Investigaciones Económicas (Segunda época). Vol. XII, n.º 1 (1988), págs. 3-44

LA LOGICA DE LA ELECCION SOCIAL: UNA REVISION DE LOS RESULTADOS BASICOS

Antonio VILLAR *
Universidad de Alicante, St. Antony's College, Oxford

El objeto del presente trabajo es el de ofrecer una visión panorámica de carácter introductorio sobre algunos de los temas centrales que configuran el campo de la Economía Normativa conocido como Teoría de la Elección Social. Mas precisamente, se procede a una revisión de la literatura relativa al análisis de las posibilidades lógicas de diseño de reglas de elección colectiva (dejando, pues, al margen la problemática de la «puesta en práctica»).

1. Introducción

1.1. *Presentación*

La teoría de la Elección Social constituye una parte bien definida del cuerpo de la Economía Normativa, que ha conocido un importante desarrollo en los últimos años. Aunque sus orígenes pueden remontarse a los estudios relacionados con el bienestar personal (asociados a nombres como Bentham o Mill), por una parte, y a la teoría matemática de las votaciones (Condorcet, Borda), por otra, su formulación moderna arranca del planteamiento del problema por Bergson (1938) en términos de una Función de Bienestar Social. Pero es sobre todo el trabajo de Arrow (1951-1963) el que marca el inicio de los desarrollos más importantes en este campo, a partir del sorprendente resultado de que al exigir unas pocas condiciones, aparentemente razonables, al proceso de elección social, no resultaba posible encontrar ningún procedimiento capaz de satisfacerlas.

El objeto del presente trabajo es el de *ofrecer una visión panorámica de carácter introductorio* sobre algunos desarrollos centrales en este campo. Para ello dividiremos el material objeto de estudio en tres grandes bloques. El primero (sección 2) se destina a presentar el enfoque de Arrow, su teorema de imposibilidad y los intentos de escapar a este resultado, manteniendo el mismo

* Quiero agradecer a la Generalitat Valenciana el haberme proporcionado la oportunidad de permanecer en la Universidad de Oxford, donde se gestó este trabajo, merced al importante programa de ampliación de estudios que mantiene. Agradezco, asimismo, a Carmen Herrero sus comentarios y sugerencias.

contexto informacional (caracterizado por la ordinalidad y la no comparabilidad interpersonal de las preferencias, por una parte, y por no tomar en consideración más que aquella información contenida en las preferencias individuales, por otra). El segundo (sección 3), aborda los resultados de posibilidad que surgen cuando se abandona parte del esquema de referencia de Arrow y se adopta un marco informacional más rico y flexible (en particular cuando se permiten comparaciones interpersonales de utilidad y diversos grados de mesurabilidad de las preferencias individuales). Finalmente, abordaremos las dificultades que aparecen en la construcción de reglas de elección colectiva, y que no se relacionan con el resultado de imposibilidad, sino con las limitaciones derivadas de utilizar las preferencias individuales como único criterio de evaluación del bienestar social (nos referimos esencialmente a las limitaciones derivadas del contexto conocido como «neutralidad», y que analizaremos en la sección 4).

A lo largo de la exposición hemos intentado conseguir un cierto equilibrio entre dos motivaciones no siempre fáciles de compatibilizar: por un lado, la de mantener una línea argumental nítida y fácilmente seguible, y, por otro, la de no ser trivial. Por ello, las dos características más destacables del trabajo son:

a) No proporcionamos una revisión extensiva del tema, sino que hemos seleccionado aquellos aspectos y resultados que nos han parecido más básicos; en particular, no abordaremos aquí los aspectos estratégicos asociados, ni la problemática relativa a la «puesta en práctica» de las reglas de elección social[1].

b) Hemos intentado en lo posible aligerar la formulación matemática y la complejidad conceptual, con el objeto de hacer accesible el tema en una primera lectura a aquéllos que no están interesados en el detalle de la estructura lógica de los teoremas ni en los aspectos más sutiles de los mismos, aunque sin perder el rigor.

Obvio es decir que un estudio de esta naturaleza tiene poco de original, y que su posible interés deriva simplemente de la medida en que consiga transmitir de manera sistemática los conceptos y resultados que se presentan, facilitando su comprensión. Esperamos habernos aproximado a estos objetivos lo suficiente como para que esta revisión resulte útil, aun con el riesgo de redundancia debido a la existencia de trabajos con contenidos análogos (en particular mencionemos la revisión de la literatura hasta mediados de los setenta de Barberá (1977), el trabajo de D'Aspremont (1985), y la extensa panorámica de Sen (1986a)).

Finalmente vale la pena señalar que hemos intentado reducir las referencias bibliográficas a unas dimensiones manejables. Es posible, sin embargo, que

[1] Esta es sin duda la limitación esencial de este trabajo, aunque no es desde luego el único tema cuya discusión se ha omitido. Abordar la problemática relativa a los aspectos estratégicos y de implementación hubiera requerido extender notablemente esta revisión; afortunadamente, el lector interesado puede remitirse al trabajo de Barberá (1984), donde estos temas son presentados y discutidos de una manera sistemática (las referencias bibliográficas pertinentes pueden encontrarse allí).

algunos lectores las sigan considerando excesivas, mientras que otros echen en falta mayor detalle. Para los segundos me remito al trabajo de Sen (1986a) que incluye un listado con más de seiscientas referencias; para los primeros, indicaré que las referencias más importantes quedan claras a lo largo del texto.

1.2. *Generalidades*

De manera muy general puede decirse que el objeto de la Teoría de la Elección Social es el estudio de «las relaciones entre los objetivos de política social y las preferencias y aspiraciones de los miembros de la sociedad» (Sen (1970b, pág. 1)). Tomemos, pues, como referencia básica una colectividad de individuos (que denominaremos una «sociedad») y un conjunto de alternativas sociales; el problema con que se enfrenta la Teoría de la Elección Social es el de derivar algún criterio de evaluación de tales alternativas a partir de las preferencias de los individuos de esa sociedad.

Vale la pena desde el principio establecer las siguientes precisiones:

1. La Teoría de la Elección Social se interesa por la obtención de reglas de evaluación de alternativas sociales *que no sean independientes de los criterios de los individuos* (esto constituye un mínimo requisito «democrático» que excluye formas de evaluación basadas en, digamos, «principios divinos»). Se trata, pues, esencialmente de un problema de *agregación de preferencias* o criterios individuales.

2. Para que una regla de elección social (es decir, un procedimiento de agregar las preferencias individuales) tenga algún interés deberá *satisfacer ciertos requisitos que puedan considerarse razonables*. Inevitablemente al restringir las posibles formas de agregar las preferencias individuales, se introducen *juicios de valor:* los requisitos de razonabilidad de la regla de elección social son una expresión de principios éticos. Siendo este el único camino de desarrollar una teoría significativa, se intenta como principio general el introducir la menor discrecionalidad posible, es decir, buscar una serie de condiciones que puedan ser universalmente aceptadas[2].

3. *El ámbito de la teoría de la elección social es terriblemente amplio y abarca muy distintos tipos de problemas*. Por tanto, en muchas ocasiones los modelos propuestos deben ser juzgados en relación al problema específico que afrontan. Cabe diferenciar al menos cuatro categorías de problemas que pueden tratarse desde la teoría de la elección social (Sen, 1977b, pág. 54): por una parte, *en relación al proceso de agregación*, puede distinguirse entre problemas que se refieren a agregación de intereses (cómo repartir un pastel) y problemas que se refieren a la agregación de juicios individuales (quién es

[2] El asumir *a priori* unos mínimos requisitos que la regla debe cumplir parece el único camino de romper la recursión al infinito del acuerdo necesario sobre la forma de agregar las preferencias relativas a las condiciones que un criterio de agregación de preferencias debe satisfacer.

el mejor candidato a Alcalde); por otra, *en relación al resultado de la agregación*, se puede desear simplemente asegurar que la regla proporcione algún resultado (es decir, que alguna alternativa sea elegida) o se puede desear que la regla proporcione una valoración del bienestar asociado a las diferentes alternativas. Del cruce entre estos dos criterios surgen las cuatro categorías mencionadas.

El lógico programa de investigación de la Teoría de la Elección Social sería el siguiente: dada una sociedad y una colección de alternativas sociales (por ejemplo, niveles de provisión de servicios públicos y tipos impositivos), estudiar cómo puede especificarse un procedimiento de evaluación (o de elección) colectiva a partir de las preferencias de los individuos, en función de las restricciones a la agregación que se considere razonable imponer. Siguiendo este camino, se obtendrían diferentes reglas de elección social dependiendo del conjunto de principios éticos empleado en la agregación de las preferencias individuales.

Las perspectivas de este programa de investigación se vieron drásticamente reducidas debido al notable resultado obtenido por Arrow (1951-1963), conocido como «Teorema de Imposibilidad». Este resultado indica que imponiendo unas condiciones de agregación relativamente débiles, la única regla de elección social posible resulta ser dictatorial (es decir, la regla de valoración de uno de los individuos de la sociedad). O dicho de otro modo: la conclusión central de Arrow es que no existe ninguna posible regla de agregación de preferencias que sea a la vez «racional», «eficiente», «general» y «democrática». Esta contribución pionera ha marcado fuertemente el desarrollo de la Teoría de la Elección Social; desde entonces gran parte de su programa de investigación se ha dedicado a la búsqueda de vías de escape a este resultado.

* * *

Con objeto de ir centrando el problema, consideremos una sociedad compuesta por un número (finito) de individuos, que denotaremos por el conjunto de índices $N = (1, 2, ..., n)$, y denotaremos por X el conjunto de las alternativas o «estados» sociales (que obviamente variará de unos problemas de elección a otros).

Supongamos ahora que queremos diseñar una regla de valoración social de las alternativas contenidas en X, a partir de la forma en que son valoradas por los individuos que constituyen la sociedad de referencia. Diseñar una regla de tal naturaleza, requiere especificar o dar respuestas a las siguientes cuestiones:

a) *Argumentos a utilizar.*—Aunque ya hemos indicado que se trata de generar un criterio de elección colectiva a partir de los criterios individuales, éstos pueden considerarse de muy diversas formas. Podemos tener en cuenta simplemente si los individuos prefieren A a B, o podemos además tener en cuenta con qué intensidad prefieren A a B, etc.

b) *Aplicabilidad de la regla.*—Habremos de decidir si queremos diseñar una regla de valoración susceptible de cubrir todas las configuraciones posibles de formas de valoración individual o solamente algunas de ellas.

c) *Coherencia/Operatividad de la regla.*—Se trata en este respecto de imponer algún criterio de racionalidad de la misma (por ejemplo, que si la utilizamos dos veces en idénticas circunstancias, nos dé el mismo resultado), y de asegurar una mínima operatividad (es decir, que cuando la utilicemos para valorar alternativas, nos indique cuál de ellas es preferible). En este sentido el énfasis puede ponerse a veces bien en la racionalidad o bien en la decisoriedad de la misma (por ejemplo, el método de elección de mayoría simple siempre nos da una respuesta cuando el número de individuos que vota es impar, pero no es necesariamente transitivo).

d) *Propiedades de comportamiento.*—Finalmente habremos de especificar cómo responde la regla de elección social a las valoraciones individuales. Por ejemplo, si todo el mundo prefiere A a B, sin excepción, es razonable exigir a nuestro criterio de elección social que valore más a A que a B, etc.

En principio, las diversas formas de responder a estas cuestiones darán lugar a reglas de elección social alternativas, como expresión de valoraciones éticas particulares. Así, dado un conjunto de condiciones consideradas como razonables, «si tenemos suerte habrá únicamente una función de elección social que las satisfará. Si somos menos afortunados, pueden existir varias funciones de decisión social que satisfagan tales condiciones o axiomas. Finalmente, será el colmo de la mala suerte que no exista ninguna función capaz de satisfacer las condiciones deseadas» (Arrow (1983, pág. 51)). Como ya hemos comentado anteriormente, las posibilidades reales resultan mucho menores de lo que *a priori* cabría esperar (el teorema de imposibilidad de Arrow supone que en muchos contextos vamos a encontranos en «el colmo de la mala suerte»). A la discusión de estas posibilidades es a lo que vamos a dirigir nuestra atención en lo que sigue.

2. La Teoría de la Elección Social según el enfoque de Arrow

2.1. *El marco de referencia arroviano y el teorema de imposibilidad*

Arrow (1951, 1963) propone un particular conjunto de respuestas a las cuestiones *a*)-*d*) que hemos planteado. La especificación pretende ser lo más general posible, en el sentido de que cada supuesto resulte fácilmente asumible por poseer un alto grado de sentido común y una escasa dosis de arbitrariedad.

La propuesta de especificación de Arrow de las cuestiones *a*)-*d*) es como sigue:

a) Argumentos: *Ordenaciones individuales*, es decir, únicamente el que los individuos ordenen una alternativa antes que otra (pero no las «intensidades de preferencia»).

b) Aplicabilidad: *Universal*, es decir, la regla debe ser susceptible de ser aplicada cualesquiera que sean las configuraciones de preferencia individuales.

c) Coherencia/Operatividad: La regla de evaluación debe ser un *orden*, es decir, debe verificar las propiedades de completitud, reflexividad y transitividad.

d) Comportamiento:

d.1) *Respeto de la unanimidad:* Si todos los individuos prefieren A a B, entonces A debe considerarse socialmente preferida a B.

d.2) *Carácter mínimamente democrático:* La regla de elección social no puede corresponder a los deseos de un único individuo de la sociedad.

d.3) *Independencia:* Cuando estamos valorando un par de alternativas, A y B, únicamente las preferencias de los individuos con respecto a tales alternativas cuentan.

El teorema de imposibilidad de Arrow asegura que no existe ninguna regla de elección social capaz de satisfacer simultáneamente todas estas especificaciones. Cada condición por separado parece razonable, pero conjuntamente generan un resultado terminante: son inconsistentes.

Seamos más precisos y formalicemos este planteamiento. Como indicamos antes, $N = (1, 2, ..., n)$ es el conjunto de índices que identifica a los individuos de la sociedad, y X es el conjunto de alternativas sociales. De acuerdo con *a*), designaremos por R_i el orden de preferencias del individuo i-ésimo; es decir, R_i es una relación binaria que puede leerse como «ser al menos tan preferido como», que verifica las propiedades de completitud, reflexividad y transitividad. A partir de aquí podemos definir las relaciones «ser preferido», que denotaremos por P_i, y «ser indiferente», que denotaremos por I_i. Si designamos por E al conjunto de *todas* las posibles ordenaciones que pueden establecerse sobre los elementos de X, E^n denota el conjunto de todas las n-uplas $(R_1, R_2, ..., R_n)$ de órdenes de preferencia posibles (uno por cada individuo) sobre X.

