Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XIII, n.º 1 (1989), págs. 137-154

# LA RAZON PATRON DE SRAFFA Y EL CAMBIO TECNICO

Julio SANCHEZ CHOLIZ*

*Universidad de Zaragoza*

*Sobre un modelo multisectorial se definen diversos indicadores del cambio técnico: reproducibilidad, productividad del trabajo, eficiencia... Estas medidas no dependen de los precios corrientes del mercado ni del* output *corriente. A continuación se estudia cuál de ellos mide mejor el progreso técnico, probándose que es la razón patrón de Sraffa, que mide la reproducibilidad de la economía. Finalmente, se explican algunos inconvenientes, que aparecen al medir el progreso técnico sobre funciones de producción.*

## 1. Introducción

En primer lugar partiendo de un modelo multisectorial se definen indicadores de las condiciones técnicas: reproducibilidad, productividad del trabajo, intensidad del capital, mecanización, eficiencia..., que no dependen de los precios corrientes del mercado ni del *output* corriente. El signo de sus variaciones permite obtener una completa clasificación de los cambios técnicos posibles.

Posteriormente, la pluralidad de indicadores o medidas usados nos lleva a discutir cuál de ellos es el más importante, para medir mejor el progreso. Al compararlos entre sí, se comprueba a lo largo del trabajo la mayor significación teórica de la reproducibilidad, que es medida por la razón patrón de Sraffa, porque da una idea más clara del nivel de progreso técnico y por sus características acotadoras.

Sobre la productividad multifactor se vé además su equivalencia como indicador, bajo las condiciones del modelo, con la tasa de beneficio homogénea y con su variación diferencial o efecto eficiencia.

Por último se explican algunos inconvenientes que tienen las funciones de producción agregadas para medir el progreso técnico, en comparación con los modelos multisectoriales.

*1.1.* Son bien conocidas las dificultades existentes para medir el cambio técnico, al no disponerse de indicadores aceptados por todos. La diversidad de

* Quiero hacer constar mi agradecimiento al evaluador anónimo, porque sus sugerencias mejoraron sustancialmente este trabajo. No obstante los errores posibles son de mi absoluta responsabilidad.

conceptos de neutralidad (Hicks (1932), Solow (1963) y Harrod (1948)) son buena prueba de ello.

Existen además otros problemas, definir *progreso* es un gran desafío, especialmente si tenemos en cuenta los aspectos sociológicos y culturales. Es difícil decir si por progreso debemos entender una mejora de la productividad o bien simplemente el hecho histórico de los cambios[1] técnicos acaecidos a lo largo de los siglos. Todo se agrava si pensamos que en la primera opción, debemos elegir respecto a qué bien o *input* computamos la productividad.

Problemáticas tan importantes como la difusión (Rosemberg (1976)) no deberían tampoco ser olvidadas y lo son frecuentemente.

Pero quizás las mayores dificultades surgen cuando se intenta obtener medidas a partir de las funciones de producción; al caracterizar el progreso técnico a partir de las isocuantas unitarias (por ejemplo en Salter (1966), capítulos II y III) no es fácil definir funcionales adecuados sobre ellas. Steedman (1985) muestra cómo la neutralidad hicksiana o de Solow no son admisibles teóricamente, si se definen sobre toda la curva frontera salarios-beneficios; lo mismo puede decirse de la definición sobre toda la isocuanta.

Otro tipo de problemas surgen cuando nos acercamos a la información cuantitativa disponible (Kutznets (1966), Hill (1979), Clark (1967)...) ya que lo tomado como capital, producto neto, etc., puede diferir según la fuente. La razón de estas diferencias es el tipo de información disponible para elaborar los datos, pero su existencia aumenta la confusión.

*1.2.* ¿Cómo abordar estas cuestiones? En mi línea de trabajo no utilizo funciones de producción, porque su empleo lleva a la multiplicidad de medidas según los precios elegidos, así como a la potenciación de las medidas sectoriales (véase, por ejemplo, Salter (1966), capítulo III).

Como alternativa utilizamos medidas técnicas no dependientes directamente de los precios corrientes, y que además son indicadores del progreso técnico global de la economía. Igualmente estas medidas no dependen de la producción concreta, que ésta sea una u otra no puede alterar propiedades objetivas de la estructura económica, en concreto su nivel tecnológico.

En otras palabras, lo que hacemos es abordar el cambio técnico como una propiedad característica del sistema y no de las partes de éste. En consecuencia las medidas del progreso, de la intensidad de capital y de la productividad son medidas globales y estructurales.

Estas medidas las definimos sobre modelos multisectoriales tipo Sraffa, que están caracterizados por unos coeficientes técnicos dados en el momento considerado[2]. El empleo de este marco multisectorial es debido fundamentalmente a

[1] No prejuzgo que todo cambio tenga que ser hacia algo mejor. En ciertos aspectos, al menos, las condiciones de vida actuales no tienen por qué ser mejores que las de hace cien años.

[2] Lo que no supone rendimientos constantes a escala.

que permite desarrollar con facilidad las ideas expuestas, pero desarrollos similares son realizables en otros modelos.

*1.3.* La investigación bajo estas premisas ha permitido obtener una clasificación de 20 tipos diferentes de cambios técnicos que puede verse en Sánchez (1985, 1987a y 1987b).

En este trabajo me voy a centrar en la comparación entre sí de las diferentes medidas globales utilizadas. La lectura de los trabajos de Clark (1957) y Kutznets (1966) especialmente me llevaron a reflexionar sobre la jerarquización existente entre $R$ (tasa patrón de Sraffa), $r$ (tasa de beneficio), $m_p$ (indicador de la productividad) y otros indicadores posibles del cambio técnico. En particular uno se pregunta cuál de ellos es el más importante. Un interés propio tiene la reflexión sobre la llamada productividad multifactor, porque aparece en la literatura reciente (Berndt y Fuss (1986), Slade (1986)...) como uno de los mejores indicadores del progreso técnico. Este indicador, como veremos, puede ser sustituido por la tasa homogénea de beneficio $r$ y el efecto eficiencia $e_e = dr$.

