Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XV, n.º 1 (1991), págs. 3-34

# EXPECTATIVAS RACIONALES, COMPETENCIA PERFECTA Y COMPORTAMIENTO ESTRATEGICO EN LOS MERCADOS FINANCIEROS*

Jordi CABALLE

*Universitat Autònoma de Barcelona*

*Este artículo intenta dar una visión panorámica de la literatura reciente que aplica el concepto de equilibrio de expectativas racionales al proceso de formación de precios en los mercados financieros. Se estudian mercados con inversores competitivos y mercados con inversores que se comportan estratégicamente. Finalmente, se analizan modelos de precios* bid-ask *a la luz del paradigma de la competencia imperfecta y la selección adversa.*

## 1. Introducción

En este artículo intentamos sintetizar la literatura dedicada a aplicar el concepto de expectativas racionales al proceso de formación de precios en los mercados financieros. Más generalmente, podríamos decir que el presente trabajo examina la relación entre precios e información imperfecta en economías con incertidumbre.

La hipótesis de los mercados eficientes y el trabajo empírico que ha engendrado (ver, por ejemplo, Fama (1970)) representó el primer intento de analizar esa relación. La pregunta básica que se intentaba responder era: ¿reflejan los precios toda la información disponible, pública y privada, o sólo un subconjunto de dicha información? Este enfoque suponía típicamente que las creencias de los inversores eran homogéneas o al menos exógenas (véase Samuelson (1973) o el tradicional modelo CAPM —«Capital Asset Pricing Model»— de Sharpe (1964), Mossin (1966) y Lintner (1969)). En estos primeros modelos estaba ausente además cualquier explicitación de las variables informacionales.

Posteriormente, los investigadores empezaron a modelar el mercado con más detalle, analizando explícitamente el comportamiento maximizador de los agentes individuales como consecuencia de las preferencias, oportunidades y la información de la que disponen. Así se supone que frente a la incertidumbre los agentes maximizan su utilidad esperada y forman expectativas racionalmente, es decir, los inversores forman expectativas correctas basándose en toda la información de que disponen, incluidos los precios de los activos financieros. Dichos precios de equilibrio al depender de las demandas de los

* El autor agradece la ayuda financiera de la DGICYT, programa PB89-0075.

agentes, los cuales dependen a su vez de la información privada, reflejan toda o parte de dicha información privada. Este es el concepto de expectativas racionales introducido originariamente por Lucas (1972) y Green (1973), y aplicado a los mercados financieros por Grossman (1976) y Grossman y Stiglitz (1976) entre otros. Así pues, el requisito de los modelos con expectativas racionales, según el cual las expectativas deben ser confirmadas por los hechos, se constituye en una condición que se ha de satisfacer juntamente con las dos condiciones clásicas del equilibrio competitivo: que los agentes optimicen y que los mercados estén en equilibrio

Varios artículos (Allen (1981), Kihlstrom y Mirman (1975), Radner (1979)) establecen condiciones bajo las cuales los precios revelan toda la información privada. Sin embargo, Grossman y Stiglitz (1980) identificaron una conocida paradoja según la cual los precios no pueden revelar completamente la información privada ya que, si así lo hicieran, se eliminarían los incentivos para adquirir información. No obstante, si se introduce algún tipo de «ruido» en la economía, se pueden construir ejemplos de equilibrios en los que los precios contienen información sin eliminar los incentivos para adquirir información costosa. Así surgen los modelos de expectativas racionales con ruido en los que los precios sólo revelan parte de la información privada a los agentes no informados.

Los modelos anteriores adolecían aún del defecto de no hacer explícito el proceso de formación de precios. En la década de los ochenta se ha puesto especial énfasis en la descripción de la microestructura de los mercados financieros así como de las relaciones estratégicas entre los inversores y los especialistas o creadores de mercado que seleccionan los precios de los activos financieros. Este énfasis, unido al desarrollo de la teoría de juegos aplicada al área de la organización industrial, permite que autores como Kyle (1984, 1985) y Kihlstrom y Postlewaite (1983) estudien la forma extensiva del juego generado por una determinada microestructura del mercado financiero. Así pues, podemos constatar que una de las áreas que más interés suscita actualmente dentro de la economía financiera es el estudio de las relaciones estratégicas entre los participantes en los mercados financieros a la luz de la teoría de juegos.

Este nuevo enfoque ha permitido dar una nueva perspectiva a los modelos tradicionales sobre los precios de compra (*bid*) y venta (*ask*) de los activos, los cuales estaban basados en costes de inventario. Por contra, el enfoque moderno (Glosten y Milgrom (1985)) se basa en el problema de la selección adversa provocada por la asimetría en la información poseída por especialistas y agentes informados o *«insiders»*.

El presente artículo cubrirá con más detalle, dada su novedad, esta última tendencia de la economía financiera que podríamos denominar de *expectativas racionales con competencia imperfecta*. Sin embargo, daremos una rápida visión de los primeros modelos de expectativas racionales con competencia perfecta generados a partir de la segunda mitad de la década de los setenta.

Dado que uno de los objetivos principales del presente artículo es mostrar como se pueden construir distintos ejemplos de equilibrios, ya sea con competencia perfecta (con o sin ruido) o con competencia imperfecta (con o sin restricciones en las cantidades intercambiadas), no omitiremos las demostraciones de los teoremas que caracterizan los distintos equilibrios analizados. Sin embargo, a fin de facilitar la lectura omitiremos los pasos de las demostraciones que conlleven simplemente una álgebra tediosa.

Nuestra presentación se basará en los ejemplos tradicionales de la literatura que ilustran los distintos conceptos de equilibrio. Trabajaremos, pues, con funciones de utilidad con aversión absoluta al riesgo constante para el caso perfectamente competitivo, con neutralidad frente al riesgo para el caso con competencia imperfecta y con distribuciones normales o binarias para las variables aleatorias que aparezcan en los distintos modelos. Las consecuencias de relajar los anteriores supuestos serán brevemente comentadas.

La estructura del artículo es la siguiente. En la Sección 2 presentamos un modelo sencillo de expectativas racionales con competencia perfecta que nos servirá como punto de partida. En la Sección 3 se presentará la ya mencionada paradoja de Grossman y Stiglitz, así como la aportación de Hellwig (1980) sobre la necesidad de trabajar con una economía grande para justificar así el comportamiento competitivo. En esta misma sección se introducirá el concepto de equilibrio de expectativas racionales con ruido para una economía grande. En la Sección 4 se presentan extensiones del anterior modelo competitivo. La Sección 5 introduce un modelo de expectativas racionales con competencia imperfecta. La Sección 6 presenta extensiones del modelo de competencia imperfecta, principalmente las basadas en el modelo en el que los inversores utilizan las cantidades de activo que quieren intercambiar (órdenes de mercado o *«market orders»)* como variable estratégica. La Sección 7 utiliza el paradigma de la competencia imperfecta para analizar los determinantes de los precios *«bid»* y *«ask»*. La Sección 8 concluye el artículo.

## 2. Expectativas racionales, competencia perfecta y precios que agregan completamente la información privada

En esta sección presentaremos un modelo de formación de precios para un activo financiero en el que los inversores actúan competitivamente, es decir, los inversores van a considerar los precios como parámetros que no pueden ser cambiados mediante acciones individuales. El modelo que a continuación presentamos está basado en Grossman (1976), Grossman y Stiglitz (1976) y Grossman (1977).

Consideremos el mercado de un activo financiero que tiene un rendimiento aleatorio $\tilde{v}$ con una distribución normal con media $\bar{v}$ y varianza $\sigma_v^2$. Podemos interpretar dicho activo financiero como un futuro sobre un bien cuyo precio en el momento del vencimiento es $\tilde{v}$. O, alternativamente, podemos suponer que el activo financiero no es más que una acción de una empresa cuyo valor de liquidación por acción es $\tilde{v}$.

Supongamos que en el mercado hay $N$ inversores que poseen información acerca del rendimiento esperado de dicho activo financiero. Cada agente recibe una señal privada sobre la realización de la variable aleatoria $\tilde{v}$. Esta señal tiene la forma $\tilde{s}_n = \tilde{v} + \tilde{\varepsilon}_n$ $(n = 1, ..., N)$. El ruido de la señal $\tilde{\varepsilon}_n$ también tiene una distribución normal con media igual a cero y varianza $\sigma^2_\varepsilon$ para todo $n$. Las variables $\tilde{\varepsilon}_1, \tilde{\varepsilon}_2, ..., \tilde{\varepsilon}_N$, y $\tilde{v}$ son mutuamente independientes. Las preferencias de cada inversor vienen representadas por la función de utilidad con aversión absoluta al riesgo constante

$$U_n(\tilde{R}_n) = -e^{-\rho\tilde{R}_n}, \qquad n = 1, ..., N, \qquad \rho > 0, \tag{1}$$

donde $\tilde{R}_n$ es la riqueza final (aleatoria) de un individuo y $\rho$ es el coeficiente de aversión absoluta al riesgo común para todos los individuos.

La sucesión de acontecimientos en el modelo es la siguiente. Cada inversor tiene una cantidad inicial de dinero $M_n$ con la que puede comprar un activo con riesgo al precio $p$. La riqueza del individuo, una vez que el rendimiento del activo se ha realizado, será

$$\tilde{R}_n = (M_n - px_n) + \tilde{v}x_n = M_n + (\tilde{v} - p)\, x_n. \tag{2}$$

Cuando un agente realiza su selección de cartera observa $s_n$ y $p$. Así pues, cada agente maximiza

$$E(U_n(\tilde{R}_n)|s_n, p) = -E(e^{-\rho\tilde{R}_n}|s_n, p). \tag{3}$$

Dado que $\tilde{R}_n$ es una transformación lineal de $\tilde{v}$, $\tilde{R}_n$ también tendrá una distribución normal. Por lo tanto, [3] puede calcularse a partir de la función generatriz de momentos de la variable aleatoria $\tilde{R}_n$. Así tenemos que

$$-E(e^{-\rho\tilde{R}_n}|s_n, p) = -\exp\left\{-\rho E(\tilde{R}_n|s_n, p) + \frac{\rho^2}{2}\operatorname{Var}(\tilde{R}_n|s_n, p)\right\} \tag{4}$$

Con lo cual, el objetivo del inversor es maximizar

$$E(\tilde{R}_n|s_n, p) - \frac{\rho}{2}\operatorname{Var}(\tilde{R}_n|s_n, p) \tag{5}$$

A partir de [2], tenemos que

$$E(\tilde{R}_n|s_n, p) = M_n + [E(\tilde{v}|s_n, p) - p]\, x_n \tag{6}$$

y

$$\operatorname{Var}(\tilde{R}_n|s_n, p) = x_n^2 \operatorname{Var}(\tilde{v}|s_n, p) \tag{7}$$

Sustituyendo [6] y [7] en [5] y maximizando respecto a $x_n$, obtenemos la cantidad óptima demandada del activo financiero, que es igual a

$$x_n(s_n, p) = \frac{E(\tilde{v}|s_n, p) - p}{\rho \operatorname{Var}(\tilde{v}|s_n, p)} \tag{8}$$

Supongamos que la oferta total del activo financiero es igual a $\bar{z}$. Por lo tanto, el precio de equilibrio del activo debe satisfacer

$$\sum_{n=1}^{N} x_n (s_n, p) = \bar{z}. \qquad [9]$$

Resulta obvio que el precio de equilibrio $p$ es una función del vector de señales $s = (s_1, s_2, ..., s_N)$. Así, podemos escribir $p = p(s)$. El precio de equilibrio es una variable aleatoria, ya que es una función de variables aleatorias. A efectos de notación, señalemos que $p(s)$ es el precio de equilibrio como una función del vector de señales, $\tilde{p}$ es el precio de equilibrio como una variable aleatoria, definida por $\tilde{p} = p(\tilde{s})$, y $p$ es una realización de dicha variable aleatoria [1]. Podemos ahora introducir la siguiente definición:

*Definición 2.1:* Un precio de equilibrio con expectativas racionales es una función $p(s)$ tal que satisface, para todo $s \in R^N$,

$$\sum_{n=1}^{N} x_n (s_n, p(s)) = \bar{z}. \qquad [10]$$

La anterior definición consta de tres elementos. Primero, las demandas de los inversores son las óptimas dados los precios y la información a la que se enfrentan. Segundo, el precio es el de equilibrio del mercado. Tercero, el precio de equilibrio, al ser función de las señales privadas, es usado por cada agente para inferir el rendimiento esperado y el riesgo del activo, de acuerdo con la función de demanda [8].