Entonces, la regla de elección social arroviana puede representarse como:

$$R = F \quad (R_1, R_2, ..., R_n)$$

que de acuerdo con la especificación *c*), es un *orden* (es decir, F representa una aplicación de E^n sobre E). En estas circunstancias, R se conoce como una *función de bienestar social*. La expresión anterior nos indica simplemente que la forma de ordenar socialmente las alternativas contenidas en X, es una función de la forma en que las ordenan los individuos de la sociedad. Análogamente, P e I denotan las correspondientes partes asimétrica y simétrica de la relación R.

Las restantes especificaciones pueden ahora describirse en la forma de los siguientes supuestos:

Condición U (Dominio universal): La función F está definida para todo E^n (es decir, para toda configuración posible de preferencias individuales).

Condición P (Principio de Pareto): $\forall\, x, y \in X$, si xP_iy, para todo i, entonces xPy.

Condición D (No dictador): No existe $j \in N$ tal que para todo elemento de E^n (el dominio de la regla F), y para todo $x, y \in X$, se verifica que:

$$xP_j y \Rightarrow xPy$$

Condición I (Independencia de alternativas irrelevantes): Sean $(R_1, R_2, ..., R_n)$ y $(R'_1, R'_2, ..., R'_n)$ dos posibles configuraciones de preferencias individuales, y sean R y R' las correspondientes relaciones sociales, es decir:

$$R = F(R_1, R_2, ..., R_n) \quad , \quad R' = F(R'_1, R'_2, ..., R'_n)$$

Entonces, si para todo i, $xR_i y \Leftrightarrow xR'_i y$, se verifica que:

$$xRy \Leftrightarrow xR'y$$

Podemos entonces enunciar el famoso teorema de Arrow como sigue:

Teorema (Teorema de imposibilidad de Arrow): *No existe ninguna función de bienestar social capaz de satisfacer simultáneamente las condiciones U, P, D e I.*

(Para una revisión de las variadas formas de probar este teorema, véase Kelly (1978), Suzumura (1983, cap. 3) y Sen (1986, págs. 1078-1084)); una prueba en términos gráficos muy interesante puede verse en Blackorby, Donaldson y Weymark (1984). Una prueba breve en términos de invarianza informacional puede verse en Sen (1986b)).

Como señala Sen (1970b, pág. 38), cada una de estas condiciones resulta bastante inocua, pero conjuntamente «parecen producir un monstruo capaz de devorar todas las pequeñas funciones de bienestar social del mundo». La importancia de este teorema reside en el hecho de que podemos predecir en cada caso cuál es el resultado: «ningún ejemplo específico que podamos considerar será capaz de satisfacer esas cuatro condiciones, sin que para ello tengamos que comprobarlo. Este teorema es completamente general en su nihilismo, y ahorra una larga (y tal vez inacabable) búsqueda» (ibid, pág. 40).

La fuerza de este teorema explica porqué la investigación desarrollada posteriormente puede caracterizarse como una búsqueda de vías de salida del mismo. Cualquier intento de escapar a este resultado implica eliminar alguna de las condiciones impuestas, o debilitar los requerimientos de coherencia o dominio de la función. Revisaremos, pues, a continuación estas vías de escape, pero antes vale la pena hacer dos consideraciones.

La respuesta dada por Arrow a las cuestiones *a*) (los argumentos de la función), *d*.1) (el principio de Pareto) y *d*.3) (la independencia), implican conjuntamente *una estructura informacional particular*. Por un lado, eliminan la posibilidad de computar «intensidades de preferencia» o de realizar comparaciones interpersonales de utilidad; por otro, eliminan toda información que no se recoja en la ordenación de preferencias. *Esta estructura informacional es lo que caracteriza el marco de referencia arroviano*. Las vías de escape que discutiremos a continuación

respetan dicho marco de referencia (mientras que las que analizaremos en la sección siguiente permitirán el establecimiento de comparaciones interpersonales de satisfacción y la computación de intensidades de preferencia).

Adviértase, finalmente, que la intención de Arrow es la de establecer un conjunto de condiciones *necesarias* para la elección de una regla de elección social. Aun sin el resultado de imposibilidad se podría fácilmente llegar a un acuerdo acerca de propiedades adicionales que tal regla debería cumplir, o al menos compartir la opinión de que tales condiciones están lejos de ser suficientes.

2.2. *Vía de escape número* 1: *Relajación del requerimiento de racionalidad de la regla de agregación*

Una de las primeras vías de escape al resultado de imposibilidad que se abordaron, respetando el marco de referencia arroviano, consistió en relajar el requisito de racionalidad colectiva que exigía que $F(R_1, R_2, ..., R_n)$ fuera un orden. Dos caminos diferentes fueron explorados desde esta perspectiva:

a) El primero de ellos consistió en sustituir la propiedad de transitividad de la relación binaria R por alguna propiedad más débil (casi-transitividad o aciclicidad). Las reglas de elección social que asumen supuestos de coherencia más débiles que el de transitividad, sobre R, se conocen como *funciones de decisión social.*

b) El segundo suponía la eliminación del requisito de que la regla de valoración social tuviera la estructura de una relación binaria. En su lugar se plantea el problema de elección social en el contexto más general de aquellas aplicaciones que determinan conjuntos de elección no vacíos, como imagen de las preferencias individuales. Este tipo de reglas de elección colectivas, no necesariamente binarias, se conocen como *funciones de elección social.*

Pasaremos revista brevemente a los principales resultados obtenidos en ambos casos.

En un trabajo de 1969 el profesor Sen observó que si la transitividad de la regla de elección social se imponía no sobre R, sino sobre la relación de preferencia estricta, P (lo que se denominaría «casi-transitividad»), podíamos encontrar reglas de agregación capaces de satisfacer las condiciones U, P, D e I, simultáneamente (surgían así las *funciones de decisión social casi-transitivas).* Para comprobarlo, Sen propuso la «regla de extensión del principio de Pareto», consistente en que para todo par de opciones, $x, y \in X$, x se consideraba socialmente preferido a y, si y sólo si todos los individuos sin excepción preferían x a y; caso contrario, la regla de elección social declaraba ambas opciones indiferentes.

Ciertamente el hallazgo de la regla de extensión del principio de Pareto no era como para sentirse muy feliz (supone sustituir la presencia de un dictador, por

la existencia de un poder de veto para todos y cada uno de los miembros de la sociedad). Por ello la cuestión importante era averiguar si había otras posibles funciones de decisión social casi-transitivas, que resultasen más satisfactorias. Pronto se comprobó que la respuesta era negativa (véase Sen, 1970b, págs. 76-77), Mas-Colell y Sonnenschein (1972)): bajo las condiciones *U*, *P* e *I*, toda función de decisión social casi-transitiva implicaba la existencia de una *oligarquía* (esto es, un subconjunto de individuos con capacidad decisoria sobre los demás, y cada uno de cuyos miembros posee poder de veto). Así que en cierta forma la regla de extensión del principio de Pareto, aun siendo muy mala, constituía la mejor función de decisión social casi-transitiva, en el sentido de que la única oligarquía que contiene está constituida por todos los miembros de la sociedad.

Y los problemas no terminaban ahí. Mas-Colell y Sonnenschein (1972) probaron que si además pedíamos a la regla de elección social que fuera sensible con respecto a las preferencias individuales (lo que designaremos como condición *RP*, o de «respuesta positiva»[3]), entonces toda función de decisión social casi-transitiva resultaba dictatorial. Así pues, si consideramos razonable que las preferencias sociales se muevan en la misma dirección que las preferencias individuales, entonces no hemos avanzado nada al sustituir la transitividad de *R* por la casi-transitividad (es decir, la transitividad de la relación *P*).

Sin embargo, todavía se puede relajar más el supuesto de transitividad de *R*, conservando ciertas propiedades de racionalidad y operatividad. En lugar de la condición de casi-transitividad, podemos considerar la condición de aciclicidad[4], que se define como sigue:

Definición (Aciclicidad): Una regla de decisión colectiva *R* se dice *acíclica* si no existe ningún subconjunto de alternativas $(x_1, \ldots, x_k) \subset X$ tal que:

$$x_1 P x_2 P \cdots x_{k-1} P x_k \quad \text{y} \quad x_k P x_1$$

Así pues, exigir la aciclicidad de la relación *R* equivale a exigir que no haya ningún ciclo en las preferencias estrictas *P*. Denominaremos *Función de Decisión*

[3] La condición RP (Respuesta Positiva) se define como sigue: para todo $x, y \in X$, si para todo $i \in N$ se verifica

$$xP_i y \Rightarrow xP'_i y \quad \text{y} \quad xI_i y \Rightarrow xR'_i y$$

y para algún $j \in N$, sucede que

$$(xI_j y \quad \text{y} \quad xP'_j y) \quad \text{o bien} \quad (yP_j x \quad \text{y} \quad xR'_j y)$$

entonces

$$xRy \Rightarrow xP'y$$

[4] Puede demostrarse que cuando *R* es una relación reflexiva y completa, la aciclicidad es una condición necesaria y suficiente para que exista una elección, sobre cualquier subconjunto finito de alternativas en *X* (véase Sen (1970b, Cap. 1*).

Social Acíclica (FDSA) a aquellas reglas de elección colectiva que satisfacen la propiedad de aciclicidad.

¿Qué resultados pueden conseguirse con respecto a FDSA? En primer lugar señalemos que la sustitución de casi-transitividad por la aciclicidad da lugar a la existencia de individuos con poder de veto parcial; más precisamente, si X posee m elementos, y existen n individuos, puede demostrarse que existirá un individuo con poder de veto para al menos $(m - n + 1)(n - 1)$ opciones (véase Blair y Pollak (1979)). Hablamos de poder de veto parcial, porque dicho poder no se extiende a todos los pares ordenados de X.

Sin embargo, si volvemos a introducir la condición *RP*, resurge la presencia de individuos con poder de veto no restringido (véase Mas-Colell y Sonnenschein (1972); para resultados más generales, véanse los trabajos de Blau y Deb (1977), Blau (1979) y Blair y Pollak (1979)).

A la vista de estos resultados es fácil convenir que no hemos adelantado mucho mediante la relajación del requerimiento de transitividad de R. No es ésta, pues, una vía satisfactoria de escapar al resultado de Arrow.

* * *

Como ya indicamos, un camino adicional que posibilita el debilitamiento de los requisitos de consistencia surge cuando no exigimos que la regla de valoración social posea la estructura de una relación binaria.

Para entender la diferencia de enfoque, denominemos S a un subconjunto cualquiera de X, y por $C(S)$ al conjunto de elementos de S que resultan elegidos. Llamaremos *Función de Elección Social* (FES), a una relación funcional que determina un conjunto de elección $C(S)$ no vacío, para todo subconjunto $S \subset X$.

Obviamente una función de decisión social, $R = F(R_1, R_2, ..., R_n)$, es a su vez una FES (cuando verifica el requisito mínimo de aciclicidad). Sin embargo, lo contrario no es cierto: no toda función de elección social genera necesariamente una relación binaria R acíclica. Así pues, en principio parece que plantear el problema de elección social sin exigir el requisito de que el criterio de elección venga definido por una relación binaria R, resulta más general.

Ahora bien, dado que queremos formular una teoría significativa, algunos requisitos mínimos de consistencia habrán de ser impuestos igualmente sobre la función de elección social (véase Richter (1971)). Sobre las funciones de decisión social, los criterios de coherencia fueron establecidos asumiendo que la relación binaria R fuera un orden (o al menos acíclica). Sobre las funciones de elección social podemos considerar los siguientes requisitos de consistencia:

Propiedad α.—Para todo par de subconjuntos S, $T \subset X$, tales que $S \subset T$, si $x \in S$, es un elemento de $C(T)$, entonces también es un elemento de $C(S)$.

Esta propiedad puede considerarse como una propiedad de consistencia ante contracciones del conjunto de oportunidades: si x es un elemento elegido en un cierto conjunto, y este conjunto es reducido pero x sigue siendo una opción alcanzable, entonces x también será un elemento elegido del nuevo conjunto de oportunidades[5].

Propiedad γ.—Para toda clase S_j de subconjuntos de X, si $x \in C(S_j)$, para todo j, entonces $x \in C(U_j S_j)$.

La propiedad γ es una propiedad de consistencia frente a expansiones del conjunto de oportunidades que contienen alternativas dominadas: si x pertenece a $C(S_i)$ para un determinado conjunto S_i, y aumentamos el conjunto de oportunidades de modo que en cada nuevo subconjunto S_k, x siga perteneciendo a $C(S_k)$, entonces x será un elemento elegido del conjunto formado por la unión de todos ellos.

Condición IS (Independencia de la secuencia).—Para todo par de subconjuntos S, T de X se verifica:

$$C(S \cup T) = C\big(C(S) \cup C(T)\big)$$

Esta condición significa intuitivamente que la elección a la que lleguemos resulta independiente del camino elegido para llegar a ella (véase Arrow (1963, pág. 120), Plott (1973, págs. 1079-1080)). S y T pueden entenderse aquí como subconjuntos en los que se divide en conjunto de oportunidades inicial para elegir primero algunos elementos en S y T, $C(S)$ y $C(T)$, en un proceso de elección iterativo. La condición *IS* nos dice que el resultado final no depende de la secuencia de divisiones seguida.

Es fácil observar que a partir de una función de decisión social podemos derivar una relación binaria, que denotaremos por R_c, como sigue:

$$xR_c y \Leftrightarrow \exists\, S \subset X \,/\, x \in C(S), \qquad y \in S$$

Entonces las propiedades de consistencia impuestas sobre la función de decisión social van a proporcionar cierta estructura a la relación R_c. En particular puede comprobarse que si F verifica la propiedad α, entonces R_c es acíclica; si F verifica las propiedades α y γ, entonces R_c es un orden; finalmente, la propiedad *IS* implica que R_c sea casi-transitiva (véase Sen (1971) (1977a)). De modo que las propiedades de consistencia sobre las funciones de elección social nos devuelvan al mundo de las funciones de decisión social analizadas previamente.

En el siguiente cuadro presentamos de una manera concisa los principales resultados obtenidos tanto para funciones de decisión social (incluyendo en ellas las funciones de bienestar social), como para funciones de elección social. El cuadro ha sido construido en base a una recopilación de teoremas contenidos en Mas-Colell y Sonnenschein (1972), Blair y Pollak (1979), Sen (1971) (1977a) y Blair, Borda, Kelly y Suzumura (1976) (para una discusión más amplia del tema, véase Suzumura (1983, cap. 2)).

[5] Esta propiedad se conoce con otros nombres alternativos, como «propiedad de Chernoff», o como «independencia de alternativas irrelevantes», en terminología de Nash.