Con la comparación sucesiva de estos parámetros se demuestra la conjetura de que es el nivel de reproducibilidad representado por $R$, el mejor indicador disponible del progreso.

La medida $m_R = R$ va a ser la única que conserva su capacidad explicativa a largo plazo, con independencia de las condiciones retributivas o de la forma de pago a los *inputs* primarios. Su significación de capacidad reproductiva se sostiene además en cualquier sistema, siendo así una medida transistemática. Esta propiedad difícilmente puede ser reclamada por la tasa de beneficio o por ciertos criterios de productividad.

Su capacidad explicativa a largo plazo y su propiedad transistemática, nos permite disponer de una base sólida para la medida del progreso social y para su posible comparación histórica.

*1.4.* En los apartados siguientes expondremos primeramente el modelo utilizado y definiremos las medidas estructurales.

Con esta base pasaremos a comparar diferentes medidas posibles de las transformaciones técnicas, a saber: reproducibilidad, productividad del trabajo, tasa de beneficio y productividad multifactor.

Y, finalmente, definiendo sobre la relación sraffiana una función de producción, estudiaremos el sentido profundo de la productividad multifactor, apoyándonos en el instrumental teórico que nos suministra el modelo. Ello nos permite ver de nuevo la debilidad del análisis neoclásico, basado en funciones de producción, para medir el progreso técnico.

## 2. El modelo a utilizar

*2.1.* Las ecuaciones de la economía a utilizar son:

$$
\begin{aligned}
&1)\quad p = pA^{-} + rpA^{+} + (1 + rt)pbL, && p \geqslant 0\\
&2)\quad X = A^{-}X + rA^{+}X + (1 + rt)bLX, && X \geqslant 0\\
&3)\quad p^{*} = p^{*}A^{-} + Rp^{*}A^{+}, && p^{*} \geqslant 0\\
&4)\quad X^{*} = A^{-}X^{*} + RA^{+}X^{*}, && X^{*} \geqslant 0
\end{aligned}
\qquad [1]
$$

donde:

$A^{+}$: matriz $n \times n$ de coeficientes unitarios de capital, circulante y fijo;

$A^{-}$: matriz $n \times n$ de coeficientes de flujos totales consumidos en el período productivo;

$b$: salario real, es un vector columna;

$L$: vector fila de los coeficientes de trabajo;

$t$: tasa de adelanto en los salarios, varía de 0 a 1;

$p$: vector de precios de producción;

$X$: vector de intensidades de expansión equilibrada;

$r$: tasa de beneficio de la economía;

$R$: tasa máxima de beneficio y expansión de la economía, es la razón patrón de Sraffa;

$p^{*}$: precios de producción asociados con $R$;

$X^{*}$: vector de intensidades asociado con $R$, es proporcional a la mercancía patrón de Sraffa.

Los precios y *output* de [1] se normalizan con:

$$
\begin{aligned}
&5)\quad pb = w\\
&6)\quad pX = 1\\
&7)\quad pX^{*} = 1\\
&8)\quad p^{*}X^{*} = 1
\end{aligned}
\qquad [2]
$$

El modelo es de la familia sraffiana, pero tiene, como puede verse, diferencias tanto con el de Sraffa (1960) como con el de Pasinetti (1981). Es mejorable introduciendo producción conjunta, pero no tiene ello efectos significativos en el proceso a seguir.

Las condiciones [1] modelizan las relaciones económicas, mientras las [2] establecen las unidades de medida y patrones de escala.

La relación 1) de [1] define un valor de $r$, tasa de beneficio homogénea, y un vector libre de precios $m \cdot (1, p_2, \ldots, p_n)$, con $m$ escalar arbitrario. El vector de

precios es de equilibrio para la economía modelizada. En 2) de [1] se determina la tasa $r$ de expansión balanceada y su vector de intensidades $n \cdot (1, x_{e1}, ..., x_n)$.

Las ecuaciones 3) y 4) de [1] nos darán la tasa de beneficio y expansión, así como los vectores de precios y de intensidades asociados con ella, de una hipotética situación en la que el trabajo no recibiera ninguna compensación o pago. Esta situación nos da la tasa máxima de beneficio, que es la cota superior alcanzable de las tasas reales, y la tasa máxima de expansión, que mide la reproducibilidad de la economía modelizada. Esta tasa no es otra que la razón patrón de Sraffa y el vector $X^*$ tiene las propiedades de su «mercancía patrón».

Señalemos además que la tasa de adelanto $t$ en 1) y 2) de [1] permite tener en cuenta los efectos, no considerados usualmente, de los adelantos en los pagos de los *inputs* primarios. Si bien pueden a veces ser despreciables, otras no lo son tanto.

*2.2.* Este modelo verifica la relación de Sraffa entre salarios y beneficios, que es básica para definir los diferentes parámetros o medidas del cambio técnico que utilizo. Multiplicando 1) de [1] por $X^*$ y la 4) por $p$ tendremos

$$1 = pX^* = pA^-X^* + rpA^+X^* + (1 + rt)pbLX^*$$
$$1 = pX^* = pA^-X^* + RpA^+X^*$$

luego

$$RpA^+X^* = rpA^+X^* + (1 + rt)pbLX^*$$

que se convierte, llamando «$s$» a: $pbLX^*/pA^+X$ en la relación buscada:

$$R = r(1 + ts) + s \qquad [3]$$

Notemos que $s$ representa el salario pagado por unidad de capital empleado.