El concepto de expectativas racionales presupone que cada agente conoce la distribución conjunta de las variables aleatorias $\tilde{v}$, $\tilde{s}_n$ y $\tilde{p}$. Hellwig (1980) sugiere que podemos interpretar dicho concepto de equilibrio como un problema de punto fijo en el espacio de funciones que relacionan señales con precios. Dada cualquier función $p$: $R^N \rightarrow R$, supongamos inicialmente que los agentes actúan de acuerdo con la hipótesis que $\tilde{p} = p(\tilde{s})$. Entonces, la demanda del agente $n$ dependerá del precio $p$, de la señal $s_n$ y de la función $p(\cdot)$, ya que ésta determina la distribución conjunta de ($\tilde{v}$, $\tilde{s}_n$ y $\tilde{p}$) que, a su vez, permite a cada inversor calcular $E(\tilde{v}|s_n, p)$ y $\mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, p)$. Así pues, el precio de equilibrio dependerá de la función $p(\cdot)$ y del vector $s$ (ver [8] y [9]). A la función $p(\cdot)$ le podemos asociar una función $Fp$: $R^N \rightarrow R$ tal que $Fp(s)$ es el precio de equilibrio para una realización del vector de variables aleatorias $\tilde{s}$, dado que los agentes basan sus expectativas en la hipótesis que $\tilde{p} = p(\tilde{s})$. De esta manera, las expectativas son racionales si la función $p(\cdot)$ es un punto fijo de la función $Fp(\cdot)$, es decir, si $p(s) = Fp(s)$ para todo $s \in R^N$.

[1] Esta misma convención se aplicará a todas las otras funciones de variables aleatorias del artículo.

El siguiente teorema caracteriza un equilibrio con expectativas racionales:

*Teorema 2.1.:* Si la función $p(s)$ satisface

$$p(s) = \alpha_0 + \beta_0 \bar{s}, \qquad [11]$$

donde

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^{N} s_n,}{N}, \qquad [12]$$

$$\alpha_0 = \frac{\bar{v} - \frac{\bar{z}\rho\sigma_v^2}{N}}{1 + \frac{N\sigma_v^2}{\sigma_\varepsilon^2}}, \qquad [13]$$

$$\beta_0 = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{N\sigma_v^2}}. \qquad [14]$$

entonces $p(s)$ es un precio de equilibrio con expectativas racionales.

*Demostración:* Primero conjeturemos que $p(s)$ tiene la forma funcional dada en [11]. Vemos que $p(s)$ depende del vector $s$ sólo a través de la media muestral $\bar{s}$. Así, cuando un agente observa el precio de equilibrio $p$, de hecho observa $\bar{s} = \dfrac{p - \alpha_0}{\beta_0}$. La media muestral $\bar{s}$ (que es una variable aleatoria) es un estadístico suficiente para la función de densidad condicional $f_n(s_n, \bar{s}|v)$ y, por lo tanto, la función de densidad condicional $h(v|s_n, \bar{s})$ es independiente de $s_n$. Esto implica que:

$$E(\tilde{v}|s_n, p) = E(\tilde{v}|s_n, \bar{s}) = E(\tilde{v}|\bar{s}). \qquad [15]$$

y

$$\mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, p) = \mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, \bar{s}) = \mathrm{Var}(\tilde{v}|\bar{s}). \qquad [16]$$

Utilizando el teorema de la proyección aplicado a variables aleatorias con distribución normal (Degroot (1970), pág. 55), tenemos que

$$E(\tilde{v}|s_n, p) = E(\tilde{v}|\bar{s}) = \frac{1}{\sigma_v^2 + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{N}} \left( \frac{\sigma_\varepsilon^2\, \bar{v}}{N} + \sigma_v^2 \bar{s} \right), \qquad [17]$$

$$\mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, p) = \mathrm{Var}(\tilde{v}|\bar{s}) = \frac{\sigma_v^2\, \sigma_\varepsilon^2}{N\sigma_v^2\, \sigma_\varepsilon^2}. \qquad [18]$$

La condición de equilibrio [10] es nuestro caso,

$$\sum_{n=1}^{N} \left\{ \frac{E(\tilde{v}|s_n, p(s)) - p(s)}{\rho\, \mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, p(s))} \right\} = \bar{z}. \qquad [19]$$

Utilizando [15] y [16] y despejando $p(s)$ en [19], obtenemos

$$p(s) = E(\tilde{v}|\bar{s}) - \frac{\bar{z}\rho \operatorname{Var}(\tilde{v}|\bar{s})}{N} \qquad [20]$$

Sustituyamos [17] y [18] en [20] y reemplacemos $p(s)$ por la conjetura lineal dada en [11]. Igualando coeficientes y simplificando obtenemos las expresiones dadas en [13] y [14]. Q.E.D.

Vemos claramente que el precio de equilibrio agrega óptimamente toda la información privada ya que observar dicho precio es informacionalmente equivalente a observar la media muestral, la cual es un estadístico suficiente de toda la información existente en el mercado.

## 3. Expectativas racionales con ruido para una economía grande

El anterior concepto de equilibrio ha sido criticado en dos frentes. En primer lugar, Hellwig (1980) hizo notar que el comportamiento de los agentes en el modelo anterior es un poco «esquizofrénico». Cada agente formula demandas óptimas utilizando expectativas que usan la relación entre señales y precios. Cuando el número de inversores es finito, éstos saben que las acciones individuales tienen un efecto que no es negligible sobre los precios. Sin embargo, los inversores no tratan de manipular los precios ni el contenido informacional de los mismos, sino que, por el contrario, son precio-aceptantes. La solución a este problema sugerida por Hellwig consiste en suponer un gran número de agentes en el mercado, con lo que, al tener cada agente medida cero respecto a la masa total de inversores, las acciones individuales no afectarán el precio de equilibrio. De este modo, el comportamiento competitivo por parte de los inversores queda plenamente justificado.

Por otra parte, Beja (1977) y, principalmente, Grossman y Stiglitz (1980) hicieron hincapié en que un supuesto crucial del modelo anterior, a la hora de obtener un equilibrio de expectativas racionales, es el del carácter gratuito de la información privada. Supongamos por el contrario que en un mercado con $N$ agentes la información tuviera un coste de adquisicion y que $N_I$ agentes compraran dicha información. Supondremos además que dicha información es común para todos los agentes, es decir, $\tilde{s}_n = \tilde{s}$ para todo $n = 1, ..., N_I$ [2]. Los $N - N_I$ agentes que no pagan por la información sólo pueden condicionar sus demandas a los precios de equilibrio, mientras que los $N_I$ agentes informados pueden condicionar sus demandas a su información privada y a los precios. Dada la simetría de todos los agentes, podemos escribir la condición de equilibrio como

$$N_I x^I(s, p) + (N - N_I)x^U(p) = \bar{z} \qquad [21]$$

donde $x^I(\cdot,\cdot)$ y $x^U(\cdot)$ son las funciones de demanda de los agentes informados y desinformados respectivamente. Utilizando el mismo razonamiento que en la

[2] El mismo argumento se podría aplicar si la información privada fuese diversa.

demostración del teorema 2.1, se puede demostrar que existe un precio de equilibrio con expectativas racionales con la siguiente forma funcional:

$$p = \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_0 s. \qquad [22]$$

Así pues, cuando un agente no informado observa $p$ de hecho está observando $s$ y, consiguientemente, la demanda de un agente no informado será exactamente la misma que la de un agente que ha pagado por la información. Por tanto, no es óptimo pagar por la información ya que el beneficio esperado de un agente desinformado es mayor que el de un agente informado, pues aquél se ha ahorrado el coste de la información. Así llegamos a la paradoja consistente en que si ningún agente debiera estar informado, entonces los precios de equilibrio no podrían nunca incorporar la señal $s$. Vemos así que la existencia de precios que reflejan toda la información privada es incompatible con la adquisición costosa de información.

Hemos de señalar además que en el modelo de la sección anterior las señales individuales son en cierta manera inútiles. Los inversores utilizan sólo el precio de equilibrio para formular sus demandas óptimas, ya que dicho precio de equilibrio es un estadístico suficiente de toda la información disponible en el mercado. Por lo tanto, no resulta claro por qué los precios reflejan la información privada si los agentes de hecho no la usan.

Para solucionar estos problemas, Grossman y Stiglitz sugirieron la introducción de «ruido» en forma de una oferta estocástica del activo financiero. De esta manera los precios dejan de ser una función de la información privada exclusivamente y pasan a depender también de la realización de la oferta del activo. En este caso, los agentes que no pagan por la información sólo observan el precio de equilibrio, pero dicho precio ya no es un estimador suficiente de toda la información privada, y así las expectativas de los inversores informados no son las mismas que las de los desinformados. Se puede demostrar que los beneficios esperados de los agentes informados decrecen a medida que $N_I$ aumenta y, por lo tanto, es posible obtener un equilibrio en el que una fracción del mercado paga por la información y la otra no. El número de inversores que compran la información es, en equilibrio, aquél para el cual el beneficio esperado de los inversores informados (una vez hemos sustraído el coste de la información) iguala al de los desinformados.

Combinando las sugerencias de Hellwig y Grossman y Stiglitz, es posible construir un modelo con un gran número de agentes y con «ruido», tal como hacen Diamond y Verrecchia (1981) y el propio Hellwig (1980). Diamond y Verrecchia suponen que cada agente tiene una dotación inicial del activo que es aleatoria. Sin embargo, dado el gran número de agentes en la economía, esta dotación inicial privada no permite que los inversores infieran cuál es la oferta agregada del activo. Nosotros, por el contrario, seguiremos la estructura propuesta por Hellwig y Admati (1985).

Supongamos pues que hay un continuo de agentes distribuido en el intervalo [0,1], con las preferencias dadas en [1]. Cada agente observa una señal $s_{it}$

acerca de $\tilde{v}$ con los mismos supuestos distribucionales que en la Sección 2. La oferta agregada del activo $\tilde{z}$ es aleatoria y distribuida normalmente con media cero y varianza $\sigma_z^2$. La variable $\tilde{z}$ es independiente respecto a $\varepsilon_n$ ($n = 1, ..., N$) y $\tilde{v}$.