CUADRO 1
Características de la regla de elección social bajo distintos supuestos

PROPIEDADES DE CONSISTENCIA / SUPUESTOS	FUNCIONES DE DECISION SOCIAL			FUNCIONES DE ELECCION SOCIAL		
	R transitiva	*R* casi-transitiva	*R* acíclica	α	α, γ	*IS*
U, P, I	Dictatorial	Oligárquica	Poder de veto parcial para algún individuo		Dictatorial	Oligárquica
U, P, I, RP	Dictatorial	Dictatorial	Poder de veto para algún individuo		Dictatorial	Dictatorial

Así pues, en conjunto no parece que la relajación del criterio de racionalidad de la regla de elección social constituya una vía de escape satisfactoria al teorema de imposibilidad.

2.3. *Vía de escape número* 2: *Restricciones de dominio*

Comentaremos brevemente ahora algunos resultados obtenidos cuando restringimos el dominio de aplicación de nuestra regla de elección social. Se trata de discutir si hay alguna forma razonable de sustituir el supuesto U por otro que permita escapar al teorema de Arrow sin que resulte demasiado restrictivo.

Buena parte de los resultados de este enfoque están vinculados al análisis de las propiedades de una regla de elección particular: el Método de Decisión Mayoritaria (MDM en lo que sigue); ello se debe en gran medida a que las posibles formas de agregación de preferencias que se ajustan al enfoque de Arrow son esencialmente procedimientos de votación mayoritaria (véase May (1952)). Concentremos, pues, nuestra discusión en torno a este procedimiento.

La regla de decisión mayoritaria puede precisarse como sigue: dadas dos alternativas $x, y \in X$, x se declara preferido a y si más del 50 por 100 de los individuos consideran que x es mejor que y. Indudablemente esta regla de elección social resulta atractiva por su carácter eminentemente democrático. Puede además comprobarse fácilmente que el MDM satisface las condiciones P, D e I. El problema que plantea es que, sin restricciones de dominio, esta regla de elección social genera valoraciones sociales intransitivas (hecho conocido como «la paradoja de la votación»).

El método de decisión mayoritaria ha sido investigado desde mucho antes que se empezara a hablar de funciones de bienestar social (Borda (1781) y Condorcet (1785) suelen considerarse como las contribuciones pioneras en este campo); en realidad una adecuada discusión del tema requeriría una revisión separada del mismo. El propio Arrow (1951, 1963) sugirió un procedimiento de escapar a su resultado de imposibilidad con el método de decisión mayoritaria mediante una adecuada restricción de las configuraciones de preferencias individuales admisibles. Si resulta que las preferencias de los individuos poseen «una sola cúspide» y el número de «votantes» es impar, entonces el MDM genera una relación de preferencia social transitiva y, por tanto, capaz de satisfacer las condiciones de ser un orden y P, D, I (donde «una sola cúspide» significa que el conjunto de alternativas sociales puede ser ordenado sobre la recta real de modo que la curva de utilidad de cada individuo sea unimodal, es decir, monótona —creciente o decreciente— o bien creciente hasta un cierto punto y decreciente en adelante). Véase Arrow (1963, cap. 2) y Sen (1970, caps. 10 y 10*) para una discusión.

Restricciones de dominio que garantizan la «racionalidad» de los resultados obtenidos mediante el MDM, independientes del número de individuos, se han obtenido en términos de condiciones necesarias y suficientes (aunque la característica de «necesidad» no esté siempre libre de ambigüedad).

Consideremos las siguientes condiciones:

Condición RE (Restricción de extremos).—Para todo trío de elementos $(x, y, z) \subset X$, se verifica que si $xP_i y$ e $yP_i z$, para algún i, entonces para todo $j \neq i$, si $zP_j x$, entonces $zP_j y$ e $yP_j x$.

Esta condición nos dice que si algún individuo prefiere x a y e y a z, entonces todos los que consideren que z es la mejor alternativa del trío (x, y, z), consideran igualmente que x es la peor.

Condición RV (Restricción del valor).—Para todo trío de alternativas $(x, y, z) \subset X$, existe una alternativa, digamos x, tal que todos los individuos la consideran como que no es la mejor, o bien que no es la peor, o bien que no es la alternativa intermedia.

Condición AL (Acuerdo limitado).—Para todo trío $(x, y, z) \subset X$, existe un par ordenado (x, y) de alternativas tal que todo el mundo considera que x es al menos tan buena como y (es decir, para todo i, $xR_i y$).

Sen y Pattanaik (1969) probaron que *para que la regla de decisión mayoritaria fuera una función de decisión social (es decir, generara una relación social de preferencias acíclica), es condición necesaria y suficiente que se verificase alguna de las tres condiciones anteriores, RE, RV o AL* (véase también Sen (1970b, cap. 10*)).

La pregunta inmediata que surge entonces es la siguiente: ¿Es muy plausible que se verifiquen estas condiciones? La respuesta a esa cuestión depende esencialmente del número de individuos y alternativas implicadas. Dichas condiciones resultan plausibles en situaciones en las que un pequeño grupo de personas vota con respecto a un reducido número de alternativas; sin embargo, para sociedades grandes y un número abundante de alternativas, la probabilidad de que tales condiciones sean satisfechas resulta minúscula. En particular «en los problemas económicos de asignación y distribución referidos a un espacio de mercancías rico, hay muy pocas posibilidades de que las condiciones requeridas sean satisfechas» (Sen (1982, pág. 12)).

No nos ocuparemos aquí de las restricciones de dominio dependientes del número de individuos, ni de aquellas de carácter más general (es decir, no vinculadas al MDM). Con respecto a las primeras remitimos al lector a los trabajos de Tullock (1967), Slutsky (1977) y Grandmont (1978); con respecto a las segundas, a los de Maskin (1976) y Kalay y Muller (1977).

Fuera de la discusión hemos dejado también los métodos de votación diferentes de la mayoría simple, y los aspectos estratégicos relacionados (en particular los resultados de imposibilidad relativos a la «puesta en práctica»). Remitimos al lector a los clásicos trabajos de Gibbard (1973), Satterthwaite (1975) y Dasgupta, Hammond y Maskin (1979), a la mencionada revisión de Barberá (1984), y a los libros de Pattanaik (1978) y Moulin (1983).

Como resumen podemos concluir que, aunque en determinadas circunstancias las restricciones de dominio permiten escapar al resultado de imposibilidad, no hemos encontrado todavía un procedimiento adecuado de establecer reglas de valoración social generales, eficientes, racionales y democráticas.

3. La perspectiva informacional y los resultados de posibilidad

Analizaremos ahora los resultados de posibilidad que surgen cuando cambiamos parte del marco informacional característico del enfoque de Arrow, en particular cuando admitimos diferentes grados de cardinalidad y comparabilidad interpersonal. Nos separaremos, pues, aquí del marco arroviano en lo que se refiere a los argumentos de la regla de elección social; más precisamente, sustituiremos las ordenaciones de preferencia individuales por las funciones de utilidad de los agentes, con objeto de disponer de flexibilidad suficiente para establecer supuestos alternativos acerca del grado de mesurabilidad y de comparabilidad interpersonal de las preferencias individuales. Este cambio de perspectiva supone una diferencia esencial en el sentido de que nos permite escapar inequívocamente al resultado de imposibilidad de Arrow, como veremos a continuación[6].

3.1. *Un marco informacional flexible: Funcionales de bienestar social y neutralidad*

Consideraremos ahora que los argumentos de nuestra regla de elección social son las funciones de utilidad de los individuos, en lugar de sus órdenes de preferencias. El objeto de este cambio es el de obtener flexibilidad suficiente como para poder establecer supuestos alternativos acerca del grado de mesurabilidad y comparabilidad interpersonal de las preferencias individuales.

Como antes, X designa el conjunto de alternativas sociales; denotaremos a los elementos de X con las últimas letras del alfabeto (x, y, w, z). Por su parte, N designa el conjunto de índices que indentifica a los individuos que forman la sociedad de referencia. Suponemos ahora que cada individuo posee unas preferencias acerca de los elementos de X, que son representables por una función de utilidad (continua), $u_i : X \to \mathbb{R}$. Denotaremos por $u = (u_1, u_2, ..., u_n)$ al *vector de las funciones de utilidad* de los n miembros de la sociedad (es decir, $u : X \to \mathbb{R}^n$). Dado $x \in X$, $u(x)$ es, pues, un vector que representa numéricamente la utilidad de los individuos, para una cierta configuración de preferencias; emplearemos las primeras letras del alfabeto, para designar valores en el rango de u (es decir, $u(x) = a$, $u(y) = b$, etc., donde $x, y \in X$ y $a, b \in \mathbb{R}^n$). Finalmente denotaremos por U^* el conjunto de todos los n-vectores u correspondientes a todas las posibles funciones de utilidad individuales (es decir, $u, u', u'' \in U^*$ representan vectores de funciones de utilidad que —posiblemente— corresponden a diversas configuraciones de preferencias individuales).

Supondremos aquí (como en el caso de Arrow), que el criterio de racionalidad/operatividad que la regla de elección social debe satisfacer es la de ser un *orden*

[6] Los trabajos publicados a este respecto son numerosos. Probablemente los más interesantes son los siguientes: Hammond (1976), Sen (1977b), y, sobre todo, D'Aspremont y Gevers (1977) y Roberts (1980a, b, c). Una espléndida revisión de esta literatura se encuentra en D'Aspremont (1985); para lectores menos exigentes, Lockwood (1984), Blackorby, Donaldson y Weymark (1984), y Boadway y Bruce (1984, Cap. 5), pueden ser referencias útiles.

(es decir, una relación binaria reflexiva, transitiva y completa). Por tanto, xRy significa que la alternativa x es (socialmente) al menos tan preferida como la alternativa y. Designaremos por E al conjunto de todas las posibles ordenaciones de los elementos de X. Es importante darse cuenta que la ordenación de R depende de la particular configuración de preferencias individuales recogida en los vectores u; por ello, resulta conveniente escribir el orden social asociado a un determinado vector de funciones de utilidad u, como R_u.

Denominaremos *Funcional de Bienestar Social* a una función $F: U^* \rightarrow E$ que expresa la ordenación social de las alternativas en X a partir de las valoraciones individuales de las mismas reflejadas en un vector u de funciones de utilidad. Escribiremos, pues,

$$F(u) = R_u$$

Las correspondientes relaciones sociales de preferencia estricta e indiferencia derivadas de un determinado vector u de funciones de utilidad individuales serán denotadas por P_u e I_u, respectivamente.

Para seguir adelante en nuestra formulación del problema de elección social en este nuevo contexto, conviene distinguir ahora claramente dos tipos de condiciones que hay que especificar: *i*) Por un lado, las *condiciones de agregación* de las utilidades (es decir, la especificación de las propiedades deseables que la regla de elección social debe cumplir); *ii*) Por otro (y ésta es la posibilidad abierta con ésta reformulación), la *cantidad de información* que las funciones de utilidad reflejan, tanto en lo referente a «intensidad» de las preferencias (especificación de la mesurabilidad de la utilidad) como en relación a la posibilidad de establecer comparaciones interpersonales de utilidad (es decir, la posibilidad de establecer afirmaciones del tipo: «el individuo i está mejor con la alternativa x que el individuo j»).

Analizaremos separadamente la especificación de ambos tipos de condiciones. Con respecto a las condiciones de agregación adoptaremos básicamente los axiomas de Arrow (lo que genera, como veremos, el resultado de que únicamente la información contenida en las funciones de utilidad cuenta; ello define el marco conocido como neutralidad). Con respecto a las posibilidades de mesurabilidad y comparabilidad interpersonal, estudiaremos las alternativas más relevantes al respecto.

En línea con el planteamiento de Arrow, asumiremos las siguientes condiciones de agregación:

Condición U (Dominio universal).— El dominio de F es el conjunto U^*.

Condición PI (Pareto-indiferencia).— Para todo $x, y \in X$, y para todo $u \in U^*$, si $u(x) = u(y)$; entonces $xI_u y$.

(La condición *PI* es una variante del principio de Pareto —más restrictiva—, que utilizaremos por conveniencia expositiva).

Condición I (Independencia de alternativas irrelevantes).—Para todo $u, u' \in U^*$, si para cualquier $x, y \in X$ se verifica que $u(x) = u'(x)$ y $u(y) = u'(y)$, entonces R_u y $R_{u'}$, coincide sobre $\{x, y\}$.

(Esta condición es idéntica a la anteriormente empleada en el marco arroviano: simplemente consiste en una «traducción» al caso en que los argumentos de la función de bienestar social son ahora funciones de utilidad en lugar de ordenaciones de preferencias).

Estas condiciones generan dos resultados clave, que recogemos en los siguientes teoremas:

Teorema 2. *Un funcional de bienestar social, $F(.)$, que satisfaga la condición U, satisface las condiciones PI e I si y sólo si verifica la siguiente condición (neutralidad): para todo $x, y, z, w \in X$, $u, u' \in U^*$, si $u(x) = u'(w)$ y $u(y) = u'(z)$, entonces:*

$$xR_u y \Leftrightarrow wR_{u'}z \text{ e } yR_u x \Leftrightarrow zR_{u'}w$$

Prueba: Véase Sen (1977a) y D'Aspremont y Gevers (1977). (Una variante de este resultado utilizando la condición *P* (principio de Pareto) en lugar de *PI* y la noción de «neutralidad débil» puede encontrarse en Roberts (1980b)).

Teorema 3. *Un funcional de bienestar social, $F(.)$, satisface las condiciones U, PI e I si y sólo si existe un orden R^* definido sobre $\mathbb{R}^n$ tal que para todo $x, y \in X$, $u \in U^*$, $a, b \in \mathbb{R}^n$:*

$$xR_u y \Leftrightarrow aR^*b$$

donde $R_u = F(u)$, $a = u(x)$, $b = u(y)$.

Prueba: Véase D'Aspremont y Gevers (1977), Hammond (1979). Resultados relacionados se encuentran de nuevo en Roberts (1980b).

Analicemos el significado de estos dos teoremas, cuyo alcance no debe pasar desapercibido. El teorema 2 establece la equivalencia entre las condiciones *PI* e *I* y la condición de neutralidad, bajo el supuesto de dominio universal. El significado de la condición de neutralidad puede resumirse diciendo que «la posición de las alternativas en el orden social depende de su posición en las relaciones individuales de preferencias, pero no de su naturaleza concreta» (Barberá (1977, pág. 266)). Por tanto, al asumir las condiciones *U*, *PI* e *I* estamos descartando la computación de toda información no contenida en las funciones de utilidad: si la información contenida en las funciones de utilidad con respecto a dos pares de alternativas (x, y), (w, z) es la misma para dos vectores de utilidad u, u', entonces las valoraciones sociales derivadas, R_u, $R_{u'}$ deben ordenar en la misma forma esos dos pares de alternativas.