*2.3.* Apoyándonos en [3] es posible definir las siguientes medidas características de una situación técnica:

$$m_i = \text{intensidad de capital} = (1 + ts)/R = (1 + tR)/(R(1 + tr))$$
$$m_m = \text{mecanización} = (1 + ts)/s = (1 + tR)/(R - r)$$
$$m_p = \text{productividad} = R/s = R(1 + rt)/(R - r)$$
$$m_e = \text{medida de la eficiencia} = r$$
$$m_R = \text{medida de la reproducibilidad} = R \qquad [4]$$
$$m_w = \text{medida del salario} = s/(1 + ts) = (R - r)/(1 + tR)$$
$$m_c = \text{medida del control} = r(1 + ts)/s = (R(1 + tr)/(R - r)) - 1$$
$$m_r = \text{medida eficiencia en renta} = R/(1 + ts) = R(1 + tr)/(1 + tR)$$

que pueden reducirse a 5 únicamente porque:

$$m_i = 1/m_r$$

$$m_m = 1/m_w$$

$$m_p = m_c + 1$$

Las principales diferencias con otras medidas similares que se encuentran en la literatura (véase Schefold (1976)), radican en su definición a partir de características estructurales, esto es de $r$, $R$ y $t$. La ecuación [3] sobre la que se apoyan se obtiene a partir de $p$, $X$, $p^*$, $X^*$, $A^+$, $A^-$, $b$, $L$ y $t$.

El trabajo se incorpora a través de su valoración porque creemos que ésta es más significativa para la caracterización económica y sociológica del cambio técnico, que la propia cantidad física de trabajo. Es suficiente considerar $w$ como constante, para que toda medida hecha con $s$ sea proporcional a las hechas con trabajo físico.

La utilización de las tasas de adelanto influye en las expresiones de las medidas, pero no las desnaturaliza, sino que las potencia. Si $t = 0$ se convierten en las medidas usuales, y $t \neq 0$ nos permite incorporar los posibles adelantos en los *inputs* primarios.

## 3. La tasa *R* y el cambio técnico

La observación de [1] nos revela dos importantes propiedades de la tasa $R$, según nos fijemos en la ecuación 3) o en la 4). $R$ representa tanto una tasa de beneficio como una tasa de expansión.

Según 3) $R$ es la tasa máxima de beneficio, que se alcanza cuando la retribución al trabajo es nula. Realmente esta situación nunca ocurrirá, por lo que $R$ es simplemente el supremo de las $r$ posibles. Es bien conocida la relación entre $R$ y $r$ en cada caso, que en nuestro modelo es la ecuación [3] obtenida anteriormente.

Sin embargo, su carácter tecnológico y su capacidad de cota para cualquier $r$ posible, la convierten en un buen indicador del nivel técnico de la economía. En mi opinión es el indicador más significativo.

También su incremento tendrá un gran significado. Supone el aumento de las posibilidades potenciales de elevar la tasa de beneficio y ello sólo puede interpretarse como progreso técnico.

La ecuación 4) de [1] confirma estos hechos, ya que $R$ representa en ella la razón entre producto neto, $X^* - A^-X^*$, y capital físico utilizado, $A^+X^*$. Tampoco esta $R$ es alcanzable para cualquier *output* $X$, para todos ellos es siempre una cota superior. Sí lo será, sin embargo, para la mercancía patrón sraffiana, la $X^*$, que mantiene en el *output* las proporciones del *input*.

Al ser $R$ la razón entre producto neto y capital físico utilizado, un aumento de $R$ supone la posibilidad de obtener, con dotaciones iniciales equivalentes, mayor producto neto final y esto es indudablemente progreso técnico. Cuando decimos que un proceso es más avanzado que otro, suponemos que o bien da mayor *output* con los mismos recursos o que exige menos *inputs* para igual resultado, en ambos casos lo que hay detrás es el hecho de una mayor capacidad de reproducción, de una mayor $R$. Por todas estas razones debemos considerar a $R$ como una medida muy significativa del nivel técnico y sus variaciones positivas como progreso.

El parámetro $R$ tiene además una propiedad esencial, que nace del hecho de no depender, en forma alguna, del pago al trabajo ni de cualquier otra condición distributiva. La razón patrón sraffiana es válida en cualquier sistema que tenga los mismos procesos técnicos. Por ello transciende el sistema concreto (capitalista, socialista, esclavitud...) y es válida en todos ellos. En todos es definible y son comparables sus valores correspondientes. En pocas palabras, $R$ es uno de los raros indicadores técnicos, quizás el único, aplicable para largos períodos y para comparaciones entre épocas históricas distintas. Ello le convierte en un indicador técnico y del progreso fundamental.

No quiero acabar este apartado sin dejar constancia de una breve observación hecha ya en Barceló (1972) en este mismo sentido y que entonces pasó desapercibida. En la página 44 de dicho artículo puede leerse:

> «La expresión $V$ relaciona de modo simple las tres categorías básicas del modo de producción capitalista: el tipo de beneficio, el salario, y $R$ (tipo máximo de beneficio y razón patrón) que es a mi entender el *mejor índice del desarrollo de las fuerzas productivas de un sistema económico*.»

lo que resume claramente las ideas anteriores.

## 4. La razón $m_p$ de la productividad del trabajo

*4.1.* Existen datos suficientes (véase, por ejemplo, las tablas 30, 31 y 32 del libro de Clark (1957), que dan valores de los productos reales por hombre-hora), que permiten asegurar que el progreso técnico ha ido acompañado de un incremento gradual de la productividad del trabajo físico. La evidencia es tan clara que muchos identifican la mejora de esta productividad con el progreso.