Supondremos que la ley fuerte de los grandes números rige para un continuo de variables aleatorias, lo que en nuestro caso implica que:

$$\int \tilde{s}_n \, dn = \int (\tilde{v} + \tilde{\varepsilon}_n) dn = \tilde{v} + \int \tilde{\varepsilon}_n dn = \tilde{v},$$

donde la integral está tomada sobre el intervalo unitario y la última igualdad se obtiene a partir de la independencia de los ruidos que hace que $\int \tilde{s}_n \, dn = 0$[3]. En esta nueva situación podemos introducir la siguiente definición:

*Definición 3.1.:* Un equilibrio de expectativas racionales con ruido para una economía grande (con un continuo de agentes) es una función $p(\tilde{v}, \tilde{z})$ tal que

$$\int x_n(\tilde{s}_n, p(\tilde{v}, \tilde{z}))\, dn = \tilde{z}, \text{ con probabilidad } 1.$$

Ahora cuando un agente observe $p$ no observará directamente $\tilde{v}$, ya que $\tilde{p}$ no es $v$-medible sino $(\tilde{v}, \tilde{z})$-medible. Esto implica que su señal $\tilde{s}_n$ tiene valor a la hora de predecir $\tilde{v}$ y, por tanto, las funciones de demanda dependerán inequívocamente de las señales individuales. Así pues, los precios de equilibrio agregan parte de la información privada pero no son un estadístico suficiente de toda la información disponible en la economía.

Con los supuestos anteriores podemos demostrar el siguiente resultado que caracteriza un equilibrio de expectativas racionales con ruido para una economía grande en la que todos los agentes están informados.

*Teorema 3.2.:* Sea la economía grande descrita anteriormente. Si la función $p(\tilde{v}, \tilde{z})$ satisface con probabilidad 1,

$$p(\tilde{v}, \tilde{z}) = \alpha_1 + \beta_1 \tilde{v} - \gamma_1 \tilde{z}, \qquad [23]$$

donde

$$\alpha_1 = \frac{\bar{v}\sigma_z^2}{\sigma_z^2 + \dfrac{\sigma_v^2\sigma_z^2}{\sigma_\varepsilon^2} + \dfrac{\sigma_v^2}{\rho^2\sigma_\varepsilon^4}}, \qquad [24]$$

$$\beta_1 = \frac{\dfrac{\sigma_v^2\sigma_z^2}{\sigma_\varepsilon^2} + \dfrac{\sigma_v^2}{\rho^2\sigma_\varepsilon^4}}{\sigma_z^2 + \dfrac{\sigma_v^2\sigma_z^2}{\sigma_\varepsilon^2} + \dfrac{\sigma_v^2}{\rho^2\sigma_\varepsilon^4}}, \qquad [25]$$

[3] Las igualdades en las que intervienen integrales de variables aleatorias se supondrán que rigen con probabilidad 1.

$$\gamma_1 = \frac{\rho\sigma_v^2\sigma_z^2 + \dfrac{\sigma_v^2}{\rho\sigma_\varepsilon^2}}{\sigma_z^2 + \dfrac{\sigma_v^2\sigma_z^2}{\sigma_\varepsilon^2} + \dfrac{\sigma_v^2}{\rho^2\sigma_\varepsilon^4}}, \qquad [26]$$

entonces $p(\tilde{v}, \tilde{z})$ es una función de precios de equilibrio de expectativas racionales con ruido.

*Demostración:* Con la función de precios del tipo lineal dada en [23], el vector $(\tilde{v}, \tilde{s}_n, \tilde{p}, \tilde{z})$ está normalmente distribuido con media $(\bar{v}, \bar{v}, \alpha_1 + \beta_1 \bar{v}, 0)$ y una matriz de varianzas y covarianzas:

$$\begin{bmatrix} \sigma_v^2 & \sigma_v^2 & \beta_1\sigma_v^2 & 0 \\ \sigma_v^2 & \sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \beta_1\sigma_v^2 & 0 \\ \beta_1\sigma_v^2 & \beta_1\sigma_v^2 & \beta_1^2\sigma_v^2 + \gamma_1^2\sigma_z^2 & \gamma_1\sigma_z^2 \\ 0 & 0 & \gamma_1\sigma_z^2 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \qquad [27]$$

A partir de aquí, y utilizando Degroot (1970, pág. 55), podemos calcular $E(\tilde{v}|s_n, p)$ y $\mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, p)$. Utilizando luego la expresión [8], tenemos calculadas las demandas óptimas de los inversores.

Por la teoría de las variables aleatorias normales sabemos que $\mathrm{Var}(\tilde{v}|s_n, p)$ es independiente respecto al par de variables aleatorias $(\tilde{s}_n, \tilde{p})$ y $E(\tilde{v}|s_n, p)$ es una función lineal de $\tilde{s}_n$ y $\tilde{p}$ . Por lo tanto, las demandas $x_n(\tilde{s}_n, \tilde{p})$ son funciones lineales respecto a $\tilde{s}_n$, y $\tilde{p}$. Asimismo, $\int x_n(\tilde{s}_n, \tilde{p})dn$ será una función lineal de $\tilde{p}$ y $\tilde{v}$ (utilizando la ley fuerte de los grandes números para un continuo de variables aleatorias).

Definimos $Y(\tilde{p}, \tilde{v}) = \int x_n(\tilde{s}_n, \tilde{p})dn$. Como en equilibrio $Y(\tilde{p}, \tilde{v}) = \tilde{z}$ con probabilidad 1, despejamos $p$ y obtenemos el precio de equilibrio como una función lineal de $\tilde{v}$ y $\tilde{z}$. Con lo cual, usando la conjectura [23] e igualando coeficientes, obtenemos un sistema no lineal con incógnitas $\alpha_1$, $\beta_1$ y $\gamma_1$, cuya única solución está en el enunciado del teorema. Q.E.D.

## 4. Extensiones del modelo competitivo de expectativas con ruido

Con el anterior concepto de equilibrio se pueden realizar distintas extensiones y aplicaciones. Así, Admati (1985) caracteriza el equilibrio en un modelo en el que los agentes eligen una cartera óptima formada por varios activos con distintos riesgos y rendimientos esperados. Admati encuentra ejemplos en los que el precio de equilibrio de un activo es una función decreciente de su rendimiento. Esto es debido a que, al usar los inversores señales correlacionadas, los efectos indirectos pueden dominar los efectos directos. El posible carácter complementario o sustitutivo de las señales en un entorno correlacionado es estudiado con más detalle en Admati y Pfleiderer (1987).

Usando el equilibrio del teorema 3.1 podemos calcular la utilidad esperada ex-ante de los agentes informados, $E(-e^{-\rho \tilde{R}_n})$, que es igual a

$$-\left[\frac{\frac{1}{\sigma_v^2}}{\left(\alpha_1^2 + \frac{\gamma_1^2 \sigma_z^2}{\sigma_v^2}\right)\left(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \left[\frac{\beta_1^2}{\gamma_1^2 \sigma_z^2}\right]\right)}\right]^{\frac{1}{2}} e^{-\rho M_n}. \qquad [28]$$

A partir de aquí, se pueden hacer también varios experimentos. Por ejemplo, Verrecchia (1982a) plantea un modelo en dos etapas en el que los inversores pueden elegir la varianza del ruido de las señales antes de participar en el mercado financiero. Sea $c(\sigma_\varepsilon^2)$ la función de costes de la información, la cual es una función decreciente y estrictamente convexa respecto a $\sigma_\varepsilon^2$. Así pues, el nivel de información privada de los inversores será ahora endógeno. Verrecchia demuestra que el nivel de precisión (la inversa de la varianza) que un agente comprará es una función decreciente de su nivel de aversión al riesgo. Un agente con poca aversión al riesgo mantendrá una proporción de activos con rendimiento aleatorio en su cartera mayor que la de un agente con mucha aversión al riesgo, por lo que aquél comprará más información para así proteger su cartera. A partir de este resultado, Verrecchia demuestra que el contenido informacional de los precios, definido como $[\mathrm{Var}(\tilde{v}|\tilde{p})]^{-1}$, es una función decreciente de la aversión al riesgo, ya que los agentes con alta aversión al riesgo comprarán señales con poca precisión y así menos información es susceptible de incorporarse a los precios.

Allen (1987b), Diamond (1985), Lundholm (1988) y Verrecchia (1982b) introducen en el previo modelo una señal pública que es observada por todos los agentes. El artículo de Allen supone que la información privada es común a todos los agentes, tal como suponían Grossman y Stiglitz (1980). Diamond (1985) supone que la información privada es diversa, tal como hemos supuesto en la sección anterior. Ambos autores admiten la posibilidad de agentes no informados que condicionen su demanda a los precios exclusivamente. Sin embargo, los efectos sobre el bienestar de los inversores al aumentar la precisión de la información pública son contradictorios en los dos modelos. En el modelo de Allen, cuando aumenta la precisión de la información pública se reduce el bienestar de todos los inversores, ya que se reproduce el resultado de Hirshleifer (1971) sobre la reducción de las oportunidades para compartir riesgos. Por el contrario, al haber información privada diversa en el modelo de Diamond, cuando aumenta la información pública se puede producir una mejora de las oportunidades para compartir riesgos, ya que se reduce la magnitud de las posiciones especulativas divergentes tomadas por los inversores.

Por su parte, Verrecchia (1982b) demuestra que un aumento en la precisión de la información pública reduce los incentivos para adquirir información privada. Sin embargo, el grado de información general que un inversor posee aumenta, pues el impacto positivo de la nueva información pública supera la reducción en la información privada.

Lundholm (1988) introduce en el anterior modelo una señal pública con errores correlacionados con los de las señales privadas. Este autor demuestra que existen varios equilibrios lineales, así como que las ya mencionadas relaciones contraintuitivas de Admati (1985) se pueden reproducir en este caso.

Por último, otra extensión del modelo consiste en estudiar mercados de información en los que un monopolista vende información a inversores que competirán en el mercado financiero, utilizando la información que previamente han adquirido. Admati y Pfleiderer (1986) demuestran que el vendedor de información prefiere vender señales con ruidos independientes o *personalizadas,* ya que así se maximiza el excedente que dicho monopolista puede extraer.

En el mismo contexto, Allen (1990) analiza el problema de la fiabilidad en la información. Este autor diseña un mecanismo que dé incentivos a los vendedores de información para comunicar correctamente la señal que reciben a los potenciales compradores.

## 5. Expectativas racionales y competencia imperfecta

En esta sección modificaremos el supuesto del comportamiento precio-aceptante por parte de los inversores. Nuestra exposición seguirá la de Kyle (1989) y Jackson (1988), cuyos trabajos se basan en Grossman (1981) y Wilson (1979) respectivamente. Tal como dijimos, Hellwig (1980) señaló que en un mercado con un número finito de agentes éstos tienen incentivos para manipular el proceso de formación de precios, ya que conocen la relación entre precios y demandas individuales. Cada agente tiene cierto poder de mercado y con sus acciones puede afectar el precio de equilibrio. En el modelo que ahora presentamos los agentes van a tener en cuenta este efecto sobre los precios cuando seleccionan sus demandas óptimas del activo. Este modelo con competencia imperfecta parece especialmente indicado para el estudio de mercados *estrechos* (con pocos agentes), mercados con inversores con mucho poder de mercado, o mercados con creadores de mercado que infieren parte de la información privada a partir de las demandas observadas.

En el presente modelo supondremos exactamente los mismos supuestos que en la Sección 2, pero con dos excepciones por parte del comportamiento de los agentes. En primer lugar, los inversores informados se comportarán estratégicamente y, dado este comportamiento estratégico, es conveniente desplazar el énfasis de la función de precios de equilibrio a las estrategias usadas por los agentes.