Es importante comprender que la condición de neutralidad (mucho más exigente que la de independencia), *no* es una condición que impongamos a nuestra regla de elección social como una propiedad deseable (que está lejos de serlo), sino que es un resultado de la conjunción de *U*, *PI* e *I*. (Más adelante —sección

4— discutiremos las implicaciones negativas asociadas a la propiedad de Neutralidad.)

El teorema 3 es importante en un sentido diferente aunque claramente constituye una expresión de «neutralidad». Lo que nos dice es que todos los órdenes R_u definidos sobre X para diferentes vectores u, pueden ser representados por un único orden R^* definido sobre $\mathbb{R}^n$. Es un resultado de naturaleza diferente al anterior en el sentido de que, *dado el teorema* 2, nos permite una operatividad mucho mayor, primero por ser un orden único, y segundo por estar definido sobre $\mathbb{R}^n$, un espacio de propiedades bien conocidas. Puede comprobarse que cuando el funcional $F(.)$ satisface U, PI e I, el orden R^* hereda sus propiedades, de modo que las condiciones adicionales que deseemos imponer pueden establecerse directamente sobre R^* en lugar de sobre F (para una discusión rigurosa, véase D'Aspremont y Gevers (1977)). En adelante denominaremos a la relación R^*, *orden de bienestar social.*

Es hora ya de especificar más el contenido informativo de las funciones de utilidad. En la forma convencional de modelizar los consumidores, las funciones de utilidad constituyen meros indicadores numéricos de la relación de preferencias subyacentes; ello significa que sólo nos proporcionan una información ordinal (es decir, de más o menos, pero no de cuánto más o cuánto menos). Matemáticamente ello equivale a que toda transformación monótona creciente de una función de utilidad, representa la misma relación de preferencias (es decir, resulta informativamente idéntica). Por otra parte, puesto que ello ocurre para cada consumidor individual, no resulta posible comparar las utilidades entre diferentes consumidores. Lo que esto nos indica es que si queremos establecer diferentes supuestos acerca de los grados admisibles de mesurabilidad y comparabilidad interpersonal, deberemos *especificar adecuadamente el conjunto de transformaciones de las funciones de utilidad que vamos a considerar como informativamente equivalentes.*

Establecer supuestos acerca de la *mesurabilidad* de las utilidades supone especificar qué tipo de transformaciones pueden aplicarse a las funciones de utilidad individual sin que se modifique la información utilizable. Establecer supuestos acerca de la *comparabilidad* supone determinar cuánta información es posible utilizar interpersonalmente. Por razones que resultarán aparentes a lo largo de la exposición, estableceremos conjuntamente los supuestos acerca de mesurabilidad y comparabilidad.

Establecer un supuesto acerca del grado de mesurabilidad/comparabilidad equivale, pues, a determinar el conjunto Φ de transformaciones invariantes, $\phi = (\phi_1, \phi_2, ..., \phi_n)$; es decir, especificar las funciones vectoriales $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ que definen transformaciones de las funciones de utilidad informativamente equivalentes. Podemos escribir entonces:

$$u \approx u' \iff u' = \phi(u)$$

para algún $\phi \in \Phi$, donde $u' = (u'_1, u'_2, ..., u'_n)$ y $\phi(u) = (\phi_1(u_1), \phi_2(u_2), ..., \phi_n(u_n))$. Asumiremos que la relación anterior constituye una relación de equiva-

lencia, que particiona el conjunto U^* en subconjuntos cuyos elementos son informativamente indistinguibles (aunque no todos los conjuntos Φ satisfacen los requerimientos para definir una relación de equivalencia, sí lo hacen aquéllos que consideramos aquí).

Antes de entrar en los supuestos informacionales alternativos, vale la pena hacer dos consideraciones:

i) Las particiones de U^* mediante Φ (es decir, la determinación de los vectores de utilidad equivalentes) imponen una cierta estructura sobre el orden R^* (sobre $\mathbb{R}^n$), dado que todos los u' de la forma $u' = \phi(u)$ para cualquier ϕ en Φ deben generar el mismo *ranking* (es decir, sea $u(x) = a$, $u(y) = b$, $u'(x) = a'$, $u'(y) = b'$ con $u' = \phi(u)$; entonces $aR^*b \Leftrightarrow a'R^*b'$).

ii) Existe una relación inversa entre la finura de la partición inducida por Φ y la cantidad de información disponible (es decir, cuantas más transformaciones invariantes admitamos, más pobre es la información contenida en las funciones de utilidad). En relación con la observación anterior, esto implica que cuanto más «pequeño» es Φ, mayor es la información utilizable y menores las restricciones que estamos imponiendo sobre el orden R^*. Consecuentemente, conforme a la información utilizable aumenta, el número de ordenaciones R^* compatibles con un determinado conjunto de condiciones, también aumenta (esto explica que el problema con el teorema de imposibilidad de Arrow no consiste en que estemos exigiendo demasiado a la regla de elección social, sino, en cierto sentido, demasiado poco).

Pasemos ya a considerar los principales tipos de transformaciones invariantes, como expresión de los diferentes supuestos acerca del grado de mesurabilidad/-comparabilidad que podemos establecer (aunque la lista no es exhaustiva, incluye los tipos más frecuentes discutidos en la literatura).

Caso 1: *Ordinalidad y No-comparabilidad (ON).*— $\phi \in \Phi$ si y sólo si ϕ_i es una transformación monótona creciente.

El supuesto ON nos dice que u' es equivalente a u si y sólo si existen funciones crecientes $(\phi_1, \phi_2, ..., \phi_n)$ tales que $u'(x) = [\phi_1(u_1(x)), \phi_2(u_2(x)), ..., \phi_n(u_u(x))]$, para todo $x \in X$. En otras palabras, sea $\phi = (\phi_1, \phi_2, ..., \phi_n)$ un vector n-dimensional de funciones crecientes; entonces para todo a, $b \in \mathbb{R}^n$, $aR^*b \Leftrightarrow \phi(a)R^*\phi(b)$.

Caso 2: *Cardinalidad y No-comparabilidad (CN).*— $\phi \in \Phi$ si y sólo si $\phi_i(t) = \alpha_i + \beta_i t$, con $\beta_i > 0$, para todo $i \in \mathcal{N}$.

Es decir, bajo el supuesto CN podemos elegir, independientemente para cada persona, transformaciones lineales afines; como consecuencia no podemos comparar utilidades de distintos individuos, aunque sí podemos comparar ganancias y pérdidas de utilidad para cada individuo (es decir, ahora $u_i(x) - u_i(y)$ tiene significado).

Caso 3: *Ordinalidad y Comparabilidad (OC).*— $\phi \in \Phi$ si y sólo si $\phi_i = \phi_0$, para todo $i \in \mathcal{N}$, donde ϕ_0 es una transformación monótona creciente.

En este caso únicamente una transformación común a todos los individuos es permitida. Por tanto, ahora resulta posible establecer comparaciones entre los *niveles de utilidad* de los distintos agentes (ya que $u_i \geqslant u_j$ si y sólo si $\phi_0(u_i) \geqslant \phi_0(u_j)$).

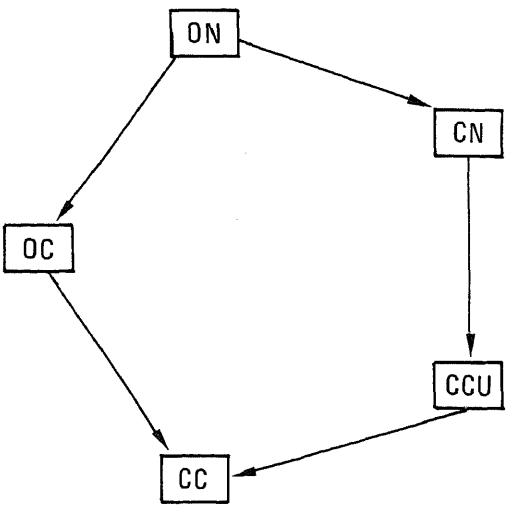
Caso 4: *Cardinalidad y Comparabilidad (CC).*— $\phi \in \Phi$ si y sólo si $\phi_i(t) = \alpha + \beta t$, con $\beta > 0$, para todo $i \in N$.

El supuesto CC requiere el empleo de idénticas transformaciones lineales afines para todos los individuos. Como consecuencia, ahora podemos comparar tanto niveles de utilidad como diferencias en utilidades, interpersonalmente.

Caso 5: *Cardinalidad y Comparabilidad de Unidades (CCU).*— $\phi \in \Phi$ si y sólo si $\phi_i(t) = \alpha_i + \beta t$, con $\beta > 0$, para todo $i \in N$.

Este es un caso intermedio entre CN y CC. Aquí las transformaciones lineales admisibles están restringidas de modo que los términos que ponderan las utilidades son comunes para todos los individuos. CCU permite, pues, comparaciones interpersonales de diferencias de utilidad, pero no de niveles de utilidad.

El siguiente diagrama puede ayudar a ordenar los tipos de transformaciones invariantes en términos del grado de precisión que comportan como indicadores del bienestar individual. El diagrama está organizado de menor (arriba) a mayor (abajo) exigencia informacional.



Señalemos, para concluir, que omitiremos la discusión de las posibilidades de «comparabilidad parcial»; remitimos al lector a Sen (1970c) y (1970b, cap. 7 y 7*).

3.2. *Funcionales de bienestar social bajo distintos supuestos*

Analizaremos ahora las diversas reglas de elección social que es posible obtener en distintos contextos informacionales (todos ellos en el marco de neutralidad). Como veremos, la no-comparabilidad (ya sea ordinal o cardinal) genera reglas de elección dictatoriales, mientras que los diversos tipos de comparabilidad permiten obtener funcionales de bienestar social más satisfactorios (en particular, reglas de tipo leximín y de tipo utilitarista).

La posibilidad de escapar al resultado de imposibilidad en el caso en que admitamos comparabilidad interpersonal, abre la opción de imponer condiciones adicionales sobre el orden de bienestar social. Y ello no sólo porque el sentido común puede sugerirnos propiedades deseables complementarias, sino porque además resulta conveniente derivar las posibles formas funcionales de nuestra regla de elección social de forma unívoca a partir de un conjunto de supuestos satisfactorio (es decir, si en un contexto particular una determinada forma funcional resulta posible, es importante *averiguar qué tipos de juicios de valor son capaces de generar dicha forma funcional*). Ello comporta inevitablemente la introducción de nuevos conceptos y condiciones; trataremos aquí de utilizar el menor número posible de ellas, aun a costa de hacer un repaso incompleto (la discusión que sigue está, pues, lejos de ser exhaustiva, lo que supone perder algunos aspectos interesantes del proceso de deducción, como son la extensión de propiedades del tipo «from inch to ell»; véase a este respecto Sen (1986a), D'Aspremont (1985)).

a) No-comparabilidad

Examinaremos aquí los resultados que pueden obtenerse cuando no permitimos comparaciones interpersonales de utilidad (es decir, cuando utilizamos los supuestos ON y CN). Previamente redefiniremos las condiciones P y D en el contexto de funciones de utilidad.

Condición P (Principio de Pareto).—Para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$ tal que $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$, $a > b \Rightarrow aP^*b$ (donde P^* es la relación de preferencia estricta asociada a R^*).

Condición D (No dictador).—No existe ningún $i \in N$ tal que para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$, $a_i > b_i \Rightarrow aP^*b$, donde $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$.

Con respecto al marco de ordinalidad y no comparabilidad (ON) ya sabemos que no va a existir ninguna función capaz de satisfacer simultáneamente los supuestos U, P, D e I (este es el teorema de imposibilidad de Arrow). Menos obvio es, sin embargo, el hecho de que lo mismo ocurre cuando asumimos el marco de cardinalidad y no-comparabilidad (CN). Este resultado (probado inicialmente en Sen (1970a)), puede verse como una consecuencia del siguiente lema:

Lema: *Un orden de bienestar social, R^*, satisface CN si y sólo si satisface ON.*

Prueba: Véase D'Aspremont y Gevers (1977).

Este lema establece que bajo dominio universal y neutralidad (las condiciones que aseguran la existencia de un orden de bienestar social, R^*), las condiciones de ordinalidad y no-comparabilidad y de cardinalidad y no-comparabilidad resultan informacionalmente equivalentes.

Como una derivación de lo anterior, el resultado de imposibilidad tanto para ordinalidad como para cardinalidad, cuando no permitimos comparaciones interpersonales de utilidad, puede formularse como sigue:

Teorema 4 (Teorema de imposibilidad generalizado): *Si un orden de bienestar social, R^*, satisface las condiciones P y D, entonces no puede satisfacer ni ON ni CN.*

b) Comparabilidad

Hay diversas maneras de deducir los resultados de posibilidad cuando admitimos comparabilidad interpersonal. La estrategia que seguiremos aquí es la siguiente: habíamos indicado anteriormente que existe una relación inversa entre el tamaño de Φ y las restricciones que imponemos sobre R^* (es decir, cuanto más pequeño Φ, mayor flexibilidad tenemos); además es claro que la partición de U^* en subconjuntos de información equivalentes generada por Φ en el caso de cardinalidad y comparabilidad (CC) está contenida tanto en la partición generada en el caso de ordinalidad y comparabilidad (OC) como en la de cardinalidad y comparabilidad de unidades (CCU). Por consiguiente, podemos empezar determinando la clase de funcionales de bienestar social compatibles con CC (que es la clase más grande) y analizar después cómo se restringe al adoptar los supuestos OC, o bien CCU (que serán casos particulares de lo anterior).

Antes de entrar en ello necesitamos definir una serie de conceptos y condiciones. Son los siguientes:

Condición A (Anonimidad).—Sea π una permutación sobre N (es decir, una biyección de N sobre sí mismo), y sean $a, b \in \mathbb{R}^n$, tales que $b_i = a_{\pi(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, n$; entonces aI^*b (donde I^* es la relación de indiferencia asociada a R^*).

La condición A indica que la única información relevante para ordenar socialmente las alternativas en X es el valor de las funciones de utilidad, sin importar quién es el individuo que posee cada función de utilidad. Es claramente una condición más fuerte que D («A» implica «D», pero lo contrario no es cierto).

Condición PF (Principio de Pareto Fuerte).—Para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$, $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$, y para todo $i \in N$, si $a_i \geqslant b_i$, entonces aR^*b; además si $a_j > b_j$, para algún j, entonces $a\,P^*b$.

La condición PF no es más que la condición de eficiencia paretiana habitualmente utilizada en la teoría del equilibrio general. Es una condición más fuerte que P (de hecho, implica tanto P como PI).