Similarmente puede observarse (véase cuadro 2.7 de Kuznets (1966)) que para largos períodos la razón capital/producto es decreciente. Ello da pie también a identificar progreso con esta reducción.

Partiendo de 1) y 4) de [1] es fácil comprobar que:

$$R = (pX^* - pA^-X^*)/pA^+X^* = \text{producto neto/capital}$$

luego una estimación aproximada de $R$ es el cociente: producto neto/(capital fijo + capital circulante), calculado con precios y *outputs* corrientes. De ahí que

considerar como progreso la disminución de la razón capital/producto sea casi similar a tomar como mejora el incremento de la tasa $R$ de nuestro modelo.

Como veremos esta última es la postura más correcta, porque la productividad del trabajo está acotada por las condiciones técnicas, que se representan por $A^+$ y $A^-$ y cuyo mejor indicador global es $R$.

Hay razones a favor de la productividad del trabajo y una de ellas es su capacidad *formal* de crecer hasta el infinito, lo que la hace potencialmente muy sensible a todo tipo de cambio. Esto podemos verlo en nuestro modelo, tomando salarios retrasados por comodidad, sabemos que:

$$p = pA^- + rpA^+ + pbL$$
$$X^* = A^-X^* + RA^+X^*$$

luego, aunque no cambie $A^+$, $A^-$ ni $b$ (y, por tanto, $R$ sea constante), podemos mejorar técnicamente reduciendo el vector $L$. Estos cambios son cambios tayloristas. Sea $L_0$, $L_1$, $L_n$, una sucesión del vector $L$ que verifica $LX^* \to 0$ y, con $A^-$, $A^+$ y $b$ fija, sea $r_0$, $r_1$, ..., $r_n$, la de $r$ asociada con la anterior. Si se verifican las condiciones exigidas al modelo, y recordamos la propiedad de continuidad que tienen $p$, $X^*$ y las raíces de Frobenius para variaciones de los coeficientes de las matrices, podemos asegurar que

$$p_0, p_1, \ldots, p_n, \ldots \to p^*$$
$$r_0, r_1, \ldots, r_n, \ldots \to R$$

y por tanto se verificarán las relaciones

$$0 \leqslant \lim_{LX^* \to 0} \frac{pX^* - pA^-X^*}{LX^*} = \lim_{LX^* \to 0} \left[ \frac{rpA^+X^*}{LX^*} + pb \right] =$$
$$= \lim_{LX^* \to 0} \left[ \frac{Rp^*A^+X^*}{LX^*} + p^*b \right] = +\infty$$

que revelan que el valor $+\infty$ es alcanzable por la productividad del trabajo[3].

Esta capacidad de la productividad del trabajo de crecer indefinidamente (éste es el sentido de $+\infty$), convierte a la productividad del trabajo en un buen candidato a mejor indicador del cambio técnico, ya que es esperable por ella una buena sensibilidad a los cambios y que siempre pueda crecer indicando la mejora. Si por el contrario es acotada, como ocurre realmente, la proximidad a la cota le hace perder claridad indicadora, al tener cada vez menos variación porcentual y esta productividad no es tan buen candidato.

[3] El incremento sistemático de la productividad del trabajo, es producido en este caso por la mecanización creciente, esto es, por el incremento de la relación entre bienes de capital y trabajo físico aportado. Los marxistas dirían que es fruto del incremento de trabajo muerto frente a trabajo vivo.

También existen razones *subjetivas* para apoyar la medida de la productividad del trabajo como medida del progreso. Quizás sea la tradición marxiana quien mejor las ha recogido, al poner el trabajo en el centro de la valoración económica y considerar al hombre como el agente económico central.

*4.2.* El uso de productividad del trabajo como principal indicador del progreso técnico presenta, en mi opinión, serias deficiencias. Cuando se calcula no se tiene en cuenta el pago por el trabajo, no importa, por tanto, si éste es grande o pequeño. Por el contrario los datos muestran que el progreso técnico va acompañado de un incremento del salario real, al menos a largo plazo. Cambia su composición, se abaratan relativamente unos componentes del consumo y otros se encarecen, pero globalmente parece haber pocas dudas de que el salario real crece (véase los cuadros de la página 123 de Clark (1967) o sus tablas 68, 255 y 268).

Si partimos en consecuencia de una $b$ creciente (el incremento de $b$ es el reflejo de una mejora del salario real), lo que aparece como significativo no es el vector de coeficientes de trabajo físico $L$, sino el de bienes necesario para reproducir el trabajo, que es $bL$ o en valor la cantidad $pbLX^*$. Esta es la postura que yo defiendo y por ella defino $m_p$ y $m_m$ tomando como medida del trabajo el pago al trabajo.

Supongamos ahora que $A^-$, $A^+$ cambian haciendo que $R \to R_f$ y que $b$ crezca de forma que la $r$ de [1] no aumente. Esta última condición es una forma de incorporar la mejora del salario real, sin olvidarnos que ésta tiene unas limitaciones. Bajo estas condiciones tenemos que:

$$\lim_{LX \to +\infty} \frac{pX^* - pA^- X^*}{pbLX^*} = \lim_{n \to +\infty} \frac{R_i p_i A_i^+ X_i^*}{(R_i - r_i) p_i A_i^+ X_i^*} = \lim_{n \to +\infty} \frac{R_i}{R_i - r_i} \leqslant \frac{R_f}{R_f - r_0}$$

Se ve así que la productividad del trabajo tiene una cota superior de tipo técnico originada por las condiciones iniciales y por la variación de $R$.

La acotación de la productividad revela que su potencialidad como medida, basada en su variación hasta $+\infty$, es bastante ficticia, ya que variaciones iguales de la productividad del trabajo pueden significar cosas diferentes según esté cerca o lejos de la cota. La misma variación puede ser en unos casos la máxima mejora posible y en otros ser insignificante.

