dominio de la aversión al riesgo sobre el arrepentimiento podría conducir a comportamientos análogos a los de los agentes Von Neumann & Morgenstern. En segundo lugar, el énfasis en la relatividad y la adopción de una estructura multiplicativa en la función de elección (Utilidad Expandida), permite especificar condiciones bajo las que el efecto arrepentimiento/regocijo dominaría a la aversión, lo que se manifiesta en la posible existencia de reversiones en la decisión. Además, se dispone de $\hat{\pi}$ como una medida del grado de aversión al riesgo.

Aunque la estructura multiplicativa de la función de elección asociada a la Utilidad Expandida se ha manejado en esta aplicación al problema del seguro bajo los supuestos particulares de la sección 2, resulta posible construir versiones más generales. La versión de la sección 2 se adoptó en función de que en el problema de la decisión de seguro pleno hay sólo dos estados del mundo y carecía de sentido que en su valoración resultasen indistinguibles.

Referencias

Akerlof, G. (1970): «The Market of Lemons: qualitative uncertainty and the price mechanism», *Quarterly Journal of Economics, nún. 84,* págs. 488-500.

Bell, D. E. (1982): «Regret in Decision Making under Uncertainty», *Operations Research,* vol. 30, *núm. 5,* págs. 961-981.

Epstein, L. (1990): «Behaviour under Risk: Recent Developments in Theory and Applications», Working Paper Series No. 9022. University of Toronto. Toronto, Ontario, Canadá.

Fishburn, P. C. (1982): «Nontransitive Measurable Utility», *Journal of Mathematical Psychology, núm. 26,* págs. 31-67.

Fishburn, P. C. (1988): *Nonlinear Preference and Utility Theory,* The John Hopkins University Press, Baltimore.

Fishburn, P. C. (1989): «Generalizations of Expected Utility Theories: A Survey of Recent Proposals», *Annals of Operations Research, núm. 19,* págs. 3-28.

Loomes, G. y Sugden, R. (1982): «Regret Theory: An Alternative Theory of Rational Choice under Uncertainty», *The Economic Journal, núm. 92,* págs. 805-824.

Loomes, G. y Sugden, R. (1983): «A Rationale for Preference Reversal», *The American Economic Review, 73, núm. 3,* págs. 428-432.

Loomes, G. y Sugden, R. (1987): «Some Implications of a more General Form of Regret Theory», *Journal of Economic Theory, núm. 41,* págs. 270-287.

Machina, M. (1987): «Choice under Uncertainty: Problems solved and Unsolved», *Economic Perspectives,* vol. I, *núm. 1,* págs. 121-154.

McKenna, C. J. (1985): *The Economics of Uncertainty,* Wheatsheaf Books, Brighton.

Rothschild, M. y Stiglitz, J. (1976): «Equilibrium in Competitive Insurance: An Essay on the Economics of Imperfect Information», *Quaterly Journal of Economics, núm. 90,* págs. 629-650.

Shefrin, H. y Statman, M. (1990): «Equilibrium Implications of Regret Theory. Applications to Pricing Regulation, Investment Advisors and Money Management», Mimeo, Santa Clara University.

Sugden, R. (1987): «New Developments in the Theory of Choice under Uncertainity», en *Surveys in the Economics of Uncertainty,* Hey, J. D. y Lambert, P. J. Eds., Blackwell, Oxford.

Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1954): *Theory of Games and Economic Behavior,* Priceton University Press.

Abstract

In this paper we apply a version of the Regret Theory (Loomes & Sugden) to the insurance problem. By means of this theory, we are able to explain the possibility of having insurance contracts among risk-neutral agents. Moreover, it is posible to face a «healthy selection» phenomenon, instead of an «adverse selection» one.

Recepción del original, febrero de 1991
Versión final, mayo de 1991