En lo que sigue utilizaremos sistemáticamente las condiciones A y PF (en lugar de D y P); con ello vamos a perder de vista algunos resultados, pero a cambio mantendremos una mayor homogeneidad en el discurso (en las referencias indicadas, no obstante, pueden encontrarse los resultados que aquí omitimos).

Definición (Utilitarismo).—Un orden de bienestar social, R^*, se dice *utilitario* cuando para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$, $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$,

$$aR^*b \Leftrightarrow \Sigma a_i \geqslant \Sigma b_i$$

Definición (Utilitarismo débil).—Un orden de bienestar social, R^*, se dice *débilmente utilitario* cuando para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$, $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$,

$$\Sigma a_i > \Sigma b_i \Rightarrow aP^*b$$

Los funcionales de bienestar social de tipo utilitarista son sin duda los de más amplia tradición. En cualquiera de las versiones presentadas constituyen un método de agregación de preferencias realmente simple: sumar las utilidades individuales. Obviamente este criterio satisface las condiciones *A* y *PF* (nótese que estos funcionales no están definidos para *OC*, puesto que requieren computar diferencias de utilidad interpersonalmente).

Definición (Regla del Maximin).—Un orden de bienestar social, R^*, se dice que es una *regla del Maximin* cuando para cualquier $a, b \in \mathbb{R}^n$, $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$, se verifica:

$$\text{mín}_i\, a_i > \text{mín}_i\, b_i \Rightarrow aP^*b$$

La regla del maximin dice simplemente que la ordenación de alternativas se efectúe según el criterio de preferencias de aquel individuo que en cada situación posee un menor nivel de utilidad. El individuo que determina la ordenación puede cambiar de unas alternativas a otras, de modo que esta regla satisface la condición *A* (nótese que esta definición requiere poder comparar niveles de utilidad interpersonalmente, por lo que no es de aplicación en el contexto (CU)). Aunque este tipo de regla de agregación se generará en un contexto diferente (véase Rawls (1971)), se ha convertido en un importante criterio de agregación en los problemas de elección social.

Es fácil comprobar que la regla del maximin no satisface el principio de Pareto fuerte (PF). Sin embargo, con una pequeña modificación (sugerida en Sen (1970a)), puede conseguirse. Para ello denotemos por $I(\,.\,)$ una función de N sobre sí mismo tal que, para todo $a \in \mathbb{R}^n$, y para todo $h, k \in N$,

$$a_{I(h)} < a_{I(k)} \Rightarrow h < k$$

es decir, para cada $a \in \mathbb{R}^n$ tenemos una particular función $I(\,.\,)$ tal que podemos escribir:

$$a_{I(1)} \leqslant a_{I(2)} \leqslant \cdots \leqslant a_{I(n)}$$

donde la función $I(\,.\,)$ determina una ordenación numérica, $\leqslant$, sobre los componentes de a (cuando hay «empates», podemos deshacerlos arbitrariamente).

Ahora podemos definir:

Definición (Regla del leximin).—Un orden de bienestar social, R^*, se dice que es una *regla de leximin* si para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$, $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$, se verifica aP^*b si y sólo si:

$$\text{Para algún } k \in N,\ a_{I(k)} > b_{I(k)}$$
$$\text{Para todo } h < k,\ a_{I(h)} = b_{I(h)}$$

El espíritu de la regla del leximin es idéntico al de la regla del maximin: maximizar el bienestar del individuo que está peor. La única diferencia consiste en que cuando los que están peor son indiferentes ante dos opciones, la decisión de cuál resulta elegida la toma el primer «peor» que no es indiferente.

Definición (Dictador posicional).—Un orden de bienestar social, R^*, se dice que posee un *dictador posicional* si existe algún $j \in N$ (es decir, una «posición») tal que para todo $a, b \in \mathbb{R}^n$,

$$a_{I(j)} > b_{I(j)} \quad \Rightarrow \quad aP^*b$$

El concepto de «dictador posicional» lo que hace es trasladar la noción de dictador de un individuo concreto (el Sr. Gómez), a una posición en la ordenación, $\leqslant$, de los vectores de utilidad (digamos «el séptimo que está peor, decide»). La regla del maximín es un ejemplo concreto de dictador posicional: el que está peor decide. Otro ejemplo particular es su opuesto, lo que se conoce como *regla del maximax:* el que está mejor, decide.

Estamos ya en condiciones de empezar a presentar los resultados de posibilidad, partiendo del contexto de cardinalidad y comparabilidad (CC). A pesar de que se logra obviar el teorema de imposibilidad, no deja de ser paradójico las escasas posibilidades de elegir funcionales de bienestar social existentes.

El resultado básico que utilizaremos como referencia es el siguiente:

Teorema 5: *Todo orden de bienestar social que verifique las condiciones A, PF y CC, o bien es débilmente utilitario, o bien posee un dictador posicional.*

Prueba: Véase Deschams y Gevers (1978) y Gevers (1979) de donde este resultado se puede deducir. Más en general, el teorema 5 puede considerarse como un corolario del teorema 4 de Roberts (1980b).

El teorema 5 nos indica que en el caso en que disponemos de mayor flexibilidad, cardinalidad y comparabilidad, solamente dos tipos de órdenes de bienestar social resultan posibles cuando imponemos las condiciones A y PF: los débilmente utilitarios, o bien los de tipo dictador posicional.

A partir de este resultado no parece ya sorprendente que cuando asumimos cardinalidad y comparabilidad de unidades, los únicos órdenes de bienestar social son de tipo utilitario, mientras que cuando asumimos ordinalidad y

comparabilidad, los únicos órdenes R^* posibles son del tipo «dictador posicional» formalmente:

Teorema 6: *Un orden de bienestar social, R^*, es utilitario si y sólo si satisface las condiciones A, PF y CCU.*

Prueba: Véase D'Aspremont y Gevers (1977); para una deducción usando el marco CC (y añadiendo la condición de continuidad) véase Maskin (1978).

El teorema 6 *caracteriza,* pues, los órdenes de bienestar social utilitaristas y viene de alguna forma a justificar el empleo de funciones de agregación utilitarias, tan frecuente en los primeros economistas neoclásicos.

Teorema 7: *Un orden de bienestar social, R^*, que satisfaga las condiciones A, PF y OC, posee un dictador posicional.*

Prueba: Véase Gevers (1979) y (para una prueba gráfica) Blackorby, Donaldson y Weymark (1984).

El teorema 7 nos sugiere que en el marco de ordinalidad y comparabilidad necesitamos incorporar alguna condición adicional que suponga una restricción ética capaz de eliminar los tipos de dictadura posicional indeseables. Hammond (1979) sugirió la siguiente condición:

Condición EH (Principio de Equidad de Hammond).—Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$, tales que $a = u(x)$, $b = u(y)$, $x, y \in X$, y para algún i y algún j todos los $h \in N$, $i \neq h \neq j$, si:

$$b_i < a_i < a_j < b_j, \quad \text{y} \quad a_h = b_h$$

entonces aR^*b.

Esta condición generaliza el «axioma débil de equidad» introducido en Sen (1973); su significado puede resumirse diciendo que en una situación en la que sólo hay dos personas (o sólo dos personas «afectadas»), si una está peor que otra en las dos alternativas x e y, entonces sus preferencias deben prevalecer.

Incorporando la condición EH a nuestros supuestos puede probarse el siguiente resultado:

Teorema 8: *Un orden de bienestar social, R^*, satisface las condiciones A, PF y EH si y sólo si es la regla del leximin.*

Prueba: Véase Hammond (1979).

Adviértase que en el teorema 8 no hemos introducido explícitamente la condición OC, de modo que el resultado es aplicable tanto al caso de OC como al de CC (recordemos que para CCU el leximin no está definido, y lo mismo ocurre con EH). La razón es sencillamente que, dado el resultado del teorema 5, la condición EH elimina tanto el utilitarismo como aquellos dictadores posicionales diferentes de «el que está peor». La caracterización del leximin en el contexto específico de ordinalidad y comparabilidad puede obtenerse debilitando la condición EH (utilizando en su lugar el supuesto de «equidad mínima») e

introduciendo una condición adicional (denominada «separabilidad»); para una discusión véase D'Aspremont (1985, págs. 53-58).

En el siguiente cuadro sintetizamos los resultados obtenidos en función del marco informacional utilizado y de los supuestos particulares introducidos:

Posibles funcionales de bienestar social bajo diversos marcos informacionales

Supuestos / Marco informacional	Neutralidad, anonimidad y Pareto fuerte
Ordinalidad y No-comparabilidad (ON)	Ninguno*
Cardinalidad y No-comparabilidad (CN)	Ninguno*
Ordinalidad y Comparabilidad (OC)	*a*) Dictador posicional *b*) (+EH) leximin
Cardinalidad y Comparabilidad de Unidades (CCU)	Utilitario
Cardinalidad y comparabilidad (CC)	*a*) Débilmente utilitario o dictador posicional *b*) (+EH) leximín

* Incluso requiriendo sólo *P* y *D*.

Concluiremos esta sección con un par de consideraciones adicionales, que tratan de recoger sintéticamente algunos aspectos no discutidos.

Observación 1.—Para un análisis más completo de los resultados de posibilidad, remitimos al lector a los trabajos de Roberts (1980a, b, c), Sen (1986a) y D'Aspremont (1985).

Observación 2.—Los funcionales de bienestar social tanto de tipo utilitarista como de tipo leximin habían sido previamente deducidos y utilizados en otros contextos. Además, el tipo de derivación axiomática que hemos presentado no es ni mucho menos la única justificación de tales procedimientos de agregación. Con respecto al utilitarismo, remito al lector a los trabajos de Harsanyi (1977, cap. 4); referencias bibliográficas adicionales se encuentran allí. Con respecto a la regla del leximin, véase Rawls (1971) y (1982) y Sen (1970a). Vale la pena señalar que hay un amplio acuerdo respecto a la idoneidad del marco de ordinalidad y comparabilidad para el análisis de problemas distributivos, desde una perspectiva ética (véase, por ejemplo, Arrow (1963, cap. 8) y (1977), Sen (1973, cap. 2), Baumol (1986, cap. 11)).

3.3. *El significado de las comparaciones interpersonales de utilidad*

La introducción de comparaciones interpersonales de utilidad, planteadas como axiomas relativos a invarianzas informacionales, nos ha permitido la obtención de reglas de elección colectiva no dictatoriales. No obstante, hasta ahora no hemos tratado de dar un contenido sustantivo a tales comparaciones, es decir, no hemos precisado qué debemos entender cuando nos enfrentamos a una afirmación del tipo: «El individuo i está mejor en la situación x que el individuo j en la situación y» (donde $x, y \in X$, $i, j \in N$). Analizaremos ahora las posibles interpretaciones de estas comparaciones interpersonales.

Una primera posibilidad consiste en suponer que la medición de la utilidad es en principio una cuestión objetiva: una vez los niveles de utilidad se han obtenido empíricamente, puede procederse de una manera natural a la comparación entre los individuos. Además de la tradicional concepción benthamiana, este enfoque ha encontrado una cierta justificación a partir del concepto de «diferencias perceptibles», cuya idea básica radica en admitir que los individuos tienen un número finito de niveles de indiferencia discernibles frente a cualquier par de alternativas; asumiendo que este número de niveles de indiferencia distinguibles es el mismo para todos los individuos, dicho número puede tomarse como una medida de intensidad de preferencia, comparable interpersonalmente. Esta concepción (desarrollada por Goodman y Markovitz (1952), y posteriormente retomada por algunos autores, como Ng (1975 (1983)), resulta, no obstante, arbitraria, tanto por el principio de medición en sí, como por el supuesto de igual número de niveles de indiferencia distinguibles para todos los individuos, como por la dificultad de asumir la observabilidad de tales diferencias. Para una discusión crítica, véase Luce y Raiffa (1957, págs. 347 y sigs.), Arrow (1963, VII-4) y Sen (1979).

Una alternativa que goza de mucha mayor aceptación es aquella basada en la noción de *extended sympathy* propuesta en Arrow (1963, págs. 114-115). La idea consiste en expandir el conjunto de alternativas sobre el que los individuos pueden ejercer (hipotéticamente) su capacidad de elección, de modo que el dominio de la función de utilidad es ahora $X \times N$ (en lugar de X). Más precisamente, tendremos ahora funciones de utilidad del tipo:

$$\begin{aligned} u_i\colon X \times N &\to \mathbb{R} \\ (x, j) &\to u_i(x, j) \end{aligned}$$

donde $u_i(x, j)$ es la valoración del individuo i-ésimo de estar en la posición del individuo j cuando se da la alternativa x. En este caso ya podemos establecer claramente comparaciones del tipo «Preferiría estar en la posición del individuo j bajo la alternativa x que en la posición del individuo k bajo la alternativa y».