Observemos que esta acotación está asociada a las condiciones técnicas del sistema y en concreto a $R$, medida de la reproducibilidad del sistema. Cuanto mayor sea este indicador, para la misma tasa de beneficio, más elevada puede ser la productividad del trabajo. La tasa $R$ establece el tope máximo de mejora de la productividad, y esto es una razón más para considerar a $R$ como el principal indicador del nivel de progreso técnico.

## 5. La tasa $r$ de beneficio

*5.1.* Nadie niega el papel importantísimo de ésta a corto plazo para la toma de decisiones innovadoras. En las economías capitalistas los cambios admisibles

o viables son los que elevan $r$, esto es, los que crecen $m_e$. Si recordamos el teorema de Okishio, cambios viables son aquellos que reducen los costes y permiten, por tanto, si no intervienen fenómenos redistributivos, iguales ganancias con un menor capital invertido.

Este importante papel *a corto* no se mantiene en el largo plazo por los mecanismos de redistribución. Las mejoras obtenidas por las innovaciones son reclamadas por todos los agentes sociales, en especial por los trabajadores. El resultado inmediato de estas reivindicaciones es muy diverso, pero a largo el progreso técnico ha supuesto mejoras para toda la sociedad. Más aún, según los datos empíricos (véase Hill (1979) y Dougherty (1974), por ejemplo), los valores de $r$ tienen una gran estabilidad aunque sigan frecuentemente trayectorias cíclicas. En consecuencia no puede utilizarse $r$ como medida del progreso técnico, ya que no está garantizado su incremento sucesivo a medida que avanza el progreso.

*5.2.* Existe otra razón que impide a $r$ ser el mejor indicador del nivel de progreso técnico, su valor acotado. Como ya hemos dicho la razón $R$ acota superiormente a la tasa $r$, más aún $R$ es la tasa máxima de beneficio alcanzable cuando los salarios son cero.

En consecuencia lo dicho para $m_p$ y la productividad del trabajo puede repetirse aquí. Variaciones iguales de $r$ tienen distinto significado según que su valor sea más o menos próximo a $R$. Cuanto menor sea la diferencia $R - r$, más difícil será, salvo variación de $R$, incrementar la tasa de beneficio.

De nuevo son las condiciones técnicas, asociadas en nuestro modelo con $A^+$ y $A^-$ y globalizadas en la tasa de reproducibilidad $R$, las que determinan las mejoras posibles de $r$.

## 6. La productividad multifactor

*6.1.* Si se trabaja con funciones de producción agregadas, uno de los indicadores más reconocidos del progreso técnico es la productividad multifactor, que mide los efectos sobre el *output* real provocados por el desplazamiento de la función de producción a lo largo del tiempo (véase Solow (1957), Berndt y Fuss (1986) y Martínez Mongay y Pascual (1987), por ejemplo).

Siguiendo a estos últimos podemos considerar una función de producción: $Q(T) = F(K(T), L(T), T)$. Diferenciándola respecto al tiempo, suponiendo que se cumplen condiciones suficientes de continuidad, obtenemos

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{1}{Q(T)} \frac{\partial Q(T)}{\partial T} + \frac{L}{Q} \frac{\partial Q}{\partial L} \frac{L'}{L} + \frac{K}{Q} \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K'}{K} =$$

$$= \frac{1}{Q(T)} \frac{\partial Q(T)}{\partial T} + E_L \frac{L'}{L} + E_K \frac{K'}{K} \qquad [5]$$

donde $E_L$ y $E_K$ son las elasticidades correspondientes.

La expresión [5] muestra que la tasa de variación del *output* ha quedado descompuesta en dos partes. Una es

$$\frac{X'}{X} = E_L \frac{L'}{L} + E_K \frac{K'}{K} \qquad [6]$$

y mide los cambios de $Q(T)$ producidos por la variación de los *inputs*. La segunda está dada por

$$\frac{A'}{A} = \frac{1}{Q(T)} \frac{\partial Q(T)}{\partial T} \qquad [7]$$

y es el efecto en $Q(T)$, a $K$ y $L$ constantes, del paso del tiempo. De [5], [6] y [7] podemos obtener la expresión de $A'/A$

$$\frac{A'}{A} = \frac{Q'}{Q} - E_L \frac{L'}{L} - E_K \frac{K'}{K} \qquad [8]$$

que es la llamada productividad multifactor. La tasa $A'/A$ puede ser interpretada como una medida de la variación del *output* producida por los desplazamientos de $F(K, L)$, ya que éstos no son otra cosa que las variaciones de $F(K, L, T)$ en el tiempo.

*6.2.* La interpretación del progreso técnico como desplazamiento de la función $F(K, L, T)$, como el paso de una $F(K, L, T_0)$ a otra $F(K, L, T_f)$, justifica tomar la productividad multifactor como un claro indicador de éste. Sin embargo, esta visión intuitiva no es tan sólida como parece y esta productividad no es el mejor indicador posible.

Vamos a mirar la productividad multifactor con los ojos que nos da nuestro modelo multisectorial. Ello exije definir una función de producción compatible con el esquema analítico que estamos utilizando.

A partir de las relaciones [1], multiplicando 1) por la derecha por $X^*$ y 4) por la izquierda por $p$, obtenemos el valor del *output* $X^*$, que es

$$pX^* = pA^-X^* + RpA^+X^* = pA^-X^* + rpA^+X^* + (1 + rt)pbLX^* \qquad [9]$$

donde $pA^+X^*$ representa el capital total, $pA^-X^*$ el capital circulante y $pb$ el pago salarial por unidad de trabajo. Con [9] podemos calcular el valor de la producción neta, que estará dada por

$$pX^* - pA^-X^* = RpA^+X^* = rpA^+X^* + (1 + rt)pbLX^*$$

y que nos permite definir la función de producción buscada. Es suficiente para ello considerar a $pA^+X^*$ como capital $K$ y utilizar $pb$ como unidad de valor.