En segundo lugar, supondremos que en el mercado, además de los $N$ inversores informados, hay $T$ agentes con restricciones de liquidez. Estos agentes compran o venden cantidades del activo financiero en base a restricciones de liquidez o motivaciones de ciclo vital, que en todo caso no tienen ninguna relación con el rendimiento del activo. Supondremos que la demanda neta de acciones ($\tilde{z}_t$) por parte del agente con restricciones de liquidez $t$ tiene una distribución normal. Sin pérdida de generalidad, supondremos que $\tilde{z}_t$ tiene media igual a cero y varianza igual a $\sigma^2$ para $t = 1, ..., T$, y $\mathrm{Cov}(\tilde{z}_m, \tilde{z}_k) = 0$ para $m \neq k$. La demanda total neta de acciones por parte de estos agentes $\left(\tilde{z} = \sum_{t=1}^{T} z_t\right)$ tiene pues una distribución normal con media cero y varianza $\sigma_{\tilde{z}}^2 = T\sigma^2$. Estos agentes con restricciones de liquidez introducen así el mismo tipo de ruido que hemos visto en el modelo de la Sección 3. Sin pérdida de generalidad, normalizaremos la oferta neta del activo a cero.

Analicemos ahora este modelo desde el punto de vista de la teoría de juegos. Para ello, tenemos que especificar la siguiente forma extensiva del juego. En primer lugar cada agente informado, después de recibir su información, selecciona una función de demanda que especifica para cada precio el número de acciones que desea comprar. Sea $X_n$ la estrategia del agente informado $n$, la cual es una función del conjunto de señales al conjunto de funciones que relacionan precios con cantidades. Por lo tanto, $X_n(\cdot; \tilde{s}_n)$ es una variable aleatoria que toma valores en el conjunto de funciones definidas en $R$ y que toman valores en $R$. Así, $X(\cdot; s_n)$ es una función de demanda particular correspondiente al valor de la señal $s_n$. Alternativamente, podemos definir la función $x_n(\cdot, \cdot)$, definida en $R^2$ y que toma valores en $R$ como $x_n(\tilde{p}, \tilde{s}_n) = X_n(\tilde{p}; \tilde{s}_n)$, la cual nos da la cantidad de activo demandada por cada agente, dada una particular combinación de la señal privada $\tilde{s}_n$ y del precio $\tilde{p}$. $x_n$ denota la realización de la variable aleatoria $\tilde{x}_n = x_n(\tilde{p}, \tilde{s}_n)$. Para simplificar, restringiremos el conjunto de funciones de demanda admisibles a las de forma funcional afín.

La función de demanda agregada neta incluirá también las demandas estocásticas formuladas por los agentes con restricciones de liquidez. Por lo tanto, la función de demanda agregada neta será

$$D(\cdot) = \sum_{n=1}^{N} X_n(\cdot; \tilde{s}_n) + \tilde{z}. \qquad [29]$$

Dado el carácter lineal de las funciones $X_n$, $D(\cdot)$ también será una función lineal. Podemos definir el precio de equilibrio $\tilde{p}$ como aquél que satisface

$$D(\tilde{p}) = 0 \qquad [30]$$

El precio de equilibrio $\tilde{p}$ es una variable aleatoria que, como en la Sección 3, es $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, ..., \tilde{s}_N, \tilde{z})$-medible. Asimismo, $\tilde{p}$ es una función de todas las estrategias utilizadas por los agentes, y así podemos escribir

$$\tilde{p} = p(X_1, ..., X_N; \tilde{z}, \tilde{s}) \qquad [31]$$

donde $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, ..., \tilde{s}_N)$.

La riqueza final del agente informado $n$ es

$$R_n(X_1, ..., X_N; \tilde{z}, \tilde{s}) = \left(\tilde{v} - p(X_1, ..., X_N; \tilde{z}, \tilde{s})\right) \cdot X_n(p; s_n) \qquad [32]$$

Tenemos ahora todos los elementos para definir un equilibrio de expectativas racionales con competencia imperfecta.

*Definición 5.1.:* Un equilibrio de expectativas racionales con competencia imperfecta es un vector de estrategias $X = (X_1, X_2, ..., X_N)$ tal que, para todo $n = 1, ..., N$ y para todo $X'_n$,

$$E\left\{U_n\left(\tilde{v} - p(X_1, ..., X_n, ..., X_N; \tilde{z}, \tilde{s})\right) \cdot X_n(p; s_n) | s_n\right\} \geq$$

$$E\left\{U_n\left(\tilde{v} - p(X_1, ..., X'_n, ..., X_N; \tilde{z}, \tilde{s})\right) \cdot X'_n(p; s_n) | s_n\right\} \qquad [33]$$

Por lo tanto, el concepto de equilibrio que utilizamos soluciona el problema de la «esquizofrenia» de una manera distinta a como lo hace el propio Hellwig (1980). Aquí tenemos un número finito de agentes que se dan cuenta de que pueden afectar los precios de equilibrio y por lo tanto actúan estratégicamente. Aplicando el equilibrio bayesiano de Nash a un juego en el que el conjunto de funciones de demanda es el espacio de acciones, obtenemos un concepto de equilibrio que recoge todas las interacciones estratégicas entre los agentes y el proceso de formación de precios. Vemos además que este modelo de competencia basado en funciones de demanda da un poco más de sentido al modelo de expectativas racionales descrito en la Sección 2. Había en esa descripción un problema de circularidad pues las demandas de un inversor dependían del precio de equilibrio y este precio dependía simultáneamente de esa demanda. Esta circularidad desaparece en el juego de funciones de demanda que acabamos de describir al estar la sucesión de acontecimientos perfectamente estructurada.

A fin de ilustrar la diferencia entre el concepto de expectativas racionales con competencia imperfecta respecto a su homólogo con competencia perfecta damos a continuación una definición de este último, utilizando las estrategias de los agentes como elemento clave de la definición.

*Definición 5.2.:* Un equilibrio de expectativas racionales con competencia perfecta es un vector de estrategias $X = (X_1, ..., X_2, ..., X_N)$ tal que, para todo $n = 1, ..., N$ y para todo $X'_n$,

$$E\left\{U_n\left(\tilde{v} - p(X_1, ..., X_n, ..., X_N; \tilde{z}, \tilde{s})\right) \cdot X_n(p; s_n) | s_n\right\} \geq$$

$$E\left\{U_n\left(\tilde{v} - p(X_1, ..., X_n, ..., X_N)\right) \cdot X'_n(p; s_n) | s_n\right\} \qquad [34]$$

La única diferencia entre [33] y [34] consiste en que $p(X_1, ..., X'_n, ..., X_N)$ en el lado derecho de [33] es sustituido por $p(X_1, ..., X_n, ..., X_N)$ en el lado derecho de [34]. Es decir, en el modelo de competencia perfecta cada inversor, cuando considera estrategias alternativas, ignora su efecto sobre los precios. La conjetura de que el precio de equilibrio no es afectado por la estrategia elegida por cada inversor es ciertamente esquizofrénica.

Vamos a construir a continuación un equilibrio de expectativas racionales con competencia imperfecta. A fin de simplificar el análisis supondremos que los agentes no tienen aversión al riesgo, tal como hacen Admati y Pfleiderer (1988a) y Kyle (1984, 1985). Obtendremos así una solución explícita del equilibrio en un caso en el que éste no existe bajo competencia perfecta. A partir de la expresión [8] es obvio que si el coeficiente de aversión absoluta al riesgo $\rho$ es igual a cero, las demandas no están genéricamente acotadas y, por lo tanto, no existe genéricamente un equilibrio competitivo [4].

Por el contrario, a pesar de la falta de aversión al riesgo, podemos obtener un equilibrio con competencia imperfecta. Al tener en cuenta su influencia sobre los precios y para atenuar la cantidad de información revelada a los otros agentes, los inversores reducen la intensidad de la reacción frente a su información privada con lo que las demandas están acotadas. Esa revelación de información haría subir (bajar) los precios cuando los agentes reciben buenas (malas) noticias y esto eliminaría parte de los beneficios que los inversores obtendrían si los precios no reaccionaran ante las acciones individuales.

Señalemos finalmente que el supuesto de la no aversión al riesgo complementa el de competencia imperfecta, ya que los participantes en mercados estrechos son normalmente inversores informados (*«insiders»*) que disponen de una elevada riqueza o bien fondos de inversión, ambos con una elevada tolerancia al riesgo.

Ya hemos dicho que restringimos el espacio de estrategias a las puramente afines, es decir,

$$X_n : R \to L(R, R)$$
$$s_n \mapsto A_n(s_n) + C_n(s_n) \cdot p$$

donde $L(R, R)$ es el conjunto de funciones afines de $R$ a $R$. Además, supondremos $A_n(s_n) = \delta_n + \kappa_n s_n$ y $C_n(s_n) = \mu_n$ para todo $s_n \in R$, por lo que las funciones $x_n(s_n, p)$, $n = 1, \ldots, N$, son afines en $s_n$ y $p$. Por último, restringiremos nuestro análisis a equilibrios simétricos, es decir, $\delta_n = \delta_0$, $\kappa_n = \kappa_0$ y $\mu_n = \mu_0$ para $n = 1, \ldots, N$.

Con todos estos supuestos podemos demostrar el siguiente teorema:

*Teorema 5.3.:* Si el número de agentes informados es mayor que 2, existe un único equilibrio simétrico y lineal de expectativas racionales y competencia imperfecta. Este equilibrio viene dado por

$$x_n = x(s_n, p) = \delta_0 + \kappa_0 s_n - \mu_0 p, \qquad [35]$$

donde,

$$\delta_0 = \frac{2\bar{v}}{N^2 \sigma_v^2} \left[ \frac{N(N-2)\sigma_z^2 \sigma_\varepsilon^2}{N-1} \right]^{\frac{1}{2}}, \qquad [36]$$

[4] Las demandas pueden estar acotadas para todos los agentes cuando $E(\tilde{v} | s_n, p) = p$ para todo $n$, lo cual sucederá con probabilidad cero.

$$\kappa_0 = \left(\frac{(N-2)\sigma_z^2}{N(N-1)\sigma_\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad [37]$$

$$\mu_0 = \frac{\frac{2}{\sigma_v^2} + \frac{N}{\sigma_\varepsilon^2}}{N^2}\left(\frac{N(N-2)\,\sigma_z^2\sigma_\varepsilon^2}{N-1}\right). \qquad [38]$$

*Demostración:* La condición de equilibrio,

$$\sum_{n=1}^{N} x_n(p, s_n) + z = 0 \qquad \text{para todo } (z, s_1, ..., s_N) \in R^{N+1}, \qquad [39]$$

de acuerdo con la conjeturada linealidad, se convierte en

$$N\delta_0 + \kappa_0 \sum_{n=1}^{N} s_n - N\mu_0 p + z = 0\,, \qquad [40]$$

por lo que el precio de equilibrio para cada realización de $(\tilde{z}, \tilde{s}_1, ..., \tilde{s}_N)$ es

$$p = \frac{N\delta_0 + \kappa_0 \sum_{n=1}^{N} s_n + z}{N\mu_0}. \qquad [41]$$

Cada agente informado considera las estrategias de los otros como dadas y, por lo tanto, se enfrenta a la siguiente oferta residual:

$$p = \frac{(N-1)\delta_0 + \kappa_0 \sum_{j \neq n} s_j + z}{(N-1)\,\mu_0} + \frac{x_n}{(N-1)\,\mu_0}. \qquad [42]$$

Así pues, los inversores estratégicos y neutrales frente al riesgo solucionan el siguiente problema de maximización:

$$\max_{x_n \in R} E((\tilde{v} - \tilde{p})\, x_n | s_n, p) =$$

$$\max_{x_n \in R} E\left(\left(\tilde{v} - \frac{(N-1)\delta_0 + \kappa_0 \sum_{j \neq n} \tilde{s}_j + \tilde{z}}{(N-1)\,\mu_0} + \frac{x_n}{(N-1)\,\mu_0}\right) x_n \,\middle|\, s_n, p\right). \qquad [43]$$

La condición de primer orden para este problema es

$$E(\tilde{v}|s_n, p) - \frac{2}{(N-1)\,\mu_0} x_n - E\left(\frac{(N-1)\delta_0 + \kappa_0 \sum_{j \neq n} \tilde{s}_j + \tilde{z}}{(N-1)\,\mu_0} \,\middle|\, s_n, p\right) = 0. \qquad [44]$$

Sustituyendo [42] en [44] obtenemos

$$E(\tilde{v}|s_n, p) - \frac{x_n}{(N-1)\mu_0} - p = 0\,, \qquad [45]$$

y por lo tanto,

$$x_n = (N-1)\,\mu_0\,[E(\tilde{v}|s_n, p)] \qquad [46]$$

La condición suficiente de segundo orden para el problema de maximización es

$$-\frac{2}{(N-1)\mu_0} < 0, \qquad [47]$$

es decir, $\mu_0$ debe ser positivo.