Este enfoque resulta compatible con la modelización convencional de las preferencias individuales. Sin embargo, plantea el problema de que las comparaciones interpersonales dependen de la persona tomada como referencia; consecuentemente, podríamos encontrarnos con tantas formas de comparación inter-

personal como individuos, cuya agregación se enfrentaría con el mismo problema de imposibilidad del que veníamos huyendo (véase Roberts (1980a), Suzumura (1983, Cap. 6)). Hacer operativa esta formulación requiere, pues, introducir alguna restricción sobre las posibles formas de establecer comparaciones interpersonales, por parte de los individuos; podemos agrupar las diversas formas de establecer estas restricciones en tres grandes grupos, que exponemos a continuación:

i) Una primera posibilidad consistiría en asumir *una cierta concordancia entre los individuos* a la hora de juzgar qué se preferiría estando «en la piel del otro». En este sentido se puede simplemente pedir que la forma de ver las cosas por parte de un individuo con respecto a otro sea «respetuosa» con la forma como este último valora las alternativas (es decir, asumimos que para todo $x, y \in X$, para todo $i, j \in N$, $u_i(x,j) \geq u_i(y,j)$ si y sólo si $u_j(x,j) \geq u_j(y,j)$); alternativamente, se puede ser más exigente y pedir una absoluta unanimidad de criterios (es decir, $u_i(x,j) = u_k(x,j)$ para todo $i, j, k \in N$, todo $x \in X$). En el primer caso, obtendríamos únicamente comparabilidad parcial, si bien con un criterio bien fundamentado: cuando todos los individuos coincidieran en valorar que el individuo j está mejor bajo la alternativa x, que el individuo k bajo la alternativa y, podríamos establecer la comparación interpersonal sin ambigüedad; caso contrario no podríamos establecer comparaciones interpersonales (para una discusión del interés de la comparabilidad parcial, veáse Sen (1970b, Caps. 7 y 7*), (1970c), (1973, Cap. 3)). Cuando asumimos unanimidad de criterios la comparabilidad interpersonal resulta completa, si bien las formas de justificar tal unanimidad resultan mucho menos robustas (a este respecto, véase Suppes (1966), Sen (1970b, Caps. 9 y 9*), Harsanyi (1977, Cap. 4), Rawls (1982)).

ii) Una segunda posibilidad consiste en *suponer que las funciones de utilidad individuales vienen a ser como las funciones «condicionales» de una única función de utilidad*, donde el condicional hace referencia a mantener fijos aquellos elementos del conjunto de alternativas que identifican a un individuo, una vez que hemos incorporado al conjunto X «todo aquello que determina la satisfacción de un individuo» (Arrow (1977, págs. 224)). Esta interpretación es la propuesta por Arrow (1977) como especificación de su concepto de *extended sympathy*, y entronca con la noción de «utilidad esencial» desarrollada previamente en Kolm (1972, parte C). Adviértase que esta interpretación resulta muy próxima al caso de unanimidad anterior, si bien aquí la unanimidad se establece a un nivel superior (al nivel de los elementos capaces de «producir satisfacción» a los individuos). Además de las dificultades de computación efectiva que esta concepción supone, el propio Arrow señala un par de problemas anejos: por un lado, esta unanimidad de nivel superior implica un importante reduccionismo, al suponer que un individuo resulta completamente especificado mediante una lista de parámetros; por otro, porque la evaluación de cualidades que un individuo posee por parte de otro que carece de ellas resulta difícil de asumir en un contexto determinista (véase Arrow (1977, pág. 225)).

iii) Finalmente, cabe asumir que *las comparaciones interpersonales son efectuadas por una sola persona, que está dotada de un status particular*, como un «juez imparcial» o

un «observador ético». En este caso, $u_i(x)$ debe interpretarse como $V(x, i)$, donde V es la función de evaluación del «observador ético», lo que supone admitir la relatividad del criterio de comparación con respecto al «instrumento de medición». Nótese que esta interpretación de la comparabilidad interpersonal puede ser operativa sin ser arbitraria, en la medida que se expliciten los juicios de valor empleados y se deduzcan de ellos los criterios de comparación; ésta es de hecho la misma forma de proceder empleada en el diseño de reglas de elección colectiva (donde el criterio de valoración social dependía de los criterios de agregación asumidos), si bien las construcciones teóricas a este nivel faltan casi por completo.

Cualquiera de estas posibles interpretaciones permite dar un contenido sustantivo a los axiomas de invarianza informacional que definen las posibilidades de comparabilidad interpersonal. Es importante advertir, sin embargo, la dependencia del criterio de elección colectiva no sólo de la forma funcional de agregación de las preferencias, sino del contenido que la interpretación de las comparaciones interpersonales proporciona a las «funciones de utilidad» empleadas como argumentos. Este segundo elemento resulta esencial en ciertos contextos, en particular con relación al significado que puede asociarse a las estimaciones del bienestar colectivo.

4. Elección social y bienestar: una valoración crítica

Diseñar una regla de elección social requería, tal y como indicamos en la introducción, especificar una serie de elementos básicos: argumentos a utilizar, aplicabilidad de la regla, coherencia/operatividad de la misma y propiedades de comportamiento. Las diversas formas de precisar estos elementos dan lugar a reglas de elección social alternativas, como expresión de valoraciones éticas particulares.

Resumiendo burdamente las posibilidades con que nos hemos encontrado, podemos concluir: *a*) si utilizamos las ordenaciones individuales como argumentos de esta regla de elección, entonces ésta va a consistir esencialmente en un método de votación, que puede satisfacer ciertos requisitos mínimos de consistencia en determinados contextos (aquéllos en los que las restricciones de dominio que garantizaban la consistencia tienen sentido). *b*) Si utilizamos como argumentos las funciones de utilidad individuales y permitimos comparaciones interpersonales de utilidad, entonces las reglas de elección posibles consisten bien en una suma de utilidades, o bien en la elección de un «dictador posicional» (dependiendo de los criterios éticos y el grado de mesurabilidad asumidos). Tal y como acabamos de ver, este segundo marco de referencia permitía la obtención de reglas de elección colectiva capaces de satisfacer simultáneamente las condiciones U, P, I y D. ¿Hasta qué punto son satisfactorios los resultados obtenidos?

Con objeto de responder a esta cuestión revisaremos ahora las posibles reglas de elección colectiva, desde una perspectiva distinta: aquélla que se centra en las

consecuencias de la estructura informativa «en términos de la información que requieren y de la información que desestiman» (Sen (1986b, pág. 29)).

Para Arrow, una regla de elección colectiva debía entenderse como una ordenación de alternativas sociales obtenida por agregación de las ordenaciones de los individuso, de modo que se satisfacieran las condiciones de Dominio Universal, Principio de Pareto, Independencia de Alternativas Irrelevantes, y No Dictador. Si nos fijamos en la información desestimada en el marco informacional arroviano, podemos concluir que hay dos tipos de factores que no pueden computarse en la elaboración de decisiones sociales:

1) Intensidades de preferencia y comparaciones interpersonales de satisfacción.

2) Información no contenida en las relaciones de preferencia individuales (aspecto conocido como «Neutralidad»).

Estos factores son de naturaleza distinta y tienen consecuencias diferentes. La no consideración de intensidades de preferencia ni de comparaciones interpersonales de satisfacción deriva de asumir que las ordenaciones individuales son los argumentos pertinentes de la función de bienestar social. La exclusión de toda información no contenida en las funciones de preferencia individuales es bien un resultado precipitado por la conjunción de las propiedades de Dominio Universal, Principio de Pareto e Independencia de Alternativas Irrelevantes, o bien un elemento inherente al método de decisión mayoritario.

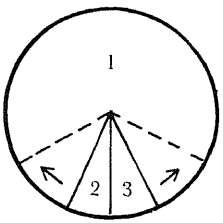
La Neutralidad es, pues, un elemento común a todas las reglas de elección colectiva que hemos considerado, e implica el que la elección social dependa simplemente de la posición que las alternativas ocupan en las preferencias individuales. Esta es una característica que debe ser evaluada cuidadosamente, ya que en principio comporta el que el criterio de valoración colectiva resulte insensible ante aspectos como la *naturaleza de las alternativas,* la *motivación de las preferencias* o las *necesidades, méritos,* etc., de los componentes de la sociedad. Hay multitud de casos en los que estos aspectos resultan esenciales en la evaluación del bienestar colectivo; proporcionamos a continuación una ilustración de ello, para pasar después a discutir la naturaleza de estas deficiencias y sugerir alguna posible forma de compatiblizar los resultados analíticos de la sección 3 con estos aspectos (vía la interpretación de las comparaciones interpersonales de utilidad).

4.1. *Neutralidad y Elección Social*

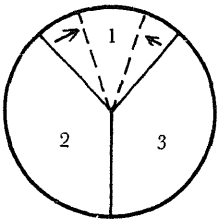
La Neutralidad es una característica central del enfoque de Arrow, pasada a segundo plano por el resultado de imposibilidad, pero «arrastrada» en la derivación axiomática de los resultados de posibilidad. Aun sin el resultado de imposibilidad, el marco informacional arroviano resulta notablemente pobre en determinados contextos. El siguiente ejemplo constituye una buena ilustración del aspecto que queremos resaltar; en él se plantea el problema de redistribuir un pastel (el ejemplo es debido a Sen (1982, págs. 19-20)).

El siguiente gráfico describe dos situaciones alternativas en las cuales se parte de una distribución inicial de un pastel y se procede a una redistribución del mismo.

CASO *A*



CASO *B*



En el caso *A*, la persona 1 es muy rica, mientras que las personas 2 y 3 son muy pobres; mientras que en el caso *B*, las personas 2 y 3 son ricas, mientras que la 1 es pobre. Consideremos en ambos casos una redistribución consistente en cortar un pedazo de la porción de la persona 1 y repartirlo entre las personas 2 y 3, como se indica en el gráfico. Supongamos que todos prefieren tener más pastel a tener menos; en ambos casos, las personas 2 y 3 prefieren que la redistribución se efectúe, mientras que la persona 1 es contraria a ella. Pues bien, usando el marco informativo arroviano, ambos tipos de redistribución son juzgados igualmente, es decir, son indistinguibles. ¿Por qué?, supongamos que queremos decir que la redistribución en el caso *A* está más justificada que en el caso *B;* esta conclusión podría derivarse del hecho de que la persona 1 está mucho peor en el caso *B* con respecto a 2 y 3 que en el caso *A*. Pero si por «estar peor» queremos decir que tiene un menor nivel de satisfacción, estamos efectuando comparaciones interpersonales de satisfacción, que de acuerdo con 1), no son admisibles. Y si por «estar peor» queremos aludir a la obvia situación de que en el caso *B* la persona 1 es mucho más pobre, estamos incorporando información no contenida en las preferencias en nuestra regla de evaluación, lo cual no está permitido de acuerdo con 2). Por tanto, hemos de concluir que ambos casos resultan informacionalmente idénticos desde el enfoque de Arrow. (Adviértase que incluso si permitimos comparaciones interpersonales de utilidad, el mismo resultado podría darse si las personas 2 y 3 son «ambiciosas», mientras que la persona 1 es «conformista».)

El ejemplo planteado se refiere a uno de los problemas típicos en los que el contexto de Neutralidad resulta particularmente deficiente: el problema de evaluar la distribución de la renta. Pero las implicaciones indeseables de la Neutralidad no se reducen a los problemas distributivos. En el siguiente ejemplo se ilustra cómo el no tener en cuenta la naturaleza de las alternativas objeto de elección ni la motivación de las preferencias puede generar conclusiones grotescas. En el caso que ahora planteamos (que podemos etiquetar como el ejemplo del «Angel Caído»), las utilidades son medibles cardinalmente y comparables interpersonalmente (es decir, se trata de un contexto mucho más rico informacionalmente).

La siguiente tabla nos da los niveles de satisfacción de los individuos asociados a dos alternativas sociales:

	Alternativa 1	Alternativa 2
Individuo *r*	10	8
Individuo *p*	4	7
Bienestar Social	14	15

(Adviértase que bajo los supuestos indicados, la función de bienestar social seleccionaría la misma alternativa, tanto si sumamos los niveles de satisfacción como si nos guiamos por la regla del maximin.)

Supongamos primero que el individuo «*r*» es una persona rica y el individuo «*p*» es una persona pobre, y que la alternativa 1 representa la situación actual, mientras que la alternativa 2 representa el resultado de una política redistributiva. Como $15 > 14$, la alternativa 2 es socialmente preferida, lo cual resulta perfectamente razonable.

Supongamos ahora que la misma matriz de utilidad corresponde a una situación completamente distinta. «Sea ahora *r* el conductor de una moto —dichoso, rico, ágil y con buena salud—, mientras que *p* es un peatón —malhumorado, pobre, frustrado y con mala salud—. En la alternativa 1 el individuo *r* corre alegremente con su moto; en la alternativa 2 cae inadvertidamente en una zanja, destrozando la moto y magullándose considerablemente. El conductor de la moto está peor en la situación 2 que en la 1, mientras que el peatón, que en modo alguno ha provocado el accidente, disfruta completamente del desconcierto y malestar del motorista (¡Podría morirme de risa mirando a ese "Angel Caído"!)» (Sen (1979, pág. 477)). En este caso, el resultado 2, ¡también sería socialmente preferido!

El problema con el resultado de Neutralidad es que si queremos mantener la posibilidad de diseñar reglas de aplicación general, obviar la Neutralidad supone renunciar bien al Principio de Pareto, o bien a la Independencia de Alternativas Irrelevantes. Un juicio apresurado tal vez nos llevara a la conclusión de que lo que hay que hacer es simplemente abandonar la condición I, que puede entenderse como una condición esencialmente operativa (véase Arrow (1963, III-3, VI-7 y VIII-4)), dado que el principio de Pareto parece difícilmente discutible. Una reflexión más detenida, sin embargo, nos hará ser más cautos. El ejemplo del «Angel Caído», con ser un esperpento, no deja de sugerir que en determinadas circunstancias las preferencias individuales no pueden adoptarse como único criterio de evaluación social; entonces el Principio de Pareto pierde buena parte de su fuerza.

Con objeto de precisar más este razonamiento, consideremos seguidamente un caso más específico en el que se plantea un conflicto entre el Principio de Pareto y el respeto de las libertades individuales. Se trata del problema conocido como «La Paradoja Liberal».

El marco de referencia particular a que nos referimos ahora se caracteriza porque entre las alternativas contenidas en X existen algunas que pueden considerarse como pertenecientes a la esfera de decisión meramente individual, por ejemplo, dormir boca arriba o dormir boca abajo. Se trata, pues, de un contexto en el que se involucran las reglas de decisión social con los derechos y libertades individuales (podemos pensar, por ejemplo, que se trata de una situación de elección social consistente en la elaboración de leyes por un Parlamento). Es importante tener en cuenta la especificación del marco de referencia para poder comprender adecuadamente el alcance del resultado de la «paradoja liberal», que, en resumen, consiste en un conflicto entre el Principio de Pareto y la aceptación de esferas de decisión individual. Este resultado fue establecido por Sen (1970a), (1970b, Caps. 6 y 6*) y ha generado una abundante literatura (véase Sen (1976) para una revisión).

Supongamos, pues, ahora que nuestro problema de elección se refiere a un conjunto de alternativas X, en el que se incorporan alternativas que pueden considerarse como cuestiones privadas de los individuos. La existencia de aspectos puramente privados debería ser respetada por cualquier regla de decisión social que merezca el apelativo de razonable. Este respeto a la privacidad puede formalizarse asumiendo el requerimiento *mínimo* siguiente: existen al menos dos personas que pueden decidir al menos sobre un par de alternativas cada una (es decir, pedimos a la regla de elección social que respete la decisión de al menos dos individuos sobre, al menos, un par de cuestiones privadas[7]). Este requisito se conoce como «mínimo liberalismo».

La Paradoja Liberal consiste en el siguientes resultado: No existe ninguna función de decisión social capaz de satisfacer las condiciones de Dominio Universal, Principio de Pareto y Mínimo Liberalismo.