Bajo estas condiciones la función de producción asociada a nuestra economía será:

$$Q(T) = F(K, L, T) = r(T)K + [1 + tr(T)]L \approx RK \qquad [10]$$

Esta función podría haberse obtenido también directamente de la relación sraffiana ya vista

$$R = r(1 + ts) + s = r + (1 + tr)s \qquad [11]$$

simplemente multiplicando por $K$ ambos términos de la expresión e identificando $Ks$ como $L$, esto es, tomando como trabajo el valor de los salarios pagados.

A pesar de ello no deben considerarse [10] y [11] como relaciones equivalentes. Al definir, partiendo de [9] la función $F(K, L, T)$, estamos viendo el mismo fenómeno que en [11] bajo otras relaciones funcionales, lo que supone una interpretación diferente de la misma realidad. En [10] las incógnitas o parámetros básicos son $K$, $L$ y $T$, mientras en [11] son: $r$, $s$ y $T$.

Sobre las relaciones entre [10] y [11] puede verse el excelente trabajo de Napoleoni y Steedman (1985) y también el apéndice de Sánchez (1987b). Es fácil de probar que los precios definidos por 1) de [1], y utilizados para obtener tanto [9] como [11], son los precios asociados con el coste mínimo a largo plazo para una tasa de interés $r$. También son las variables duales de un problema de maximización de la tasa de beneficio, bajo las condiciones de reproducibilidad de nuestra economía.

Trabajando con la $F(K, L, T)$ definida en [10], podemos ver el sentido de $A'/A$ en nuestro modelo multisectorial. Como

$$E_L + E_K = \frac{L}{Q}\frac{\partial Q}{\partial L} + \frac{K}{Q}\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{1}{Q}[L(1 + tr) + Kr] = \frac{Q}{Q} = 1$$

si $q = Q/L$ y $k = K/L$, la expresión [8] puede escribirse

$$\frac{A'}{A} = \frac{q'}{q} - E_K \frac{k'}{k}$$

Y si la expresamos como relación diferencial tendremos

$$\frac{dA}{A} = \frac{dq}{q} - E_K \frac{dk}{k}$$

Como además en nuestro caso $q = RK/sK = R/s$ y $k = K/sK = 1/s$, podemos calcular

$$\frac{dA}{A} \approx \frac{d\left(\frac{R}{s}\right)}{\frac{R}{s}} - \frac{K}{RK}\frac{\partial Q}{\partial K}\frac{d\left(\frac{1}{s}\right)}{\frac{1}{s}} = \frac{s\,dR - R\,ds}{s^2\,\frac{R}{s}} + \frac{1}{R}\frac{\partial Q}{\partial K}\frac{ds}{s^2\,\frac{1}{s}} =$$

$$= \frac{dR}{R} - \frac{ds}{s} + \frac{1}{R}\,r\,\frac{ds}{s} = \frac{dR}{R} - \frac{ds}{s}\left(\frac{R-r}{R}\right) \qquad [12]$$

que nos da la expresión de la productividad multifactor en nuestro modelo y con nuestros parámetros significativos.

*6.3.* Para definir $F(K, L, T)$ en [10] el *output* tomado ha sido neto, pero podemos también definir $FE(K, L, T)$ utilizando la valoración del *output* bruto $pX^*$. Los resultados son muy parecidos.

Partiendo de [9], si llamamos $K$ a $pA^+X^*$, $h$ a $pA^-X^*/pA^+X^*$ y tomamos de nuevo $pb$ como unidad de valor, tendremos

$$Q(T) = F(K, L, T) = [h(T) + r(T)]K + [1 + tr(T)]L \approx (h + R)K \approx pX^*$$

y como $E_L + E_K = 1$, si $q = Q/L = (h + R)/s$ y $k = K/L = 1/s$, también se verificará

$$\frac{A'}{A} = \frac{q'}{q} - E_K\frac{k'}{k}$$

y la expresión diferencial de la productividad multifactor será

$$\frac{dA}{A} = \frac{d\left(\frac{h+R}{s}\right)}{\frac{h+R}{s}} - \frac{K}{(h+R)K}\frac{\partial Q}{\partial K}\frac{d\left(\frac{1}{s}\right)}{\frac{1}{s}} = \frac{dR}{h+R} - \frac{ds}{s}\left(\frac{R-r}{h+R}\right) + \frac{dh}{h+R} \qquad [13]$$

que tiene una gran similitud con [12]. La principal diferencia es el sumando adicional $dh/(h + R)$, que nos daría el impacto del cambio técnico en la tasa capital circulante/capital total. Por sencillez vamos a considerar ahora que $dh$ es nula, con lo que [12] y [13] son prácticamente iguales y queda justificado que los desarrollos posteriores los llevemos a cabo partiendo de [12].

*6.4.* Los apartados anteriores permiten ahora responder a la cuestión clave, ¿qué sentido tiene la productividad multifactor?

Apoyándonos en [12] podemos decir qué cambios tienen productividad multifactor nula, cuáles la tienen positiva y para qué cambios es negativa.

Exigir que sea nula, por [12] es equivalente a pedir: $dR/(R - r) = ds/s$. Como $ds = (1/(1 + tr))\, dR - ((1 + ts)/(1 + tr))\, dr$, los cambios de productividad nula serán los que verifican:

$$\frac{dR}{R - r} = \frac{1}{s}\frac{dR}{1 + tr} - \frac{1}{s}\frac{1 + ts}{1 + tr}dr$$

luego son los que cumplen

$$dr = 0 \qquad [14]$$

Esto es una auténtica sorpresa, ya que [14] lo que nos dice es que los cambios de productividad multifactor nula son los que dejan invariante la tasa de beneficio, que no es un buen indicador del progreso técnico.