A partir de [41] sabemos que el vector de variables aleatorias $(\tilde{v}, \tilde{s}_n, \tilde{p}, z)$ está distribuido normalmente con media $\left(\bar{v},\ \bar{v},\ \frac{N\delta_0 + N\kappa_0\,\bar{v}}{N\mu_0},\ 0\right)$ y una matriz de varianzas y covarianzas.

$$\begin{bmatrix} \sigma_v^2 & \sigma_v^2 & \frac{\kappa_0}{\mu_0}\sigma_v^2 & 0 \\ \sigma_v^2 & \sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \frac{\kappa_0}{N\mu_0}(N\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2) & 0 \\ \frac{\kappa_0}{\mu_0}\sigma_v^2 & \frac{\kappa_0}{N\mu_0}(N\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2) & \frac{\kappa_0^2}{N\mu_0}(N\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2) & \frac{\sigma_z^2}{N\mu_0} \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_z^2}{N\mu_0} & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \qquad [48]$$

Podemos ahora calcular $E(\tilde{v}|s_n, p)$ y sustituir dicha esperanza en [46], con lo que, utilizando la conjetura lineal [35] e igualando coeficientes, obtenemos un sistema de ecuaciones no lineal con incógnitas $\delta_0$, $\kappa_0$ y $\mu_0$. La única solución de dicho sistema que satisface la condición de segundo orden, $\mu > 0$, es la que se da en el enunciado del teorema siempre y cuando $N > 2$. Q.E.D.

La anterior demostración tiene como elemento clave el que cada inversor se enfrenta con la función de oferta residual [42]. Dicha expresión refleja claramente la influencia de las demandas individuales sobre los precios de equilibrio. Este efecto sobre los precios está ausente cuando maximizamos la expresión [5] en el modelo de expectativas racionales con competencia perfecta.

La condición $N > 2$ es similar a la condición para la existencia de equilibrio en el modelo de competencia oligopolística de Cournot. Allí, no hay equilibrio cuando la demanda es infinitamente inelástica. En nuestro caso, los agentes con restricciones de liquidez tienen una demanda infinitamente inelástica y tener más de dos agentes informados es suficiente para que estos últimos tengan demandas acotadas. Si hubiera menos de dos agentes informados, éstos gozarían de un poder de monopolio excesivo.

Podemos definir la profundidad del mercado $\Lambda_0$ como el número de acciones que es necesario comprar o vender para cambiar el precio de equilibrio en una unidad. La ecuación [41] nos dice claramente que la profundidad del mercado es $N\mu$, es decir,

$$\Lambda_0 = \left(\frac{2}{N\sigma_v^2} + \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2}\right)\left(\frac{N(N-2)\,\sigma_z^2\sigma_\varepsilon^2}{N-1}\right)^{\frac{1}{2}}. \qquad [49]$$

Claramente $\Lambda_0$ es decreciente respecto a $\sigma_v^2$ y creciente respecto a $\sigma_z^2$. Cuando la varianza del rendimiento $\sigma_v^2$ es baja, no existe mucho riesgo asociado al activo y, por tanto, el precio de equilibrio no puede diferir mucho de su valor esperado, con lo cual el precio será poco sensible a la demanda agregada. Si la varianza de la demanda aleatoria $\sigma_z^2$ es alta, hay mucho ruido en el mercado y, por lo tanto, la demanda agregada será poco informativa, con lo cual el precio de equilibrio no puede depender mucho de dicha demanda agregada.

Resulta obvio que los agentes con restricciones de liquidez prefieren realizar transacciones en mercados profundos en los que el precio sea relativamente insensible a la demanda agregada. Cuando un inversor con restricciones de liquidez tenga que vender acciones, querrá obtener el precio más alto posible por su oferta. Si el precio fuera muy sensible a la demanda, esa oferta de acciones haría bajar los precios, con lo que los ingresos de dicho inversor serían menores que en un mercado con precios insensibles a la demanda. El argumento es simétrico para el caso en que un inversor se vea forzado a comprar acciones.

El argumento anterior nos sugiere que los beneficios esperados de los agentes con restricciones de liquidez son crecientes respecto a la profundidad del mercado. Lo contrario aplicaría para los agentes informados, dado que estamos ante un juego de suma cero. De hecho, se puede demostrar que los beneficios esperados de los agentes informados, antes de la realización de la variable aleatoria $\tilde{z}$, son

$$E(R_n) = \frac{\sigma_z^2}{N\Lambda_0}, \qquad [50]$$

y para un agente con restricciones de liquidez son

$$E(R_l) = -\frac{\sigma^2}{\Lambda_0}, \qquad [51]$$

por lo que, efectivamente, los beneficios esperados de los agentes informados son positivos y decrecientes respecto a la profundidad del mercado y lo contrario aplica para los inversores con restricciones de liquidez.

Kyle (1989) extiende el anterior modelo introduciendo aversión al riesgo, así como agentes que no poseen información privada pero que se comportan estratégicamente. Su análisis permite una comparación con el modelo con competencia perfecta. El resultado principal es que si calculamos $\tau = [\mathrm{Var}(\tilde{v}|\tilde{p})]^{-1}$ como una medida del contenido informacional de los precios, entonces $\tau$ es menor bajo competencia imperfecta que bajo competencia perfecta. La intuición detrás de este resultado es obvia: como los inversores informados se enfrentan a una curva de oferta residual, restringen las cantidades que compran o venden como reacción a la información que reciben y, así, los precios deberán incorporar menos información privada.

## 6. Extensiones del modelo con competencia imperfecta

En la anterior sección hemos considerado al conjunto de funciones de demanda (órdenes límite o *«limit orders»*) como el espacio de las acciones que los inversores pueden utilizar. Por el contrario, Kyle (1984) presenta un importante modelo en el que las acciones son simplemente cantidades (órdenes de mercado o *«market orders»*). Es decir, los inversores informados envían al mercado una orden de compra o venta de ejecución inmediata que no está condicionada al precio al que la transacción se efectúa.

En este nuevo modelo hay creadores de mercado o especialistas *(«market makers»)* neutrales frente al riesgo, que no están informados y que observan las demandas conjuntas de los agentes informados y de los inversores con restricciones de liquidez. La demanda agregada neta $\tilde{w}$ será ahora la siguiente cantidad:

$$\tilde{w} = \sum_{n=1}^{N} x_n(\tilde{s}_n) + \tilde{z}. \qquad [52]$$

Los especialistas seleccionan el precio del activo después de observar $\tilde{w}$. Supondremos que todos los especialistas observan la demanda agregada neta y que compiten entre sí. Así pues, el precio seleccionado tiene que satisfacer

$$\tilde{p} = p(\tilde{w}) = E(\tilde{v}|\tilde{w}). \qquad [53]$$

La razón para la anterior regla de precios es la misma que obliga a los oligopolistas a obtener beneficios iguales a cero en el modelo de competencia oligopolística basada en precios (modelo de Bertrand). Si algún especialista ofreciera un precio inferior al establecido por la anterior regla, obtendría unos beneficios esperados negativos. Esto último nunca podría ser un equilibrio para el juego entre especialistas, pues el desviarse al precio dado por la regla [53] permite obtener unos beneficios esperados iguales a cero. Por contra, si todos los especialistas fijasen un precio más alto que el de la regla [53], habría incentivos para desviarse de esta situación, ya que cada especialista querría reducir su precio para absorber toda la demanda. Esta guerra de precios finalizaría cuando el precio sea tal que los beneficios esperados se igualen a cero. La regla de precios [53] nos da pues el único equilibrio en el juego de precios entre especialistas.

Por lo tanto, la definición de equilibrio en el modelo con órdenes de mercado es la misma que dimos en la definición 5.1, reemplazando las estrategias que toman valores en el espacio de funciones de demanda por estrategias que toman valores en el conjunto de números reales (cantidades o órdenes de mercado). Además, la regla de formación de precios deja de ser la de equilibrio del mercado [30], para pasar a ser la regla dada en [53].

Si restringimos la regla de precios a ser afín y a las estrategias de los inversores informados a ser simétricas, es decir, $X_n(s_n) = X(s_n)$, para todo $n = 1, \ldots, N$, entonces podemos demostrar el siguiente teorema, cuya demostración omitimos por ser similar a la del Teorema 5.1 (véase Admati y Pfleiderer (1988a)):

*Teorema 6.1:* Existe un único equilibrio simétrico y lineal con órdenes de mercado en el que la regla de precios es, para todo $w \in R$,

$$p(w) = \bar{v} + \lambda_1 w \qquad [54]$$

y las estrategias de los inversores informados son, para todo $s_n \in R$,

$$X(s_n) = \kappa_1 (s_n - \bar{v}) \qquad n = 1, \ldots, N, \qquad [55]$$

donde

$$\lambda_1 = \frac{1}{2\left(\dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_v^2}\right) + N + 1} \left[\frac{\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_z^2}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad [56]$$

y

$$\kappa_1 = \left[\frac{\sigma_z^2}{N(\sigma_v^2 + \sigma_\varepsilon^2)}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad [57]$$

La regla de precios de equilibrio es igual al rendimiento esperado incondicional más un término que recoge la información contenida en la demanda total. Las demandas de los inversores dependen de la desviación de sus señales privadas respecto al rendimiento esperado incondicional.

Claramente, la profundidad del mercado es $\Lambda_1 = \dfrac{1}{\lambda_1}$, que otra vez es una función decreciente respecto a $\sigma_v^2$ y creciente respecto al ruido del mercado $\sigma_z^2$. Los beneficios esperados de los agentes informados y desinformados son análogos a los dados en [50] y [51], pero sustituyendo $\Lambda_0$ por $\Lambda_1$.

Resulta así claro, tanto en los modelos con órdenes de mercado como en los basados en órdenes límite, que una legislación que obligue a una política de revelación de información por parte de las empresas acerca del rendimiento esperado de sus activos financieros implica, de hecho, una reducción de la varianza $\sigma_v^2$ y un aumento de la profundidad del mercado. Este aumento en la precisión de la información pública conlleva, en definitiva, una transferencia de beneficios esperados de los agentes con información privilegiada a los agentes con restricciones de liquidez. Este parece ser el objetivo de las *«disclosure laws»* contenidas en la Securities Exchange Act de Estados Unidos, pues al obligar a una política de cierta transparencia informativa a las empresas se está protegiendo a los inversores que no gozan de información privilegiada y que utilizan los mercados financieros simplemente como lugares donde se pueden efectuar transferencias intertemporales de riqueza.