Para ilustrar intuitivamente la naturaleza de la contradicción entre el Principio de Pareto y la libertad individual, consideremos el siguiente ejemplo (una versión libre el propuesto por Sen (1970b, págs. 80-81)). Hay una revista (digamos el *Play Boy*) que puede ser «leída» por el señor A (el «devoto»), por el señor B (el «libertino») o por ninguno de los dos. Fijadas todas las demás variables relevantes, denotemos por a, b y c, respectivamente, estas tres alternativas sociales. Consideremos ahora la siguiente posibilidad: el devoto señor A prefiere en primer lugar c («Que nadie lea esa revista»), en segundo lugar a («Si alguien tiene que leerla, que sea yo que poseo una mayor integridad moral»), y finalmente b («Imagino a ese libertino babeando de lascivia»). El libertino señor B prefiere en primer lugar a («Será un buen shock para ese meapilas»), luego b («Será divertido»), y finalmente c («Es una pena que nadie disfrute de esa revista»). De acuerdo con el respeto a la libertad individual, puesto que B prefiere leer él la revista, antes que no la lea nadie, entonces b es socialmente preferido a c; puesto que A no quiere leerla, c es socialmente preferida a a

[7] Adviértase que la condición de que aspectos puramente privados pertenezcan al conjunto X es esencial para que tal condición tenga sentido.

(adviértase que en ningún caso *A* lee la revista aquí). Pero resulta que *a* es Pareto superior a *b*, con lo cual se genera un ciclo.

Este resultado cuestiona, pues, la indiscutida validez del Principio de Pareto en determinadas circunstancias (en particular cuando encontramos preferencias «entrometidas»). Mas en general, lo que la Paradoja Liberal señala es que el uso de preferencias individuales independientemente de su motivación como base de la valoración social de aspectos como la libertad individual, puede resultar inadecuado. Y lo mismo cabe decir en relación a aspectos tales como la igualdad o la justicia[8]. Adviértase que lo que se dice es que no resulta satisfactorio el uso de las ordenaciones de preferencia *sin más*, en aspectos relacionados con libertad, justicia o asignación de derechos, *no* que las valoraciones de los individuos no sean una base necesaria para la valoración social de estos aspectos.

a) Preferencias, utilidad y evaluación del bienestar

Acabamos de ver cómo la propiedad de Neutralidad proporciona a las reglas de elección colectiva una estructura informacional que en muchos contextos puede resultar inadmisible. Por ello hemos de valorar con cautela los resultados de posibilidad obtenidos; en particular, y dado el amplio abanico de problemas que se contempla bajo el rótulo de «Elección Social», el análisis anterior sugiere que la validez de los procedimientos de elección colectiva depende también del tipo de problema con que nos enfrentamos. Se pone de manifiesto así «la dificultad fundamental para un tratamiento unificado y universal de la elección social» (D'Aspremont (1985, pág. 37)).

La consecuencia que se deriva de todo ello es que podemos considerar satisfactorias las reglas de elección social obtenidas en la medida que el marco informacional de Neutralidad resulte admisible en relación al problema considerado. Sin embargo, en tanto que la evaluación de alternativas sociales parece requerir en determinados contextos el tomar en cuenta aspectos adicionales a la mera computación de las funciones de utilidad individuales, no podemos estar satisfechos por completo de los resultados alcanzados. Y ello hace referencia en particular a la evaluación de problemas de carácter distributivo.

Cuando queremos diseñar una reforma impositiva, proveer un cierto servicio público o decidir la distribución del Presupuesto del Estado, por ejemplo, parece difícil negar que otras consideraciones además de las preferencias de los individuos deben ser tenidas en cuenta; y de hecho en muchas actuaciones públicas se tienen (pensemos en las subvenciones a la prensa, la promoción de la cultura o la obligatoriedad de la Seguridad Social). Y, sin embargo, el

[8] Unas pocas referencias básicas en torno a estas cuestiones (además de las ya mencionadas), son Mill (1859), Batra y Pattanaik (1972), Gibbard (1974), Nozick (1974), Farrell (1976) y Kelly (1976a, b). En Suzumura (1983, Cap. 7) se encuentra una actualizada discusión de los temas implicados.

criterio de que las valoraciones sociales deben responder a las valoraciones de los individuos de la sociedad (agregadas de alguna manera razonable), parece incuestionable. Buena parte del aparente antagonismo entre las dos consideraciones reside en una cierta confusión entre preferencias, utilidad y bienestar (tres conceptos muchas veces utilizados como sinónimos pero que no está nada claro que lo sean)[9].

Las preferencias de un individuo describen su forma de ordenar opciones (disponibles o imaginables); constituyen una expresión de sus «gustos» y determinan su comportamiento en la elección. Cuando esta ordenación es representable mediante una función continua, las preferencias se identifican con dicha función, que se conoce como función de utilidad. Originalmente, sin embargo, el término utilidad aludía a algo distinto: trataba de reflejar la felicidad, satisfacción o grado de cumplimiento de los deseos y aspiraciones de los individuos. Haremos aquí el supuesto de identificar ambas cosas, utilizando el término de utilidad con este ambivalente significado[10]. La noción de bienestar, sin embargo, parece que debe cubrir una referencia más amplia (con esta o con otra denominación); en particular no sólo debe tomar en cuenta la utilidad de un individuo *dadas sus circunstancias personales,* sino *evaluar* a la vez tales circunstancias. Lo que sugerimos es que la evaluación del bienestar debe referirse a la *evaluación de las oportunidades* efectivas de que un cierto individuo dispone (si se quiere, en relación con las de otros individuos de la sociedad a la que pertenece). La idea central es que las «circunstancias personales» de un determinado individuo, relevantes con respecto al problema que consideremos (necesidades, riqueza, derechos y libertades, etc.), definen su conjunto de oportunidades, y que la evaluación de tal conjunto de oportunidades (que nosotros asociaríamos con la noción de bienestar) es un tema sustancialmente distinto de la utilidad o la forma en que tal individuo ordena las opciones[11]. A nuestro entender éste es

[9] En este sentido existe en la literatura una amplia discusión crítica en torno al empleo de las funciones de utilidad como guías de las valoraciones sociales; remito al lector a los trabajos contenidos en las siguientes compilaciones: Shelly y Bryan (1964), Phelps (1973), Hahn y Hollis (1979), Sen (1982, parte I), Sen y Willians (1982), Elster (1986), y Elster y Hylland (1986), y el librito de Sen (1985b). A pesar de la multiplicidad de críticas, las construcciones positivas faltan casi por completo (véase, no obstante, lo sugerido en Sen (1985b)); por otra parte, en algunos casos tales críticas parecen «ir demasiado lejos», en el sentido de querer captar tantos elementos diferentes de la utilidad, que se desdibuja el campo de lo económico y se entra en el terreno de la Psicología, la Filosofía o la Etica. La cuestión de fondo es la de cuáles deben ser los argumentos de las evaluaciones de Bienestar Social.

[10] No sólo se trata de que «utilidad» (en su acepción clásica) y «preferencias» sean conceptos distintos, sino que en la ordenación de opciones y en la elección de un individuo pueden entrar otros elementos difícilmente reducibles a satisfacción personal (como los valores morales, el sentido del deber, etc.), de modo que ni siquiera «a efectos prácticos» pueden identificarse (véase Sen (1976)). Vale la pena señalar, no obstante, que para muchos propósitos (teoría de los consumidores y los productores, equilibrio) tal distinción no resulta necesaria, en el sentido de que la concepción tradicional de la utilidad no juega ningún papel.

[11] La idea de utilizar como referencia los conjuntos de oportunidades no es nueva, si bien se ha empleado en un contexto distinto; véase Koopmans (1964), Kreps (1977), y Archibald y Donaldson (1979). Véase, no obstante, la discusión en Roemer (1985).

un aspecto que resulta crucial en la evaluación del bienestar en general y a la hora de establecer comparaciones interpersonales en particular.

La falta de flexibilidad de la formulación estándar de la teoría de la Elección Social para computar esta más amplia noción de bienestar, reside en la estrecha concepción de los argumentos de la función de evaluación. Se parte de tomar las funciones de utilidad individuales como únicos argumentos y se carga el peso de toda posible discriminación sobre la forma de la función (es decir, sobre las condiciones de agregación).

* * *

De lo anterior cabría concluir que hay que abandonar el marco de la Neutralidad, si prentendemos formular una teoría general y significativa de la elección social. Con ser ésta una conclusión legítima, plantea dos inconvenientes importantes: por una parte, renunciar al marco analítico y conceptual que nos ha permitido obtener los resultados de posibilidad de forma precisa, a partir de un conjunto de juicios de valor bien especificados; por otra, porque no parece haber un camino claro de escapar a la Neutralidad, habida cuenta de las dificultades de tipo «paradoja liberal», que no dependen de este marco de referencia.

Un camino alternativo (que aun no estando exento de dificultades ni limitaciones nos parece más sugestivo), consiste en reinterpretar el significado de los valores $u_i(x)$ que constituyen en los argumentos de la regla de elección colectiva. En este sentido, la interpretación de las comparaciones interpersonales de utilidad en términos de un «observador ético», nos proporciona la flexibilidad necesaria: podemos interpretar los índices de utilidad como evaluaciones normativas que computan tanto las preferencias individuales como aquellos otros aspectos relevantes en relación al problema de elección de que se trate. Con ello conseguiríamos introducir la información relevante, no contenida en las funciones de preferencia individuales, sin alterar el marco analítico desarrollado: tal información no se incorporaría en el proceso de agregación, sino en los propios argumentos de la función de bienestar.

Aunque no es este el lugar apropiado para desarrollar este tipo de formulación alternativa, señalemos, como sugerencia de procedimiento, que si llamamos θ a la matriz de *características personales relevantes en relación al problema de que se trate*, podemos definir una función de evaluación social, V, como

$$V = V[u(x), g(\theta)]$$

donde $u(x)$ es el vector de funciones de utilidad, $x \in X$, y $g(\theta)$ es la valoración del observador ético de las «circunstancias personales» de cada uno de los individuos. Cada individuo entraría, pues, en la función de evaluación social con un par de *inputs* informacionales de naturaleza distinta: sus preferencias, $u_i(.)$, y su «posición social», θ^i. Una forma de hacer operativo este esquema es tomando g con un rango sobre R^{n+}, de modo que $\beta = g(\theta)$ constituye un

vector de «pesos» que diferencia la forma en la que cada individuo entra en la función de evaluación social. Los requisitos exigidos entonces sobre la agregación resultan menos fundamentales[12].

Lo que se pretende indicar con esta sugerencia de formulación es que nos parece un ejercicio fundamentalmente distinto aquel de modelizar el comportamiento de los agentes económicos individuales en los mercados, de aquel otro de diseñar criterios de evaluación del bienestar social. Lo que aquí se propone es que la evaluación del bienestar social debe estar fundamentada en el bienestar de los individuos que constituyen la sociedad, pero también hemos intentado enfatizar que identificar bienestar con preferencias no parece justificado y que tomando únicamente la utilidad como argumento de las funciones de bienestar social estamos quizá desenfocando el problema y exigiendo demasiadas cosas a las formas funcionales posibles. Otras formulaciones alternativas con este mismo espíritu se encuentran en Dworkin (1981), Sen (1985b), Roemer (1985).

5. Comentarios finales

A lo largo de esta panorámica de la Teoría de la Elección Social hemos presentado el Teorema de Imposibilidad de Arrow, y hemos pasado revista a las diversas vías de escape al mismo. El nihilismo del resultado de Arrow explica que buena parte del programa de investigación de la Teoría de la Elección Social se haya concentrado en la búsqueda de modificaciones del esquema arroviano con objeto de poder garantizar la existencia de reglas de agregación de preferencias generales, eficientes, racionales y democráticas. Hemos visto, sin embargo, que el Teorema de Imposibilidad resulta notablemente robusto en tanto se mantengan los elementos característicos del enfoque arroviano: ordinalidad y no comparabilidad de las preferencias, por un lado, e independencia de alternativas irrelevantes por otro.

En realidad, el marco arroviano no sólo presenta el inconveniente resumido en el Teorema de Imposibilidad, sino que implica a su vez que toda información no contenida en los valores de las funciones de utilidad individuales resulte irrelevante (el marco definido como «Neutralidad»). El enriquecimiento de la información utilizable, en particular permitiendo comparaciones interpersona-

[12] Funciones de bienestar social de este tipo puede considerarse el «utilitarismo generalizado» $(F(x) = \Sigma \beta_i u_i(x))$, o lo que podemos llamar la «regla débil del maximin» $(F(x) = \min_j (\beta_j u_j(x)))$. Como una ilustración de lo que entendemos por «circunstancias personales», consideremos el análisis de la desigualdad efectuado a partir de una Encuesta de Presupuestos Familiares usando índices normativos (véase, por ejemplo, Ruiz-Castillo (1986), en relación al caso español); además de la información de los gastos corrientes de las unidades familiares, las «circunstancias personales» pueden comprender en este caso aspectos como tamaño de la unidad familiar, equipamiento (bienes duraderos), servicios sociales proporcionados en su Comunidad de residencia, etc. (Nótese que la mayor parte de estos datos aparecen recogidos en la citada Encuesta.)

les de utilidad, permite escapar al resultado de imposibilidad y encontrar formas específicas de agregación de preferencias. Permanecen, no obstante, algunos problemas, como son la interpretación de las comparaciones interpersonales de utilidad y la dificultad de computar información que pudiera considerarse relevante, pero que no aparece reflejada en los valores de las funciones de utilidad.

Finalmente, vale la pena señalar que ha habido un amplio conjunto de temas que pertenecen al ámbito de la Teoría de la Elección Social de los que no nos hemos ocupado: el caso de infinitos agentes, la comparabilidad parcial, la elección dinámica, las preferencias sociales estocásticas, los problemas de equidad, justicia y desigualdad, etc. Dos ausencias específicas queremos singularizar. En primer lugar la que hace referencia a toda la temática vinculada a los aspectos estratégicos y de puesta en práctica. En segundo, la relativa al enfoque Bergson-Samuelson de la elección social. Con relación a la primera nos remitimos a las referencias apuntadas anteriormente (véase la primera nota a pie de página y la observación con que concluye la sección 2). Cerraremos el trabajo con una breve alusión al enfoque Bergson-Samuelson.

La característica esencial del enfoque Bergson-Samuelson estriba en que restringe el dominio de la regla de valoración social a una cierta configuración de preferencias: «puede ser una cualquiera, pero es solamente una» (Samuelson (1967, pág. 49)). Así, el programa de investigación desde este enfoque consistiría en tener una sociedad con una configuración de preferencias dada, y analizar las posibles formas de agregación de las mismas.