La misma conclusión aparece cuando intentamos ver qué cambios la tienen positiva o negativa. Como

$$\frac{dA}{A} = \frac{R - r}{R}\left(\frac{dR}{R - r} - \frac{ds}{s}\right) = \frac{R - r}{R}\frac{1}{s}\frac{1 + ts}{1 + tr}dr = \frac{1 + ts}{R}dr$$

podemos asegurar que se verifica

$$\frac{dA}{A} > ,=, < 0 \leftrightarrow dr > ,=, < 0$$

estando además la productividad multifactor y la variación de $r$ ligadas por:

$$\frac{dA}{A} = \frac{1 + ts}{R}dr \qquad [15]$$

que muestra que, bajo nuestras condiciones, esta productividad y $r$ tienen el mismo valor como indicadores del cambio técnico.

Los problemas de $r$ como indicador se vieron en el apartado anterior y ya vimos cómo $R$ es un indicador mucho más potente. En otras palabras, $R$ es una medida del progreso técnico mucho más significativa que la productividad multifactor, cuya relevancia, al igual que la de $r$, es fundamentalmente a corto plazo.

Como aplicación de [12] y [15] podemos ver los valores de la productividad multifactor para cambios neutrales en el sentido de Solow, Hicks y Harrod, esto es, para cambios que no varían la intensidad de capital, la tasa capital/trabajo o la razón *output*/trabajo.

Si el cambio es neutral en el sentido de Solow tiene $R/s$ constante, por tanto, $dR/R = ds/s$ y se cumple

$$\frac{dA}{A} = \frac{r}{R}\frac{ds}{s} = \frac{r\, dR}{R^2} > 0$$

Si el cambio es neutral en el sentido de Hicks, no cambia la razón $1/s$ o la $(1 + ts)/s^4$ y por tanto $ds = 0$. De ahí que para estos cambios sea

$$\frac{dA}{A} = \frac{dR}{R} > 0$$

Similarmente en los neutrales de tipo Harrod es constante $(1 + ts)/R$ y se verifica: $t\,ds/(1 + ts) = dR/R$. Por tanto

$$\frac{dA}{A} = \frac{R - r}{R}\left(\frac{dR}{R - r} - \frac{ds}{s}\right) = -\frac{dR}{tR^2} > 0$$

Observemos el diferente carácter que tiene la productividad multifactor y la variación de $R$ en cada caso. En los neutrales tipo Hicks y Solow ambas tienen el mismo signo, pero en el caso de Harrod si $t \neq 0$ ocurre lo contrario y si $t = 0$ es nula la variación de $R$.

## 7. Reproducibilidad *versus* productividad del capital

Los apartados anteriores muestran que la innovación tecnológica es diferente de la mejora del uso del trabajo y de las materias primas no reproducibles. Y que en consecuencia debe intentar medirse a través de indicadores diferentes que los que miden las correspondientes eficiencias (trabajo, rentabilidad...).

Es la mejora de los procesos productivos y la incorporación de nuevos procesos lo que, con mayor derecho, debe llamarse progreso técnico. Y es este tipo de progreso lo que puede medirse con indicadores asociados a $A^+$ y a $A^-$ y en concreto con la $R$ que mide la reproducibilidad económica global, que se obtenía de $R_F(A^+ + RA^-) = 1$. La importancia de $R$ radica en su contenido informativo, que difícilmente puede captarse con otros indicadores, y en su carácter de cota.

Sin embargo, la relación ya señalada entre $R$ y la razón capital/producto, puede hacernos pensar que en la práctica es indiferente el estudio de la reproducibilidad o de la productividad del capital, ya que las diferencias están en el esquema de trabajo teórico y no en el fenómeno a estudiar. En favor de la segunda opción está el hecho de que es difícil encontrar datos históricos para reconstruir $A^+$ y $A^-$, mientras que se dispone de series históricas del cociente capital/producto.

La principal diferencia entre ambas opciones son los modelos empleados para describir el mundo económico a analizar. Uno usa modelos multisectoriales y el otro funciones de producción agregadas. El primero busca, por tanto, medidas

[4] Al considerar salarios adelantados de tasa $t$, defino la neutralidad en el sentido de Hicks como constancia de $(1 + ts)/s$ y en el sentido de Harrod como constancia de $(1 + ts)/R$. En ambos casos, cuando $t = 0$ tenemos las definiciones tradicionales.

tecnológicas, que no son obtenibles directamente de los datos reales y que son parámetros sombra. El segundo busca los valores y derivadas de una función $F(K, L)$.

Como es bien sabido, tras el debate sobre el capital de los años 60, los precios se determinan endógenamente y, por tanto, no tiene realidad previa la función $F(K, L)$. Sólo tras la realización económica puede hablarse de una relación agregada entre el *output* $Q$ y los *inputs* agregados de $K$ y $L$. Los valores y forma de $F$ dependen de cómo se realice el proceso económico y técnico, en especial de todas las condiciones de distribución.

Esta dependencia de las cuestiones distributivas es tan importante que no es posible, en mi opinión, atraparla simplemente suponiendo que la función de producción $F$ depende del tiempo. La dependencia pone en cuestión la propia existencia de $F$ y, al menos, levanta serias dudas sobre su estabilidad funcional, sin la cual no es posible el tratamiento continuo, que se hace usualmente. En especial la continuidad de la función $F$ para intervalos no diferenciales del tiempo ante cambios técnicos, es una hipótesis atrevida cuando cuestiones como la distribución (y ya hemos señalado cómo el cambio técnico provoca la elevación sistemática del salario real) están agazapadas detrás y no se sabe muy bien cuáles son sus efectos.