Varios autores han extendido el modelo con órdenes de mercado situándolo en un contexto dinámico. Así, Admati y Pfleiderer (1988a) estudian un mercado con varias rondas de intercambio, en el que en cada período llega nueva información y a la cual tienen acceso con un período de anticipación los agentes informados. Estos autores permiten que un subgrupo de los agentes con restricciones de liquidez elijan libremente en qué período van a comprar o vender. El resultado, de acuerdo con nuestro análisis, es que estos agentes prefieren realizar las transacciones en el período en el que el mercado es más profundo, ya que es entonces cuando el mercado proporciona más camuflaje a las acciones individuales. Esto podría explicar la observación empírica sobre la concentración de las transacciones en pocos minutos durante la jornada bursátil (ver Wood, McInish y Ord (1985)).

Kyle (1985) estudia el comportamiento de un monopolista informado en un modelo con órdenes de mercado en el que hay también varias rondas de intercambio y en el que el monopolista está perfectamente informado al principio de la jornada. Este monopolista elegirá órdenes de compra o venta que dosifiquen óptimamente la información que es revelada al creador de mercado a lo largo de la sesión.

Otro análisis aplicado a un mercado con varias rondas de intercambio podemos encontrarlo en Vives (1990), el cual estudia un juego no atómico (ver Schmeidler (1973)) con un continuo de inversores imperfectamente informados y con aversión al riesgo. Estos inversores eligen los demandas óptimas en cada período y van revelando así información al creador de mercado acerca del rendimiento del activo. Vives demuestra que la velocidad de convergencia del precio hacia el rendimiento del activo es una función decreciente del grado de aversión al riesgo de los agentes informados. Esto es debido a que cuanto mayor es la aversión al riesgo de los agentes, éstos menos reaccionan a su información privada.

El problema de la aversión al riesgo en el modelo con órdenes de mercado es también el objeto de un interesante artículo de Subrahmanyam (1989) en el que se analiza un juego estático con un número finito de inversores (en contraste con el juego no atómico de Vives) y con aversión al riesgo. Dicho autor encuentra que la relación entre aversión al riesgo y profundidad del mercado es generalmente ambigua.

Otra extensión del modelo con órdenes de mercado consiste en analizar un mercado con varios activos financieros, tal como hizo Admati (1985) para mercados perfectamente competitivos. Caballé y Krishnan (1989) estudian esta extensión y caracterizan las condiciones bajo las cuales las propiedades contraintuitivas del equilibrio encontradas en el artículo de Admati nunca pueden darse en un modelo con competencia imperfecta. Este entorno correlacionado permite analizar de forma natural la estrategia de financiación del directivo de una empresa que poseerá información privilegiada sobre varios proyectos de inversión relacionados. Este directivo (*insider*) ha de decidir, antes de recibir la información, si emitir un activo para cada proyecto o bien un solo activo cuyo rendimiento será el de la suma de rendimientos de los diferentes proyectos de inversión. La estrategia óptima de financiación dependerá del grado de correlación entre las distintas variables aleatorias del modelo.

Por su parte, DeLong, Shleifer, Summers y Waldman (1989) estudian en el marco del modelo de Kyle el impacto sobre la volatilidad de los precios provocado por la existencia de inversores *irracionales* que utilizan la regla de comprar cuando los precios suben y vender cuando los precios bajan.

Otra modificación del modelo consiste en relajar el supuesto de linealidad ya que, con esta restricción sobre las estrategias, se está obligando a los agentes informados a revelar demasiada información. Resulta lógico pensar que quizá los agentes prefieran ocultar parte de su información utilizando funciones de demanda no lineales o no inyectivas. Battacharya y Spiegel (1989) acotan la región en la que una estrategia no lineal debe encontrarse. Asimismo, Laffont y Maskin (1990) aplican la idea de los juegos de señalización (ver Spence (1974)) para estudiar en qué casos un agente informado prefiere revelar completamente su información o ocultarla a los agentes no informados. Por último, Gale y Hellwig (1987) utilizan el refinamiento de estabilidad del equilibrio de un juego (ver Kohlberg y Mertens (1986)) a fin de hallar un equilibrio en un mercado financiero con un continuo de agentes estratégicos que no están restringidos a usar estrategias lineales.

Otra línea de investigación reciente ha consistido en subsumir el modelo con órdenes de mercado en un juego más grande. Así, por ejemplo, Fishman y Hagerty (1988a) estudian el problema de la adquisición de información previa a la participación en el mercado financiero. Los mismos autores (Fishman y Hagerty (1988b)) analizan el problema de la revelación de información pública por parte de la empresa cuando el objetivo es maximizar los beneficios de los actuales accionistas y el mercado financiero funciona à la Kyle. En el mismo contexto, Bhattacharya y Krishnan (1989) estudian el carácter verificable o no de los informes hechos públicos por la dirección de una empresa. Admati y Pfleiderer (1988b) analizan un mercado monopolista de información previo a la competencia imperfecta en el mercado financiero, tal como ya hicieron los mismos autores para el modelo competitivo (Admati y Pfleiderer (1986)). Caballé (1989) estudia los incentivos que tienen los inversores para compartir su información privada antes de competir en el mercado financiero. Finalmente, Kyle y Vila (1986) subsumen el modelo básico de competencia imperfecta en el contexto de las decisiones sobre adquisiciones hostiles de empresas *(«takeovers»)*.

Por último, debemos mencionar los dos modelos alternativos de competencia imperfecta que podemos encontrar en Gould y Verrecchia (1985) y Sarkar (1989). Gould y Verrecchia (1985) proponen una forma extensiva del juego con una ordenación de los acontecimientos distinta a la del modelo de Kyle. En primer lugar, un creador de mercado monopolista (que puede tener acceso a información privada) selecciona un precio al que las transacciones se efectúan. Después de observar dicho precio, los inversores eligen la cantidad óptima del activo que quieren comprar o vender, la cual será obviamente una función del precio que observan y de la información privada de los inversores. Hagamos notar que los inversores han de tener aversión al riesgo en este modelo, ya que, al ser los precios parámetros fijos cuando los inversores eligen sus demandas, la neutralidad frente al riesgo conllevaría demandas genéricamente no acotadas. Gould y Verrecchia estudian básicamente la selección óptima del precio por parte del creador de mercado a fin de minimizar la información revelada a los inversores a través de dicho precio.

Sarkar (1988) propone un elegante modelo en el que la competencia del tipo Cournot implícita en el modelo de Kyle es reemplazada por la competencia del tipo Stackelberg. Tenemos pues un agente informado (el líder) que elige la cantidad que desea comprar o vender y luego otro agente (el seguidor) que, después de observar perfecta o imperfectamente la acción del líder, selecciona su demanda óptima. Los creadores de mercado observan sólo la demanda conjunta de los inversores. En dicho modelo, el líder restringe la intensidad de su reacción frente a la información privada para no revelar demasiada información al seguidor. Podemos encontrarnos así con los resultados sobre las desventajas asociadas al hecho de ser líder, anteriormente analizadas por Gal-Or (1987).

## 7. Modelos «*bid-ask*» basados en la información asimétrica y el comportamiento estratégico

Los modelos «*bid-ask*» intentan explicar cuáles son los determinantes de la diferencia entre los precios de compra *(bid)* y los precios de venta *(ask)* anunciados por los creadores de mercado y a los que éstos se comprometen a efectuar las transacciones. La existencia de precios de compra y venta distintos es una característica institucional de casi todos los mercados financieros con creadores de mercado. En toda esta literatura se supone que el número de unidades del activo que pueden comprarse o venderse en cada período es fijo y, sin pérdida de generalidad, nosotros supondremos que es igual a una unidad. La justificación de esta restricción reside en los costes de transacción o bien en requerimientos institucionales. Si relajásemos este supuesto, volveríamos a tener exactamente el modelo de Kyle con órdenes de mercado en el que el creador de mercado usa una regla de precios que asigna un precio a cada cantidad demandada, sin que ésta esté restringida a tomar sólo dos valores $\{+1, -1\}$.

Los modelos «*bid-ask*» más tradicionales, tales como los de Ho y Stoll (1981), Garman (1976), O'Hara y Oldfield (1986) y Amihud y Mendelson (1980), se basaban en los costes de inventario. La idea era que un especialista, cuando posee una cantidad del activo financiero, soporta cierto riesgo y esto justificaría que el precio de compra sea más bajo que el de venta, ya que cuando el especialista compra va a soportar un riesgo del que se libera cuando vende. Así pues, si un especialista se encuentra con un stock elevado de acciones anunciará unos precios de venta y de compra bajos para así facilitar la reducción de su stock. Lo contrario sucederá cuando el especialista se encuentre con un stock bajo del activo.

En un contexto dinámico, la anterior explicación tiene cierta relevancia empírica. Si se ha producido en un período dado una compra por parte del especialista (al precio *bid*), entonces éste querrá reducir su posición de riesgo en el período siguiente, por lo que reducirá los precios de venta y de compra. Así, es probable que en el período siguiente se efectúe una venta al precio *ask*, el cual será posiblemente aún mayor que el precio *bid* del período anterior. Se obtiene así el conocido fenómeno de la autocorrelación negativa en las series temporales de precios de los activos financieros. Sin embargo, la evidencia empírica a favor de dicha autocorrelación negativa (Stoll, 1989) no es concluyente, ya que otros estudios empíricos la encuentran muy débil (Ho y Macris (1984)) o bien la encuentran incluso positiva (Amihud y Mendelson (1987)).

Digamos, por último, que la aversión al riesgo del especialista influye en la diferencia entre el precio *ask* y el precio *bid*, conocida como horquilla o *«spread»*. Cuanta más aversión al riesgo tiene el especialista, mayor es la horquilla, ya que con precios *ask* (de venta) altos y precios *bid* (de compra) bajos se minimizan las variaciones en la posición de riesgo del especialista.

Un enfoque distinto para determinar los precios *bid* y *ask*, así como la horquilla, se basa en la existencia de información asimétrica entre el creador de mercado y los inversores, lo que da lugar al problema de la selección adversa, tal como precursoramente sugirió Bagehot (1971). Glosten y Milgrom (1985) proponen un interesante modelo en esta línea, cuya versión simplificada exponemos a continuación.

Supongamos que los especialistas no tienen aversión al riesgo y que obtienen un beneficio esperado igual a cero debido a la competencia a la Bertrand, tal como explicamos en la sección anterior. Los especialistas tienen que anunciar un precio *bid* (al que comprarán) y un precio *ask* (al que venderán) y deben respetar los precios anunciados cuando un inversor así se lo pida. Como ya dijimos, el tamaño de las transacciones se limita a una unidad.[5]

En el mercado hay dos tipos de inversores: los informados y los desinformados. Los agentes informados constituyen una fracción $a$ de la población total de inversores. Dichos agentes informados tienen acceso a información perfecta (aunque esto no es necesario y podríamos suponer información imperfecta). Los inversores viven sólo dos períodos y en el segundo no pueden

[5] Easley y O'Hara (1987) permiten órdenes de dos tamaños para así estudiar el comportamiento de los especialistas ante demandas u ofertas de gran tamaño *(«block trades»)*.

participar en el mercado financiero. Es en el segundo período cuando se hace público y efectivo el rendimiento del activo. Las preferencias de los agentes informados vienen representadas por la función de utilidad

$$U(c_1, c_2) = c_1 + c_2, \tag{58}$$

donde $c_i$ representa el consumo de cada agente en el período $i$. Por lo tanto, un agente informado comprará una unidad del activo si su rendimiento es mayor que el precio *ask* y lo contrario sucederá si el rendimiento es menor que el precio *bid*.