Dado que el Teorema de Imposibilidad de Arrow se basa en dos condiciones que implican la presencia de múltiples configuraciones de preferencias, no parece claro cómo este resultado afecta a las funciones de bienestar social del tipo Bergson-Samuelson. A finales de los setenta se planteó una cierta polémica a este respecto; Samuelson (1977) entre otros, negó la posibilidad de aplicar el resultado de Arrow en este contexto; otros autores (Kemp y Ng (1976), Parks (1976), Pollak (1979), Roberts (1980c)) comprobaron que si se da una cierta «variedad» entre las preferencias de los individuos en relación al número de alternativas disponibles, entonces el Dictador volvía a resurgir (si bien la noción de dictador en este contexto resulta menos claramente definida, y tanto menos cuanto mayor es la proporción entre individuos y alternativas).
Indiquemos, finalmente, que resultados de caracterización análogos a los presentados en la sección III, bajo el supuesto de comparabilidad interpersonal, también se han obtenido para las funciones de bienestar social Bergson-Samuelson (véase a este respecto el reciente trabajo e Slivinski (1987)).

Referencias

Archibald, G. C., y Donaldson, D. (1979): «Notes on Economic Equality», *Journal of Public Economics*, vol. 12, págs. 205-214.

Arrow, K. J. (1951-1963): *Social Choice and Individual Values*, 2.ª ed., Yale University Press, New Haven.

Arrow, K. J. (1977): «Extended Sympathy and the Possibility of Social Choice», *American Economic Review*, Supplementary Issue of the Proceedings, págs. 219-225.
Arrow, K. J. (1983): *Social Choice and Justice. Collected Papers of Kenneth J. Arrow*, vol. 1, Cambridge, MA Harvard University Press; and Oxford, Blackwell.
Barberá, S. (1977): «Desarrollos recientes en la Teoría de la Elección Social», *Hacienda Pública Española, 44*: 247-269.
Barberá, S. (1984): «El Análisis de Incentivos en Economía Normativa», *Revista Española de Economía*, 2.ª época, *1*: 99-131.
Batra, R. M., y Pattanaik, P. K. (1972): «On Some Suggestions for Having Non-binary Social Choice Functions», *Theory and Decisión, 3*: 1-11.
Baumol, W. J. (1986): *Superfairness, Applications and Theory*, The MIT Press, Cambrigde, MA.
Bergson, A. (1953): «A Reformulation of Certain Aspects of Welfare Economics», *Quarterly Journal of Economics, 52*: 310-334.
Blackorby, Ch.; Donaldson, D., y Weymark, J. A. (1984): «Social Choice and Interpersonal Utility Comparisons: A Diagrammatic Introduction», *International Economic Review*, vol. 25, *núm. 2*, págs. 327-356.
Blair, D. H.; Bordes, G.; Kelly, J. S., y Suzumura, K. (1976): «Impossibility Theorems without Collective Rationality», *Journal of Economic Theory, 13*: 361-379.
Blair, D. H., y Pollak, R. A. (1979): «Collective Rationality and Dictatorship: The Scope of the Arrow Theorem», *Journal of Economic Theory*, vol. 21, págs. 186-194.
Blau, J. H. (1979): «Semiorders and Collective Choice», *Journal of Economic Theory*, vol. 21, págs. 195-206.
Blau, J. H., y Debb, R. (1977): «Social Decision Functions and Veto», *Econometrica*, vol. 45, págs. 871-879.
Boadway, R. W., y Bruce, N. (1984): *Welfare Economics*, Oxford, Basil Blackwell.
Borda, J. C. (1781): «Mémoire sur les élections au scrutin», *Memoires de l'Académie Royale des Sciences;* versión inglesa de A. de Grazia, Isis, 44 (1953).
Condorcet, M. de (1785): *Essai sur l'Application de l'Analyse a la Probabilité des Decisions Rendues à le Plurarité des voix*, París.
Dasgupta, P.; Hammond, P., y Maskin, E. (1979): «The Implementation of Social Choice Rules: Some General Results on Incentive Compatibility», *Review of Economic Studies, 46*: 185-216.
D'Aspremont, C. (1985): «Axioms for Social Welfare Orderings», en *Hurwicz, Schmeidler y Sonnenschein* (eds.), 1985, págs. 19-76.
D'Aspremont, C., y Gevers, L. (1977): «Equity and Informational Basis of Collective Choice», *Review of Economic Studies, 44*: 199-209.
Deschamps, R., y Gevers, L. (1978): «Leximin and Utilitarian Rules: a Joint Characterisation», *Journal of Economic Theory, 17*: 143-163.
Dworkin, R. (1981): «What is Equality? Part 2: Equality of Resources», *Phylosophy and Public Affairs, 10*: 283-345.
Elster, J. (1986) (ed.): *Rational Choice*, Oxford, Basil Blackwell.
Elster, J., y Hylland, A. (eds.) (1986): *Foundations of Social Choice Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.
Farrell, M. J. (1976): «Liberalism in the theory of social choice», *Review of Economic Studies, 43*: 3-10.
Fishburn, P. C. (1973): *The Theory of Social Choice*, Princeton: Princeton University Press.
Gevers, L. (1979): «On Interpersonal Comparability and Social Welfare Orderings», *Econometrica, 47*: 75-89.
Gibbard, A. (1973): «Manipulation of Voting Schemes: A General Result», *Econometrica, 41*: 587-601.
Gibbard, A. (1974): «A Pareto-Consistent Libertarian Claim», *Journal of Economic Theory, 7*: 338-410.
Grandmont, J. M. (1978): «Intermediate Preferences and Majority Rule», *Econometrica, 46*: 317-330.
Goodman, L. A., y Markovitz, H. (1952): «Social Welfare Functions Based on Individual Rankings», *American Journal of Sociology, 58*: 257-262.

Hahn, F., y Hollis, M. (1979) (eds.): *Philosophy and Economic Theory*, Oxford, O.U.P.
Hammond, P. J. (1976): «Equity, Arrow's Conditions and Rawl's Difference Principle», *Econometrica, 44*: 793-804.
Hammond, P. (1977): «Dual Interpersonal Comparisons of Utility and the Welfare Economics of Income Distribution», *Journal of Public Economics, 7*: 51-71.
Hammond, P. (1979): «Equity in two person Situations: Some consequences», *Econometrica, 47*: 1227-1136.
Harsanyi, J. C. (1977): *Rational Behaviour and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations*, Cambridge, Cambridge University Press.
Hurwicz, L.; Schmeidler, D., y Sonnenschein, H. (eds.) (1985): *Social Goals and Social Organization, Essays in Memory of Elisha Pazner*, Cambridge University Press, Nueva York.
Kelly, J. S. (1976a): «The Impossibility of a Just Liberal», *Economica, 42*: 67-75.
Kelly, J. S. (1976b): «Rights-Exercising and Pareto Consistent Libertarian Claim», *Journal of Economic Theory, 13*: 138-153.
Kelly, J. S. (1978): *Arrow Impossibility Theorems*, Nueva York: Academic Press.
Kemp, M. C., y Ng, Y. K.: «On the Existence of Social Welfare Functions, Social Orderings and Social Decision Functions», *Economica, 43*: 59-66.
Kolm, S. C. (1972): *Justice et Equité*, París, C.N.R.S.
Koopmans, T. C. (1964): «On Flexibility of Future Preferences», en Shelly y Bryan (eds.) (1964).
Kreps, D. M. (1979): «A Representation Theorem for —Preference for Flexibility», *Econometrica*, vol. 47, págs. 565-577.
Lockwood, B. (1984): «Social Choice, Interpersonal Comparability and Welfare Economics», en Van der Ploeg (ed.), 1984, págs. 371-400.
Luce, R. D., y Raiffa, H. (1957): *Games and Decisions*, Nueva York, John Wiley.
Mas-Colell, A., y Sonnenschein, H. F. (1972): «General Possibility Theorems for Group Decisions», *Review of Economic Studies, 39*: 185-192.
Maskin, E. S. (1977): «Nash Equilibrium and Welfare Optimality», mimeo.
Maskin, E. (1978): «A Theorem on Utilitarianism», *Review of Economic Studies*, vol. 45, págs. 93-96.
May, K. O. (1952): «A Set of Independent Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decision», *Econometrica, 20*: 680-684.
Moulin, H. (1983): *The strategy of social choice*, Amsterdam: North-Holland.
Ng, Y. K. (1975): «Bentham of Bergson? Finite Sensibility, Utility Functions and Social Welfare Functions», *Review of Economic Studies, 42*: 545-569.
Ng, Y. K. (1983): *Welfare Economics* (edición revisada), Londres, Macmillan.
Parks, R. P. (1976): «An Impossibility Theorem for Fixed Preferences: A Dictatorial Bergson-Samuelson Social Welfare Function», *Review of Economic Studies, 43*: 447-450.
Pattanaik, P. K. (1978): *Strategy and Group Choice*, Amsterdam: North-Holland.
Phelps, E. S. (ed.) (1973): *Economic Justice. Selected Readings*, Harmondsworth, Penguin Books.
Ploeg, F. van der (1984): *Mathematical Methods in Economics*, Nueva York, John Wiley.
Plott, C. R. (1973): «Path Independence, Rationality and Social Choice», *Econometrica, 41*: 1075-1091.
Pollak, R. A. (1979): «Bergson-Samuelson Social Welfare Functions and the Theory of Social Choice», *Quarterly Journal of Economics, 93*: 73-90.
Rawls, J. (1971): *A Theory of Justice*, Harvard University Press, Cambridge, Ma.
Rawls, J. (1982): «Social Utility and Primary Goods», en Sen y Williams (eds.), 1982.
Richter, M. K. (1971): «Rational Choice», en *Preferences, Utility and Demand*, Chipman, Hurwicz, Richter y Sonnenschein (eds.), Nueva York, Harcourt, Brace & Jovanovich, págs. 27-58.
Roberts, K. (1980a): «Possibility Theorems with Interpersonally Comparable Welfare Levels», *Review of Economic Studies, 47*: 409-420.
Roberts, K. (1980b): «Interpersonal Comparability and Social Choice Theory», *Review of Economic Studies, 47*: 421-439.

Roberts, K. (1980c): «Social Choice Theory: The Single Profile and Multi-Profile Approaches», *Review of Economic Studies, 47*, págs. 441-450.
Roemer, J. E. (1985): «Equality of Resources Implies Equality of Welfare», Working paper núm. 256, University of California, Davis.
Ruiz-Castillo, J. (1986): «La Medición de la Desigualdad y la Pobreza en España, 1980-1981», mimeo, Ponencia Presentada en el Seminario «La Financiación de las Comunidades Autónomas».
Samuelson, P. A. (1967): «Arrow's Mathematical Politics», en *Human Values and Economic Policy*, S. Hook (ed.), Nueva York: N.Y.U. Press.
Samuelson, P. A. (1977): «Reaffirming the Existence of Reasonable Bergson-Samuelson Social Welfare Functions», *Economica, 44*: 81-88.
Satterthwaite, M. A. (1975): «Strategy-Proofness and Arrow's Conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions», *Journal of Economic Theory, 10*: 187-217.
Sen, A. (1970a): «The Imposibility of Paretian Liberal», *Journal of Political Economy, 72*: 152-157.
Sen, A. (1970b): *Collective Choice and Social Welfare*, North Holland, Amsterdam (1979).
Sen, A. (1970c): «Interpersonal Aggregation and Partial Comparability», *Econometrica, 38*: 393-409 (se incluye una corrección en *Econometrica*, vol. 40, 1972).
Sen, A. (1971): «Choice Functions and Revealed Preference», *Review of Economic Studies, 38*: 307-317.
Sen, A. (1973): *On Economic Inequality*, Oxford University Press, Oxford.
Sen, A. (1974): «Rawls versus Bentham: An Axiomatic Examination of the Pure Distribution Problem», *Theory and Decision, 4*: 301-309.
Sen, A. (1976): «Liberty, Unanimity and Rights», *Economica, 43*: 217-245.
Sen, A. (1976a): «Poverty: An Ordinal Approach to Measurement», *Econometrica, 44*: 219-231.
Sen, A. (1976b): «Rational Fools: A Critique of the Behavioural Foundations of Economic Theory», en Sen, A. (1982), Cap. 4.
Sen, A. (1977a): «Social Choice Theory: A Re-Examination», *Econometrica, 45*: 53-89.
Sen, A. (1977b): «On Weights and Measures: Informational Constraints in Social Welfare Analysis», *Econometrica, 45*: 1539-1572.
Sen, A. (1978): «Ethical Measurement of Inquality: Some Difficulties», en Krelle, W., y Shorrocks, A. (eds.): *Personal Income Distribution*, Amsterdam, North Holland, 1978.
Sen, A. (1979): «Interpersonal Comparisons of Welfare», en Boskin, M. (ed.) (1979): *Economics and Human Welfare*, Academic Press, Nueva York (1979).
Sen, A. (1979): «Utilitarianism and welfarism», *The Journal of Philosophy, 76*: 463-489.
Sen, A. (1982): *Choice, Welfare and Measurement*, Basil Blackwell, Oxford.
Sen, A. (1985a): «Social Choice and Justice: A Review Article», *Journal of Economic Literature, 23*: 1764-1776.
Sen, A. (1985b): *Commodities and Capabilities*, North Holland, Amsterdam.
Sen, A. (1986a): «Social Choice Theory», en *Handbook of Mathematical Economics*, Arrow y Intriligator (eds.), vol. III, 1986, págs. 1073-1181.
Sen, A. (1986b): «Information and Invariance in Normative Choice», en *Social Choice and Public Decision Making*, Heller, Starr y Starret (eds.) (Essays in Honor of K. J. Arrow, vol. 1), Cambridge, C.U.P. (1986), Cap. 2.
Sen, A., y Pattanaik (1969): «Necesary and Sufficient Conditions for Rational Choice under Majority Decision», *Journal of Economic Theory, 1*: 178-202.
Sen, A., y Williams, B. (eds.) (1982): *Utilitarianism and Beyond*, Cambridge University Press, Cambridge.
Shelly, II, M. N., y Bryan, G. L. (eds.) (1964): *Human Judgments and Optimality*, Nueva York, John Wiley & Sons.
Slutsky, S. (1977): «A Characterization of Societies with Consistent Majority Decision», *Review of Economic Studies, 44*: 211-225.
Slivinski, A. (1987): «Bergson Social Welfare Functions in Applied Welfare Analysis», *Social Choice and Welfare, 4*: 241-251.

Suppes, P. (1966): «Some Formal Models of Grading Principles», *Synthese*, *6*: 284-306.
Suzumura, K. (1983), *Rational Choice, Collective Decisions and Social Welfare*, Cambridge: Cambridge University Press.
Tullock, G. (1967): «The General Irrelevance of the General Possibility Theorem», *Quarterly Journal of Economics*, *81*: 256-270.

Abstract

In this paper we review some of the main topics in the field of Social Choice Theory. More precisely, we attempt at providing a systematic account of the literature concerning the logic of collective choice possibilities (thus skipping the implementability problem).This can also be regarded as an introduction to that field of Normative Economics.

Recepción del original, enero de 1987.
Versión final, diciembre de 1987.