En consecuencia no creo que las funciones de producción nos permitan disponer de una base *sólida y correcta para abordar el cambio técnico*[5]. Por tanto, entre la razón capital/producto y $R$ la alternativa es clara, es preferible el empleo de $R$ porque sus medidas son *teóricamente* mejores, son más significativas y además permiten medir los mismos efectos sin tener que recurrir a las funciones de producción, evitando así los problemas que llevan adheridos.

## 8. Conclusiones

Para finalizar podemos sacar algunas sencillas conclusiones que resumen y recopilan lo anterior, a saber:

1. La razón patrón de Sraffa $R$ es el mejor indicador del progreso técnico, ya que tiene validez a largo plazo y transpasa los límites de cada sistema. Esto la convierte además en un instrumento fundamental para el análisis histórico.

2. Su interpretación como tasa de reproducibilidad de la economía muestra que los fenómenos de reproducibilidad son cuestiones básicas para una profunda comprensión del progreso tecnológico. Más aún, la capacidad

[5] Un asunto diferente es la validez de los resultados obtenidos por métodos econométricos sobre datos, que se supone corresponden a estas funciones. Estos resultados incorporan dos niveles de error: las imprecisiones del modelo y las del método de trabajo, pero pueden ser a pesar de ellas muy indicativos. Esta posibilidad de describir con niveles de corrección aceptables fenómenos reales con hipótesis falsas o con modelos parcialmente incorrectos, siempre existe en los análisis científicos.

reproductiva es la principal medida de éste. Por desgracia este tema no ha recibido hasta ahora la atención debida de los estudiosos del progreso técnico.

3. Es importante destacar que $R$ no está definida a partir de funciones de producción, por lo cual no tiene sus inconvenientes.

4. La identificación encontrada entre productividad multifactor y tasa de beneficio deja clara la importancia de aquélla. Es una medida a corto plazo y acotada por $R$, lo que impide considerarla como medida del progreso en períodos largos de tiempo.

5. Y por último debe señalarse que la importancia teórica y práctica de $R$ exige que se obtenga su valor real, lo que supone, en mi opinión, la recogida y elaboración de una información adecuada. Esta es una tarea pendiente.

## Referencias


Barceló, A. (1972): «El desplante teórico de Piero Sraffa», *Anales de economía, núm. 15,* 3.ª época, julio-septiembre de 1972, págs. 29-52.

Berndt, E. R., y Fuss, M. A. (1986): «Productivity measurement with adjustments for variations in capacity utilization and other forms of temporary equilibrium», *Journal of Econometrics, núm. 33,* págs. 7-29.

Clark, Colin (1957): *The conditions of Economic Progress,* 3th edition, Macmillan and Company, Londres (versión castellana: *Las condiciones del progreso económico,* Alianza Editorial, 1967).

Harrod, R. (1948): *Towards to dynamic Economics,* Macmillan, Londres.

Hicks, J. R. (1932): *The theory of wages,* Macmillan, Londres.

Hill, T. P. (1979): *Profits and rates of return,* París, OCDE.

Kuznets, S. (1966): *Modern Economic Growth,* Yale University Press (versión castellana: *Crecimiento económico moderno,* Aguilar, 1973).

Martínez Mongay, C., y Pascual Lapeña, N. (1987): «Productividad multifactor y efecto capacidad en la industria española», Universidad de Zaragoza.

Pasinetti, L. (1981): *Structural change and economic growth,* Cambridge University Press (versión castellana: *Cambio estructural y crecimiento económico,* Pirámide, 1985).

Rosemberg, N. (1976): *Perpectives on Technology,* Cambridge University Press (versión castellana: *Tecnología y economía,* ed. Gustavo Gilli, Barcelona, 1979).

Salter, W. E. G. (1966): *Productivity and technical changes,* Cambridge University Press.

Salvadori, N., y Steedman, I. (1985): «Cost functions and produced means of production: duality and capital theory», *Contributions to Political Economy.*

Sánchez, J. (1985): «Eficiencia y control en las innovaciones», *Revista Española de Economía, núm. 2,* vol. 2.

Sánchez, J. (1987a): «Medidas del cambio técnico: un modelo teórico», *Cuadernos de Economía,* vol. 15.

Sánchez, J. (1987b): «Modelo general con restricciones», *Actas del encuentro sobre matemática aplicada a la empresa,* Universidad de Zaragoza, Noviembre de 1987.

Slade, M. E. (1986): «Total factor productivity measurement when equilibrium is temporary», *Journal of Econometrics, núm. 33,* págs. 75-95.

Schefold, B. (1976): «Different forms of technical changes», *The Economic Journal, núm. 86,* págs. 806-819.

Solow, R. M. (1957): «Technical change and the aggregate production function», *Review of Economics and Statistics, núm. 39,* págs. 312-320.

Solow, R. M. (1963): *Capital Theory and the Rate of Return*, Nort Holland, Amsterdam.
Sraffa, P. (1960): *Production of Commodities by Means of Commodities*, Cambridge University Press.
Steedman, I. (1985): «On the imposibility of Hicks-neutral technical change», *The Economic Journal, núm. 95*, págs. 746-758.

## Abstract

Firstly, using a multisectorial model I define some structural parameters of technical change (reproducibility, labour productivity, efficiency...). These parameters are global measures, independent on market prices and output. Then I compare these parameters and I prove that the best technical progress measure is the standard Sraffa's ratio. This is the reproducibility measure of economy. Finally, I explain some difficults that appears when somebody wants to measure the technical innovations using production functions.

*Recepción del original, diciembre de 1987.*
*Versión final, julio de 1988.*