Las preferencias de los agentes no informados están representadas por la función de utilidad

$$U(c_1, c_2) = c_1 + \phi\, c_2, \tag{59}$$

El parámetro $\phi$ toma el valor cero para la mitad de los agentes no informados. Por tanto, estos agentes venderán siempre una unidad de activo cuando son jóvenes. Para la otra mitad de los agentes no informados $\phi$ es igual a infinito, por lo que estos agentes siempre venderán una unidad.

El activo financiero tiene un rendimiento $\tilde{v}$ cuya distribución es de Bernouilli con valores $\{1, 0\}$ y con probabilidades $\{s, 1 - s\}$.

La naturaleza elige a un inversor de la población y lo coloca delante de la ventanilla del especialista. Los especialistas observan una demanda $\tilde{x}$ que toma los valores $\{+1, -1\}$, pero no conocen la identidad de los inversores. Los precios son anunciados antes de que las demandas sean observadas, por lo que el especialista elije precios $p(\tilde{x})$ que sean contingentes a cada realización de la demanda. El precio $A = p(\tilde{x} = 1)$ será el precio *ask* y el precio $B = p(\tilde{x} = -1)$ será el precio *bid*.

Los precios *bid* y *ask*, debido a la condición de beneficios esperados iguales a cero, vendrán dados por la siguiente fórmula:

$$p(\tilde{x}) = E(\tilde{v}|\tilde{x}) = \text{Prob}(1|\tilde{x}) \cdot 1 + \text{Prob}(0|\tilde{x}) \cdot 0 = \text{Prob}(1|\tilde{x}) \tag{60}$$

donde $\text{Prob}(y|z)$ denota la probabilidad del suceso y condicional al suceso z. Con lo cual, $A = \text{Prob}(1|\tilde{x} = 1)$ y $B = \text{Prob}(1|\tilde{x} = -1)$. Utilizando el teorema de Bayes y suponiendo que un agente informado siempre compra cuando $\tilde{v} = 1$ y siempre vende cuando $\tilde{v} = 0$, podemos calcular los siguientes precios:

$$A = \frac{sa + \frac{1}{2}(1 - a)}{sa + \frac{1}{2}s(1 - a) + \frac{1}{2}(1 - s)(1 - a)} \tag{61}$$

$$B = \frac{\frac{1}{2}s\,(1 - a)}{\frac{1}{2}s\,(1 - a) + (1 - s)a + \frac{1}{2}(1 - s)(1 - a)} \tag{62}$$

Podemos extender ahora el modelo permitiendo varias rondas de intercambio. En cada período entrarán nuevos agentes informados y desinformados que se enfrentarán a los mismos especialistas. Los rendimientos que obtendrán los inversores serán ahora los precios vigentes en su segundo período de vida. Cada especialista en el momento $t$ conoce una historia $h_{t-1}$ definida como un vector de todas las transacciones pasadas. Así pues, los precios *ask* y *bid* en el período $t$ serán

$$A_t = \text{Prob}(1|\tilde{h}_{t-1} = h_{t-1}, \tilde{x}_t = 1), \qquad [63]$$

$$B_t = \text{Prob}(1|\tilde{h}_{t-1} = h_{t-1}, \tilde{x}_t = -1). \qquad [64]$$

donde $\tilde{h}_{t-1} = (\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, ..., \tilde{x}_{t-1})$.

Aplicando otra vez la regla de Bayes es fácil demostrar que

$$0 < B_t < E(\tilde{v}) = s < A_t < 1, \text{ para todo t.} \qquad [65]$$

con lo que el comportamiento de los agentes informados postulado para aplicar la regla de Bayes es ciertamente óptimo. Estos inversores siempre pueden comprar a un precio menor que uno cuando $\tilde{v} = 1$ y pueden vender a un precio mayor que cero cuando $\tilde{v} = 0$.

El precio $p_t$, al que se efectúa la transacción en el período , depende de la historia $h_t$ (que incluye la demanda del período $t$). Así, resulta obvio que

$$E(p_{t+1} | p_t) = p_t . \qquad [66]$$

Es decir, el proceso estocástico de precios a los que se efectúan las transacciones es una martingala, contradiciendo así el resultado de la autocorrelación negativa de los precios obtenido bajo la hipótesis de la aversión al riesgo por parte del creador de mercado. Asimismo, se puede demostrar que, si hubiera infinitas rondas de intercambio, los precios convergerían en probabilidad al rendimiento del activo, es decir,

$$\lim_{t \to \infty} \left\{ \text{Prob } (|\tilde{p}_t - \tilde{v}| \geq \varepsilon) \right\} = 0. \qquad [67]$$

Dicho de otra manera, la asimetría en la información entre creadores de mercado y agentes informados tiende a desaparecer a medida que transcurre el tiempo.

Por último, otro resultado intuitivamente atractivo es el que nos dice que, manteniendo todos los parámetros iguales, el precio *ask (bid)* es creciente (decreciente) respecto a la proporción de agentes informados. Por lo tanto, cuanto mayor es la asimetría entre la información que posee el mercado y la del especialista, mayor es la horquilla, ya que ésta es la única manera que tiene el especialista de protegerse frente a transacciones desfavorables.

Diamond y Verrecchia (1987) modifican el modelo de Glosten y Milgrom introduciendo agentes que se enfrentan con un coste prohibitivo a la hora de hacer una transacción y que, por lo tanto, nunca querrán ni comprar ni vender. Asimismo, estos autores introducen restricciones en las ventas en corto *(«short-selling»)*, es decir, en las ventas del activo sin disponer de él en el momento de la transacción. Ahora, cuando un creador de mercado no realice ninguna transacción en un momento dado, no sabrá si esto es debido a que la naturaleza ha elegido a un agente que no *quiere* hacer ninguna transacción, o que ha elegido a un inversor (informado o no) que no *puede* vender a causa de la prohibición de las ventas en corto. Por lo tanto, la introducción de esta prohibición de las ventas en corto disminuirá la velocidad a la que la información privada se incorpora a los precios.

Hay que remarcar que los modelos de precios *bid-ask* se basan en el supuesto de que las cantidades de activo intercambiadas en cada período son fijas. La horquilla de precios en el modelo de Glosten y Milgrom juega pues el mismo papel que la profundidad del mercado en el modelo de Kyle. De hecho, una horquilla de precios muy ancha nos indica que el precio es muy sensible a los avatares de la demanda, lo cual es equivalente a decir que el mercado es poco profundo.

Una propiedad común de los modelos de Kyle y Glosten y Milgrom es que la competencia de Bertrand entre especialistas lleva a éstos a elegir un precio que es igual al rendimiento esperado condicional a la información que reciben. Sin embargo, la existencia de tal estrategia pura por parte de los especialistas descansa en el supuesto de que todos los especialistas observan la demanda agregada. Dennert (1989) relaja este supuesto y nos presenta un modelo en el que cada especialista sólo observa la demanda u oferta a él dirigida y no la de los otros especialistas. Este autor desarrolla un modelo de precios *bid-ask* en el que los agentes desinformados tienen restricciones de liquidez, pero pueden elegir libremente al especialista con el que quieren tratar. Así pues, estos agentes elegirán al especialista con un precio *bid* más alto si tienen que vender, y al de precio *ask* más bajo si se ven forzados a una compra. Dennert demuestra que bajo estos supuestos no existe un equilibrio con estrategias puras y, por contra, existen varios equilibrios con estrategias mixtas en el juego entre especialistas[6].

## 8. Conclusión

Tal como se puede apreciar en las Secciones 6 y 7, ha habido mucha producción científica que utiliza el modelo básico de competencia imperfecta en los mercados financieros para estudiar temas tales como la revelación de información óptima por parte de las empresas, las oportunidades que da el «ruido» para camuflar compras hostiles de empresas (takeovers), las tendencias al agrupamiento de las transacciones en pocos minutos durante la jornada bursátil, mercados de información sobre rendimientos de activos, aspectos regulatorios, etc.

[6] La demostración de la inexistencia de equilibrio en estrategias puras es parecida a la de un resultado similar en el contexto de la competencia de Bertrand con restricciones de capacidad.

Parece ser que aún es posible utilizar el modelo de Kyle para analizar y justificar nuevos fenómenos del mundo de las finanzas. Sin embargo, la contribución marginal de cada uno de estos trabajos tiende rápidamente a cero. Por ello, y para evitar una situación similar a la que podemos encontrar en el área de la organización industrial, donde miles de modelos se amontonan para explicar fenómenos que la mayoría de las veces carecen de relevancia empírica, creo que hay dos líneas de investigación que deberían acometerse en el futuro.

En primer lugar, y como el lector se puede imaginar, hace falta volver la vista a los mercados financieros reales y comprobar si las predicciones de los modelos se confirman empíricamente. Dentro del paradigma competitivo los tests empíricos son bastante abundantes, lo cual no es de extrañar en un área como la economía financiera caracterizada por una gran producción empírica, incluso por delante de la producción teórica. Estos trabajos siguen en la línea tradicional de medir en qué grado los precios reflejan la información privada, tal como se puede ver en Beaver, Lambert y Ryan (1980) y en Lev (1989), así como en las abundantes referencias de este último artículo.

En cuanto a los modelos no competitivos, podemos destacar los siguientes trabajos empíricos. Hasbrouk (1988a y 1988b) intenta contrastar las predicciones de los dos modelos de precios «bid-ask» para determinar que parte de la varianza de los precios es atribuible a variaciones en los inventarios de los especialistas, y que parte es debida al contenido informacional de las órdenes de compra y venta. Por su parte, Admati y Pfleiderer (1988a) sugieren al final de su artículo una metodología para validar empíricamente su teoría sobre la distribución del volumen de transacciones a lo largo de una sesión. Barclay, Litzenberger y Warner (1988) utilizan el modelo de Admati y Pfleiderer para encontrar la relación entre la varianza de los precios y el volumen de transacciones. Caballé, Krishnan y Patel (1988) han intentado caracterizar el carácter verificable o no de la información pública, usando el artículo de Battacharya y Krishnan (1989) como marco conceptual y basándose en estimaciones de la covarianza entre demandas agregadas y precios. Sin embargo, aún son escasos los trabajos empíricos destinados a contratar el paradigma de la competencia imperfecta en los mercados financieros. Es de desear que la reciente disponibilidad de series temporales de demandas agregadas, hechas públicas por la American Stock Exchange, facilite la labor.

En segundo lugar, muchos modelos anteriormente descritos utilizan una forma extensiva que poco tiene que ver con la sucesión de acontecimientos en un mercado financiero real. Así pues, se impone un estudio detallado de las prácticas y cláusulas de funcionamiento institucional de los mercados financieros existentes. En este sentido, conviene mencionar el trabajo de Jang y Jun (1988) en el se presenta un modelo con una forma extensiva basada exclusivamente en las normas de funcionamiento de la bolsa de Nueva York. Con este enfoque, se podrían construir modelos con un poder predictivo más alto o que sirvan de base para el estudio normativo de reformas institucionales de los mercados financieros. Esto último sería especialmente útil para dar cierto soporte teórico a las reformas que actualmente están experimentando, o quizá sufriendo, los mercados financieros de nuestro país.

## Referencias


Admati, A. R. (1985): «A Noisy Rational Expectations Equilibrium for Multi-Asset Securities Markets», *Econometrica, núm. 53*, p. 629-657.

Admati, A. R. y Pfleiderer, P. (1986): «A Monopolistic Market for Information», *Journal of Economic Theory, núm. 39*, págs. 400-438.

Admati, A. R. y Pfleiderer, P. (1987): «Viable Allocations of Information in Financial Markets», *Journal of Economic Theory, núm. 43*, págs. 76-115.

Admati, A. R. y Pfleiderer, P. (1988a): «A Theory of Intraday Patterns: Volume and Price Variability», *The Review of Financial Studies, núm. 1*, págs. 3-40.

Admati, A. R. y Pfleiderer, P. (1988b): «Selling and Trading on Information in Financial Markets», *American Economic Review, núm. 78*, págs. 96-103.

Allen, B. (1981): «Generic Existence of Completely Revealing Equilibria for Economies with Uncertainty when Prices Convey Information», *Econometrica, núm. 49*, págs. 1173-1199.

Allen, F. (1990): «The Market for Information and the Origin of Financial Intermediation», *Journal of Financial Intermediation, núm. 1*, págs. 31-56.

Allen, F. (1987b): «The Social Value of Asymmetric Information», Multicopiado, University of Pennsylvania.

Amihud, Y. y Mendelson, H. (1980): «Dealership Market: Market Making with Inventory», *Journal of Financial Economics, núm. 8*, págs. 31-53.

Amihud, Y. y Mendelson, H. (1987): «Trading Mechanisms and Stock Returns: An Empirical Investigation», *Journal of Finance, núm. 42*, págs. 533-555.

Bagehot, W. (seudónimo, 1971): «The Only Game in Town», *Financial Analyst Journal, núm. 2*, págs. 12-14.

Barclay, M. J.; Litzenberger, R. H. y Warner, J. B. (1988): «Private Information, Trading Volume, and Stock Return Variances», Multicopiado, University of Rochester.

Bhattacharya, U. y Krishnan, M. (1989): «To Believe or Not to Believe», Multicopiado, Purdue University.

Bhattacharya, U. y Spiegel, M. (1989): «Insiders, Outsiders and Market Breakdowns», Multicopiado, Columbia University.

Beaver, W. H.; Lambert, R. A. y Ryan, S. G. (1980): «The Information Content of Security Prices», *Journal of Accounting and Economics, núm. 2*, págs. 3-28.

Beja, A. (1977): «The Limits of Price Information in Market Processes», Multicopiado, University of California at Berkeley.

Caballé, J. (1989): «Imperfectly Competitive Financial Markets», Multicopiado, University of Pennsylvania.

Caballé, J. y Krishnan, M. (1989): «Insider Trading and Asset Pricing in an Imperfectly Competitive Multi-Security Market», Multicopiado, Universitat Autònoma de Barcelona.

Caballé, J.; Krishnan, M. y Patel, S. (1989): «Corporate Earnings Reports: Cheap Talk or Verifiable Information», Multicopiado, Purdue University.

De Long, J. B.; Shleifer, A.; Summers, L. H. y Waldman, R. J. (1989): «Positive Feedback Investment Strategies and Destabilizing Rational Speculation», Multicopiado, NBER.

Dennert, J. (1989): «Price Competition between Market Makers», Multicopiado, Universidad de Basilea.

DeGroot, M. H. (1970): *Optimal Statistical Decisions,* McGraw-Hill, New York. N. Y.

Diamond, D. W. (1985): «Optimal Release of Information by Firms», *Journal of Finance, núm. 40,* págs. 1071-1094.

Diamond, D. W. y Verrecchia, R. E. (1981): «Information Aggregation in a Noisy Rational Expectations Economy», *Journal of Financial Economics, núm. 9,* págs. 221-235.

Diamond, D. W. y Verrecchia, R. E. (1987): «Constraints on Short-Selling and Asset Price Adjustment to Private Information», *Journal of Financial Economics, núm. 18,* págs. 277-311.

Easley, D. y O'Hara, M. (1987): «Price, Trade Size, and Information in Securities Markets», *Journal of Financial Economics, núm. 19,* págs. 69-90.

Fama, E. F. (1970): «Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work», *Journal of Finance, núm. 25,* págs. 383-417.

Fishman, M. J. y Hagerty, K. M. (1988a): «Insider Trading and the Efficiency of Stock Prices», Multicopiado, Northwestern University.

Fishman, M. J. y Hagerty, K. M. (1988b): «Disclosure Decisions by Firms and the Competition for Price Efficiency», Multicopiado, Northwestern University.

Gale, D. y Hellwig, M. (1987): «Informed Speculation in Large Markets», Multicopiado, University of Pittsburgh.

Gal-Or, E. (1987): «First Mover Disadvantages with Private Information», *Review of Economic Studies, núm. 54,* págs. 279-292.

Garman, M. B. (1976): «Market Microstructure», *Journal of Financial Economics, núm. 3,* págs. 257-275.

Glosten, L. R. y Milgrom, P. R. (1985): «Bid, Ask and Transaction Prices in a Specialist Market with Heterogeneously Informed Traders», *Journal of Financial Economics, núm. 14,* págs. 71-100.

Gould, J. P. y Verrecchia, R. E. (1985): «The Information Content of Specialist Pricing», *Journal of Political Economuy, núm. 93,* págs. 66-83.

Green, J. (1973): «Information, Efficiency and Equilibrium», Multicopiado, Harvard University.

Grossman, S. J. (1976): «On the Efficiency of Competitive Stock Markets Where Traders Have Diverse Information», *Journal of Finance, núm. 31,* págs. 573-585.

Grossman, S. J. (1977): «The Existence of Futures Markets, Noisy Rational Expectations and Informational Externalities», *Review of Economic Studies, núm. 64,* págs. 431-449.

Grossman, S. J. (1981b): «Nash Equilibrium and the Industrial Organization of Markets with Large Fixed Costs», *Econometrica, núm. 49,* págs. 1149-1172.

Grossman, S. J. y Stiglitz, J. E. (1976): «Information and Competitive Price Systems», *American Economic Review, núm. 66,* págs. 246-253.

Grossman, S. J. y Stiglitz, J. E. (1980): «On the Impossibility of Informationally Efficient Markets», *American Economic Review, núm. 70,* págs. 393-408.

Hasbrouck, J. (1988a): «Trades, Quotes, Inventories, and Information», *Journal of Financial Economics, núm. 22,* págs. 229-252.

Hasbrouck, J. (1988b): «Measuring The Information Content of Stock Trades», Multicopiado, New York University.

Hellwig, M. F. (1980): «On the Aggregation of Information in Competitive Markets», *Journal of Economic Theory, núm. 22,* págs. 477-498.

Hirshleifer, J. (1971): «The Private and Social Value of Information and the Reward to Inventive Activity», *American Economic Review, núm. 61,* págs. 561-574.

Ho, T. y Macris, R. (1984): «Dealer Bid Ask Quotes and Transaction Prices: An Empirical Study of Some AMEX Options», *Journal of Finance, núm. 39,* págs. 23-45.

Ho. T. y Stoll, H. (1981): «Optimal Dealer Pricing under Transactions and Return Uncertainty», *Journal of Financial Economics, núm. 9,* págs. 47-73.

Jackson, M. (1988): «Equilibrium, Price Formation and the Value of Information in

Economies with Privately Informed Agents», Multicopiado, Northwestern University.

Jang, H. y Jun, B. H. (1988): Trader's Optimal Order Placement Strategies with Limit and Market Orders», Multicopiado, University of Houston.

Kihlstrom, R. E. y Mirman, L. J. (1975): «Information and Market Equilibrium», *Bell Journal of Economics, núm. 6,* págs. 357-376.

Kihlstrom, R. E. y Postlewaite, A. (1983): «Equilibrium in a Securities Market with a Dominant Trader Possessing Inside Information», Multicopiado, University of Pennsylvania.

Kohlberg, E. y Mertens, J. F. (1986): «On the Strategic Stability of Equilibria», *Econometrica, núm. 54,* págs. 1003-1038.

Kyle, A. S. (1984): «Market Structure, Information, Futures Markets, and Price Formation», en *International Agricultural Trade: Advanced Readings in Price Formation, Market Structure and Price Stability,* Storey, G. G.; Schmitz, A. y Sarris, A. H., Westview Press, Boulder, CO.

Kyle, A. S. (1985): «Continuous Auctions and Insider Trading», *Econometrica, núm. 53,* págs. 1315-1335.

Kyle, A. S. (1989): Informed Speculation with Imperfect Competition. *Review of Economic Studies, núm. 56,* págs. 317-355.

Kyle, A. S. y Vila, J. L. (1986): «Noise Trading and Takeovers», Multicopiado, Princeton University.

Laffont, J. J. y Maskin, E. (1990): «The Efficient Market Hypothesis and Insider Trading on the Stock Market», *Journal of Political Economy, núm. 98,* págs. 70-93.

Lev, B. (1989): «On the Usefulness of Earnings: Lessons and Directions from Two Decades of Empirical Research», Multicopiado, University of California at Berkeley.

Lintner, J. (1969): «The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Markets», *Journal of Financial and Quantitative Analysis, núm. 4,* págs. 346-382.

Lucas, R. E. (1972): «Expectations and the Neutrality of Money», *Journal of Economic Theory, núm. 4,* págs. 103-124.

Lundholm, R. J. (1988): «Price-Signal Relations in the Presence of Correlated Public and Private Information», *Journal of Accounting Research, núm. 26,* págs. 107-118.

Mossin, J. (1966): «Equilibrium in a Capital Asset Market», *Econometrica, núm. 35,* págs. 768-783.

O'Hara, M. y Oldfield, G. S. (1986): «The Microeconomics of Market Making», *Journal of Financial and Quantitative Analysis, núm. 21,* págs. 361-376.

Radner, R. (1979): «Rational Expectations Equilibrium: Generic Existence and the Information Revealed by Prices», *Econometrica, núm. 47,* págs. 655-678.

Samuelson, P. A. (1973): «Proof that Properly Discounted Present Values of Assets Vibrate Randomly», *Bell Journal of Economics and Management Science, núm. 4,* págs. 369-374.

Sarkar, A. (1988): «Piggybacking on Insider Trades», Multicopiado, University of Pennsylvania.

Schmeidler, D. (1973): «Equilibrium Points of Nonatomic Games», *Journal of Statistical Physics, núm. 7,* págs. 295-300.

Sharpe, W. (1964): «Capital Asset Prices: A Theory of Capital Market Equilibrium under Conditions of Risk», *Journal of Finance, núm. 19,* págs. 425-442.

Spence, M. (1974): *Market Signalling,* Harvard University Press, Cambridge.

Stoll, H. (1989): «Inferring the Components of the Bid Ask Spread: Theory and Empirical Tests», *Journal of Finance, núm. 44,* págs. 115-134.

Subrahmanyam, A. (1989): «Risk Aversion, Market Liquidity, and Price Efficiency», Multicopiado, University of California at Los Angeles.

Verrecchia, R. E. (1982a): «Information Acquisition in a Noisy Rational Expectations Economy», *Econometrica, núm. 50,* págs. 1415-1430.
Verrecchia, R. E. (1982b): «The Use of Mathematical Models in Financial Accounting», *Journal of Accounting Research, núm. 20,* Suplemento, págs. 1-42.
Vives, X. (1990): «Financial Markets Dynamics with Risk Averse Agents», Multicopiado, Institut d'Anàlisi Econòmica, CSIC.
Wilson, R. (1979): «Auctions of Shares», *Quarterly Journal of Economics, núm. 93,* págs. 675-689.
Wood, R. A.; McInish, T. H. y Ord, J. K. (1985): «An Investigation of Transaction Data for NYSE Stocks», *Journal of Finance, núm. 40,* págs. 723-741.

## Abstract

This article intends to make a synthesis of the recent literature that applies the rational expectations equilibrium concept to the price formation process in financial markets. We study markets with competitive investors and markets with strategically behaved investors. Finally, *bid-ask* models are analyzed from the imperfect competition and adverse selection paradigm viewpoint.

*Recepción del original, julio de 1990*
*Versión final, octubre de 1990*